

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

ΟΜΑΔΑ 1

Μαθητές: και

1) Σε χαρτί Α4, κατασκευάζουμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με γωνία $A = 90^\circ$

2) Μετράμε τα μήκη των πλευρών του και τα σημειώνουμε
 $AB = \dots\dots\dots$, $ΑΓ = \dots\dots\dots$, $ΒΓ = \dots\dots\dots$

3) Κατασκευάζουμε 3 τετράγωνα ΑΒΖΗ, ΑΓΚΛ και ΒΓΜΝ έξω από το τρίγωνο.

4) Υπολογίζουμε τα εμβαδά των τετραγώνων

$(ΑΒΖΗ) = \dots\dots\dots$

$(ΑΓΚΛ) = \dots\dots\dots$

$(ΒΓΜΝ) = \dots\dots\dots$

5) Υπολογίζουμε το άθροισμα $(ΑΒΖΗ) + (ΑΓΚΛ) = \dots\dots\dots$

6) Συγκρίνουμε το παραπάνω άθροισμα με το εμβαδόν του τετραγώνου ΒΓΜΝ

$(ΑΒΖΗ) + (ΑΓΚΛ) \dots\dots\dots (ΒΓΜΝ)$

7) Από τη σχέση του προηγούμενου ερωτήματος βρίσκουμε μια σχέση που ισχύει για τις πλευρές α, β, γ του ορθογωνίου τριγώνου

8) Συζητάμε με τα άλλα μέλη της ομάδας μας τα ευρήματά μας και τον τρόπο που καταλήξαμε σε αυτά.

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

ΟΜΑΔΑ 2

Μαθητές: και

1) Σε χαρτί A4, κατασκευάζουμε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$)

με πλευρές $AB=4\text{ cm}$, $A\Gamma=3\text{ cm}$

2) Σημειώνουμε το μήκος της πλευράς $B\Gamma = \dots\dots\dots\text{ cm}$

3) Κατασκευάζουμε 3 τετράγωνα $ABZH$, $A\Gamma K\Lambda$ και $B\Gamma MN$ έξω από το τρίγωνο

4) Κόβουμε χαρτί τετραγωνισμένο και το κολλάμε κατάλληλα ώστε να εφαρμόσει πάνω στα τετράγωνα

5) Με μονάδα μέτρησης βρίσκουμε τα εμβαδά των τετραγώνων

$(ABZH) = \dots\dots\dots$

$(A\Gamma K\Lambda) = \dots\dots\dots$

$(B\Gamma MN) = \dots\dots\dots$

6) Υπολογίζουμε το άθροισμα $(ABZH) + (A\Gamma K\Lambda) = \dots\dots\dots$

7) Συγκρίνουμε το παραπάνω άθροισμα με το εμβαδόν του τετραγώνου $B\Gamma MN$: $(ABZH) + (A\Gamma K\Lambda) \dots\dots\dots (B\Gamma MN)$

8) Από τη σχέση του προηγούμενου ερωτήματος βρίσκουμε μια σχέση που ισχύει για τις πλευρές α , β , γ του ορθογωνίου τριγώνου

9) Συζητάμε με τα άλλα μέλη της ομάδας μας τα ευρήματά μας και τον τρόπο που καταλήξαμε σε αυτά.

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

ΟΜΑΔΑ 2

Μαθητές: και

1) Σε χαρτί A4, κατασκευάζουμε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$)

με πλευρές $AB=8\text{ cm}$, $A\Gamma=6\text{ cm}$

2) Σημειώνουμε το μήκος της πλευράς $B\Gamma = \dots\dots\dots\text{ cm}$

3) Κατασκευάζουμε 3 τετράγωνα $ABZH$, $A\Gamma K\Lambda$ και $B\Gamma MN$ έξω από το τρίγωνο

4) Κόβουμε χαρτί τετραγωνισμένο και το κολλάμε κατάλληλα ώστε να εφαρμόσει πάνω στα τετράγωνα

5) Με μονάδα μέτρησης βρίσκουμε τα εμβαδά των τετραγώνων

$(ABZH) = \dots\dots\dots$

$(A\Gamma K\Lambda) = \dots\dots\dots$

$(B\Gamma MN) = \dots\dots\dots$

6) Υπολογίζουμε το άθροισμα $(ABZH) + (A\Gamma K\Lambda) = \dots\dots\dots$

7) Συγκρίνουμε το παραπάνω άθροισμα με το εμβαδόν του τετραγώνου $B\Gamma MN$: $(ABZH) + (A\Gamma K\Lambda) \dots\dots\dots (B\Gamma MN)$

8) Από τη σχέση του προηγούμενου ερωτήματος βρίσκουμε μια σχέση που ισχύει για τις πλευρές α , β , γ του ορθογωνίου τριγώνου

9) Συζητάμε με τα άλλα μέλη της ομάδας μας τα ευρήματά μας και τον τρόπο που καταλήξαμε σε αυτά.

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

ΟΜΑΔΑ 2

Μαθητές: και

1) Σε χαρτί A4, κατασκευάζουμε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$)

με πλευρές $AB=12\text{ cm}$, $A\Gamma=5\text{ cm}$

2) Σημειώνουμε το μήκος της πλευράς $B\Gamma = \dots\dots\dots\text{ cm}$

3) Κατασκευάζουμε 3 τετράγωνα $ABZH$, $A\Gamma K\Lambda$ και $B\Gamma MN$ έξω από το τρίγωνο

4) Κόβουμε χαρτί τετραγωνισμένο και το κολλάμε κατάλληλα ώστε να εφαρμόσει πάνω στα τετράγωνα

5) Με μονάδα μέτρησης βρίσκουμε τα εμβαδά των τετραγώνων

$(ABZH) = \dots\dots\dots$

$(A\Gamma K\Lambda) = \dots\dots\dots$

$(B\Gamma MN) = \dots\dots\dots$

6) Υπολογίζουμε το άθροισμα $(ABZH) + (A\Gamma K\Lambda) = \dots\dots\dots$

7) Συγκρίνουμε το παραπάνω άθροισμα με το εμβαδόν του τετραγώνου $B\Gamma MN$: $(ABZH) + (A\Gamma K\Lambda) \dots\dots\dots (B\Gamma MN)$

8) Από τη σχέση του προηγούμενου ερωτήματος βρίσκουμε μια σχέση που ισχύει για τις πλευρές α , β , γ του ορθογωνίου τριγώνου

9) Συζητάμε με τα άλλα μέλη της ομάδας μας τα ευρήματά μας και τον τρόπο που καταλήξαμε σε αυτά.

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

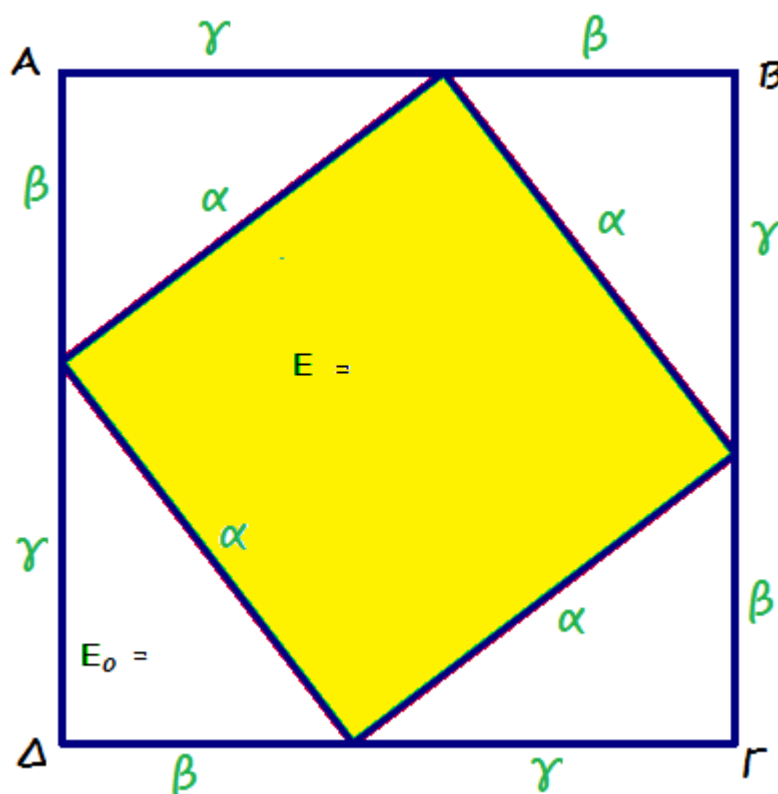
ΟΜΑΔΑ 3

Μαθητές: και

1) Συγκρίνουμε τα εμβαδά των παρακάτω τετραγώνων $AB\Gamma\Delta$ και $K\Lambda M N$ και δικαιολογούμε την απάντησή μας

$(AB\Gamma\Delta) \dots (K\Lambda M N)$ γιατί.....

2) Υπολογίζουμε το εμβαδόν του τετραγώνου πλευράς a και των ίσων τριγώνων με πλευρές β, γ



$E =$

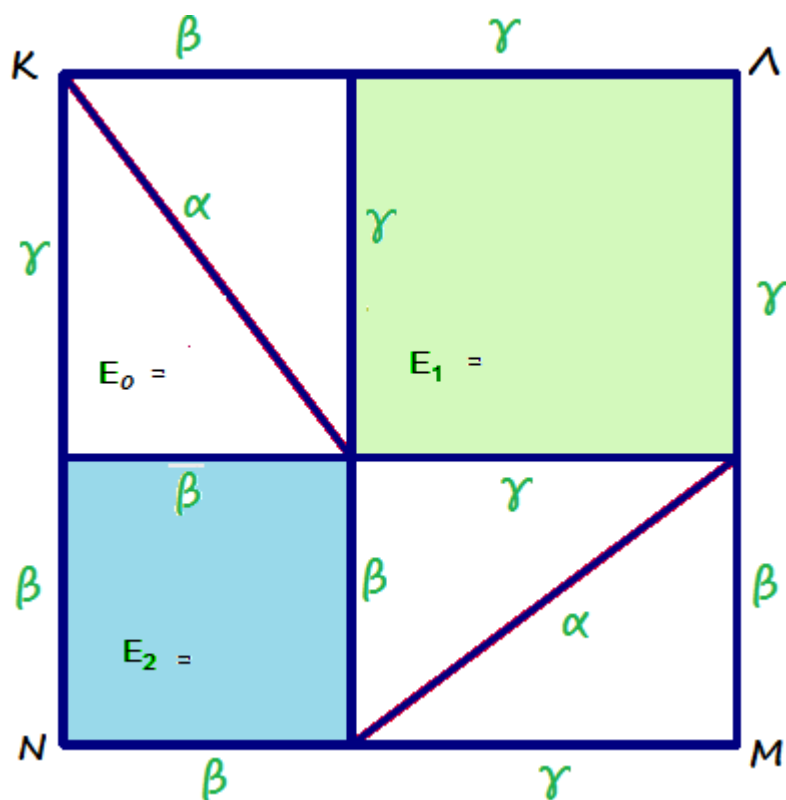
$E_o =$

3) Γράφουμε το εμβαδόν του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ ως άθροισμα των εμβαδών των σχημάτων που το αποτελούν $(AB\Gamma\Delta) =$

ΟΜΑΔΑ 3

Μαθητές: και

4) Υπολογίζουμε το εμβαδόν των τετραγώνων με πλευρά β και γ
και των ίσων τριγώνων με πλευρές β, γ :



$E_1 =$

$E_2 =$

$E_0 =$

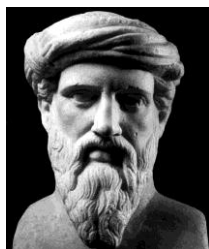
5) Γράφουμε το εμβαδόν του τετραγώνου ΚΛΜΝ ως άθροισμα
των εμβαδών των σχημάτων που το αποτελούν

(ΚΛΜΝ) =

6) Συζητάμε με τα μέλη της ομάδας μας τα ευρήματά μας και αξιοποιώντας την σύγκριση των εμβαδών των τετραγώνων ΑΒΓΔ και ΚΛΜΝ (ερώτημα 1) και τα ευρήματα των ερωτημάτων 3 και 5 συμπεραίνουμε μια σχέση που ισχύει για τα εμβαδά των τετραγώνων Ε1, Ε2 και Ε

7) Από τη σχέση του προηγούμενου ερωτήματος βρίσκουμε μια σχέση που ισχύει για τις πλευρές α , β , γ του ορθογωνίου τριγώνου

8) Συζητάμε με τα άλλα μέλη της ομάδας μας τα ευρήματά μας και τον τρόπο που καταλήξαμε σε αυτά.

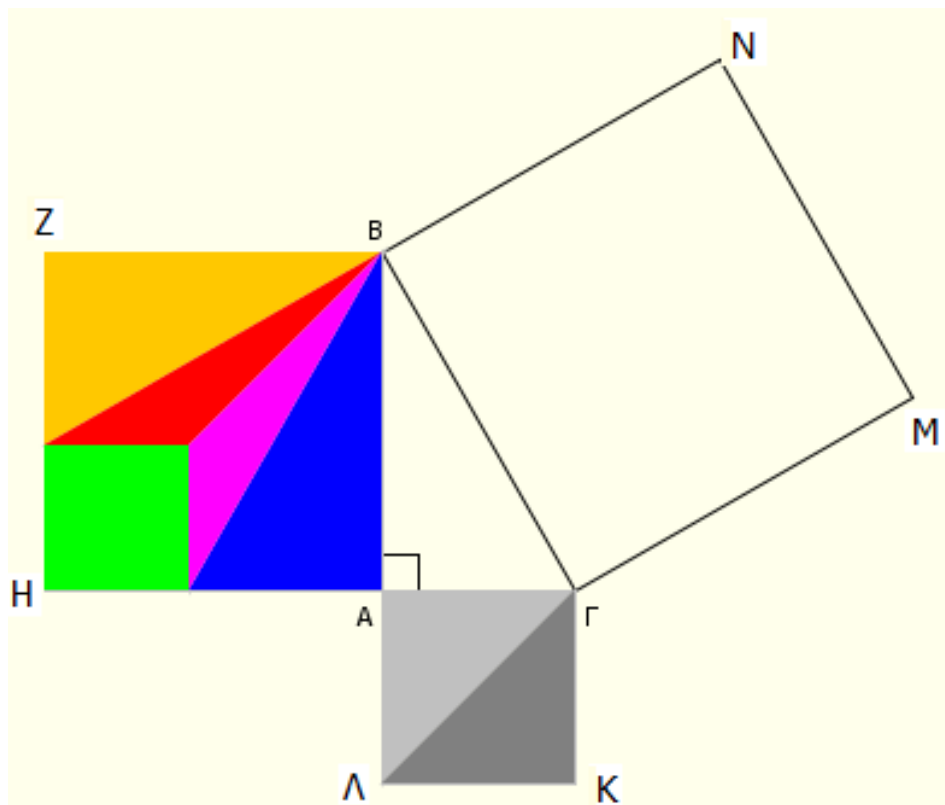


9) Σχεδιάζουμε σε χαρτονάκι τα ευρήματά μας και γράφουμε τα συμπεράσματά μας

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

ΟΜΑΔΑ 4

Μαθητές: και



1) Μεταφέρουμε τα τετράγωνα $ABZH$ και $A\Gamma K\Lambda$ μέσα στο τετράγωνο $B\Gamma MN$

2) Το άθροισμα $(ABZH) + (A\Gamma K\Lambda) = \dots\dots\dots$

3) Συγκρίνουμε το παραπάνω άθροισμα με το εμβαδόν του τετραγώνου $B\Gamma MN$: $(ABZH) + (A\Gamma K\Lambda) \dots\dots\dots (B\Gamma MN)$

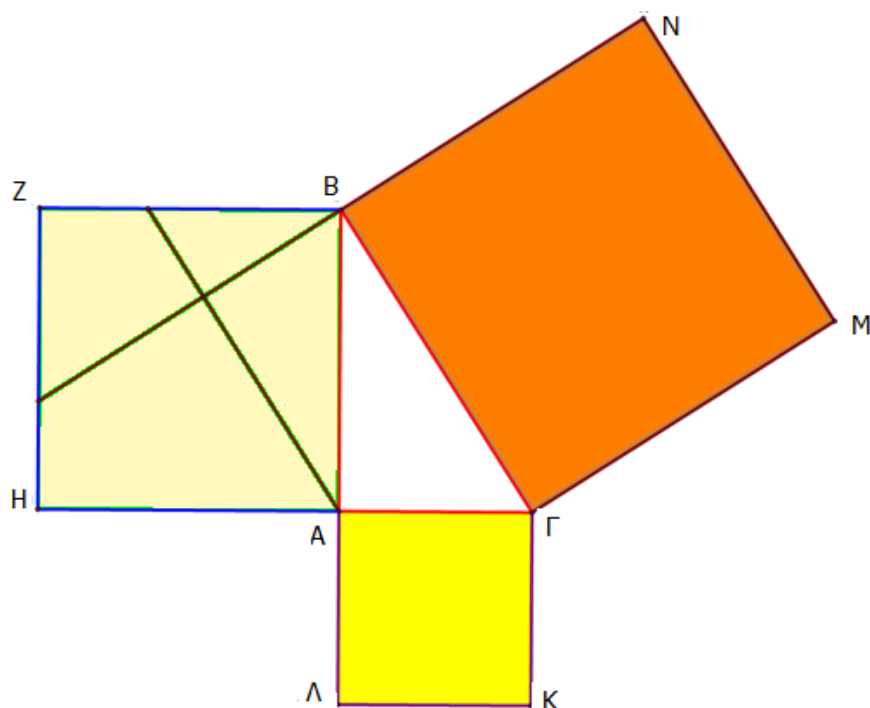
4) Από τη σχέση του προηγούμενου ερωτήματος βρίσκουμε μια σχέση που ισχύει για τις πλευρές α, β, γ του ορθογωνίου τριγώνου

5) Συζητάμε με τα άλλα μέλη της ομάδας μας τα ευρήματά μας και τον τρόπο που καταλήξαμε σε αυτά.

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

ΟΜΑΔΑ 5

Μαθητές: και



1) Κόβουμε τα τετράγωνα $ABZH$ και $A\Gamma K\Lambda$ και να τα τοποθετούμε μέσα στο τετράγωνο $B\Gamma MN$.

2) Το άθροισμα $(ABZH) + (A\Gamma K\Lambda) = \dots\dots\dots$

3) Συγκρίνουμε το παραπάνω άθροισμα με το εμβαδόν του τετραγώνου $B\Gamma MN$: $(ABZH) + (A\Gamma K\Lambda) \dots\dots\dots (B\Gamma MN)$

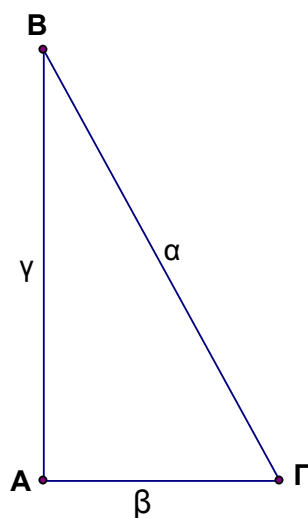
4) Από τη σχέση του προηγούμενου ερωτήματος βρίσκουμε μια σχέση που ισχύει για τις πλευρές α, β, γ του ορθογωνίου τριγώνου

5) Συζητάμε με τα άλλα μέλη της ομάδας μας τα ευρήματά μας και τον τρόπο που καταλήξαμε σε αυτά.

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

Να συμπληρώσετε τον κανόνα:

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της δηλαδή $AB^2 + AG^2 = \dots$

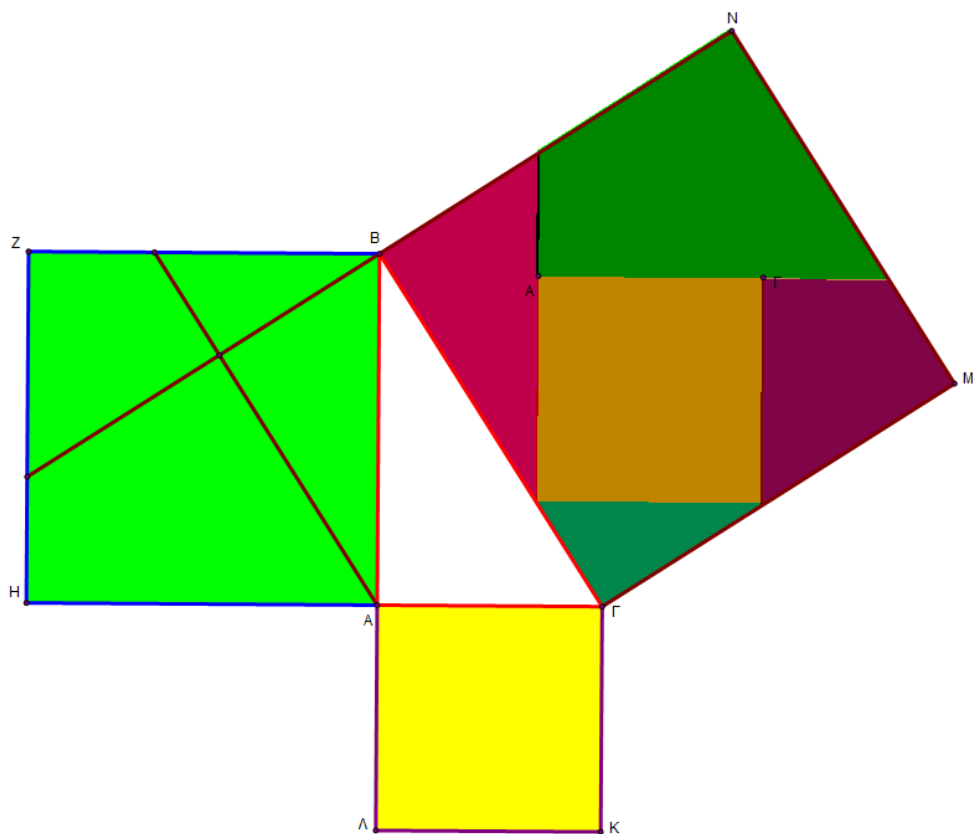
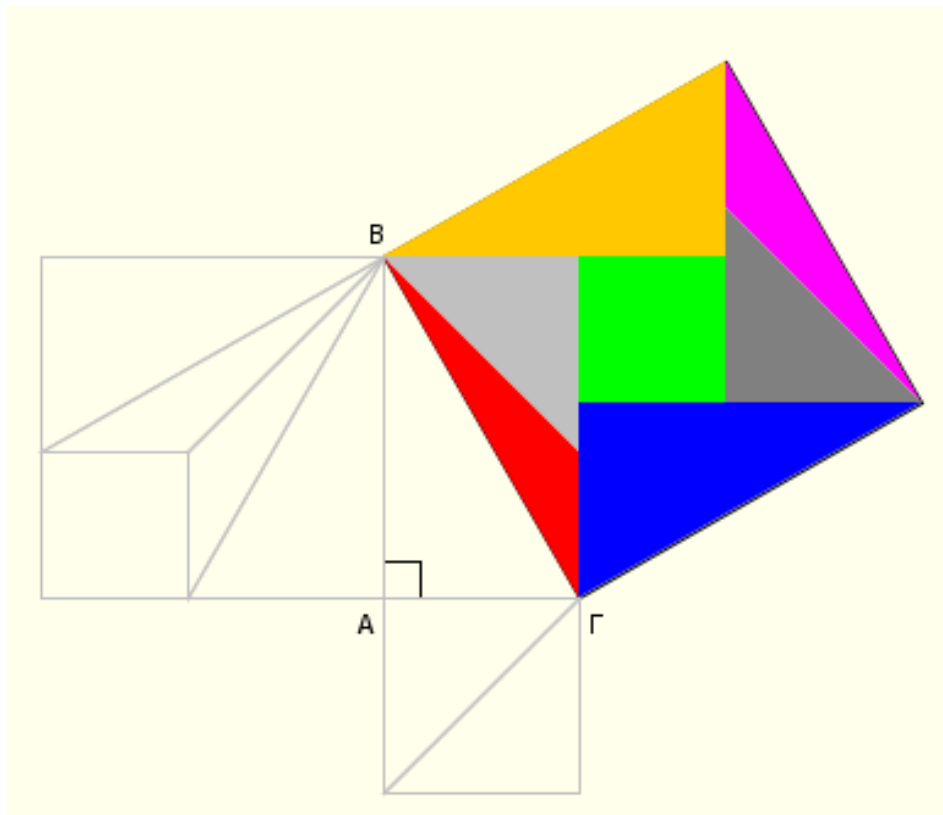


Συμπληρώνουμε τον πίνακα	
Κάθετες πλευρές: ... ,...	Υποτείνουσα:
$BΓ^2 =$	$\beta^2 + \gamma^2 =$
$BΓ^2 - AB^2 =$	$\alpha^2 - \beta^2 =$
$AB^2 =$	$\beta^2 =$

Στις παρακάτω ερωτήσεις τα τρίγωνα $ABΓ$ είναι ορθογώνια στο Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

			A	B	Γ	Δ
1		$x =$	7 cm	9 cm	10 cm	12 cm
2		$x =$	2 cm	3 cm	4 cm	5 cm
3		$x =$	14 cm	20 cm	24 cm	30 cm
4		$\beta =$ και $\gamma =$	$\beta = 15$ και $\gamma = 8$	$\beta = 13$ και $\gamma = 10$	$\beta = 12$ και $\gamma = 13$	$\beta = 8$ και $\gamma = 9$

ΛΥΣΕΙΣ



ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ

ΟΝΟΜΑΤΑ ΜΑΘΗΤΩΝ: 1).....2).....

- 1) Ανοίγουμε το αρχείο Pythagoreio-final.gsp και κάνουμε κλικ στο δεσμό ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ. Στο χώρο εργασίας μας βλέπουμε ένα τρίγωνο ΑΒΓ με γωνίες $A=...$ $B=...$ $\Gamma=...$
- 2) Εμφανίζουμε τα τετράγωνα που είναι σχηματισμένα έξω από το τρίγωνο, με πλευρές τις πλευρές του τριγώνου. Πατάμε το κουμπί ΕΜΦΑΝΙΣΗ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ.
- 3) Το άθροισμα των εμβαδών δύο από τα παραπάνω τετράγωνα μπορεί να ισούται με το εμβαδό του τρίτου τετράγωνου?
.....
- 4) Εμφανίζουμε τις μετρήσεις των εμβαδών των τετραγώνων E_1 , E_2 και E_3 και το άθροισμα των εμβαδών τους ανά δύο E_1+E_2 , E_2+E_3 , E_3+E_1 πατώντας το κουμπί ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΕΜΒΑΔΩΝ
- 5) Σημειώνουμε τα εμβαδά και τα αθροίσματα τους στον πίνακα

$E_1=$	$E_2=$	$E_3=$	$E_1+E_2=$	$E_2+E_3=$	$E_3+E_1=$

Οι μετρήσεις επιβεβαιώνουν την απάντησή μας στο ερώτ 3?.....

- 6) Μετακινούμε τις κορυφές του τριγώνου ΑΒΓ ώστε να προκύψει η ισότητα $E_1 + E_2 = E_3$ πατάμε το κουμπί ΙΣΟΤΗΤΑ και συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα:

$E_1+E_2=$	$E_3=$	$\omega=$	$\varphi=$	$\mu=$

7) Επαναλαμβάνουμε το ίδιο για περισσότερες θέσεις των κορυφών A, B, Γ ώστε $E1+E2=E3$ και σημειώνουμε τις μετρήσεις.

Κάνουμε διπλό κλικ στη τελευταία γραμμή του πίνακα

$E1+E2=$	$E3=$	$\omega=$	$\varphi=$	$\mu=$

8) Συζητείστε με τα άλλα μέλη της ομάδας σας τα ευρήματά σας και γράψτε τις παρατηρήσεις σας - συμπεράσματα.

Συνοψίζουμε τις παρατηρήσεις μας στα παρακάτω:

ΑΝ $E_1 + E_2 = E_3$ ΤΟΤΕ

Δηλαδή το τρίγωνο είναι

Η πλευρά του τριγώνου που αντιστοιχεί στο τετράγωνο E_3

είναι η από τις πλευρές του τριγώνου

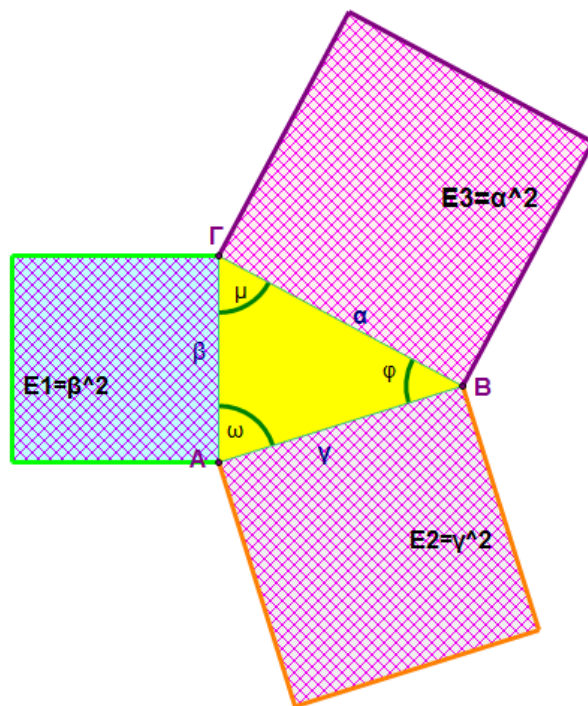
δηλαδή είναι η του.

- 9) Τα συμπεράσματα σας δικαιώνουν το επόμενο Θεώρημα που είναι γνωστό ως αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος?

Το Αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος

Αν σε ένα τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο μικρότερων πλευρών του ισούται με το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς, η γωνία που βρίσκεται απέναντι από την μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.

10)



Επιλέγουμε το σωστό :

$$\text{Αν } E2 + E3 = E1 \text{ τότε } \omega = 90^\circ \quad \varphi = 90^\circ \quad \mu = 90^\circ$$

$$\text{Αν } E3 + E1 = E2 \text{ τότε } \omega = 90^\circ \quad \varphi = 90^\circ \quad \mu = 90^\circ$$

$$\text{Αν } \beta^2 + \alpha^2 = \gamma^2 \text{ τότε } \omega = 90^\circ \quad \varphi = 90^\circ \quad \mu = 90^\circ$$

$$\text{Αν } \gamma^2 + \alpha^2 = \beta^2 \text{ τότε } \omega = 90^\circ \quad \varphi = 90^\circ \quad \mu = 90^\circ$$

$$\text{Αν } \beta^2 + \gamma^2 = \alpha^2 \text{ τότε } \omega = 90^\circ \quad \varphi = 90^\circ \quad \mu = 90^\circ$$

11) Να εξετάσετε ποιο από τα παρακάτω τρίγωνα είναι ορθογώνιο και τότε ποια γωνία του είναι η ορθή?

α) $\triangle K\Lambda M$ με $K\Lambda=24\text{ cm}$, $\Lambda M=10\text{ cm}$, $MK=15\text{ cm}$

β) $\triangle H\Theta P$ με $H\Theta=20\text{ cm}$, $\Theta P=25\text{ cm}$, $PH=12\text{ cm}$

γ) $\triangle EZ\Delta$ με $\Delta E=24\text{ cm}$, $EZ=7\text{ cm}$, $Z\Delta=25\text{ cm}$

δ) $\triangle \Xi NT$ με $\Xi N=20\text{ cm}$, $NT=25\text{ cm}$, $T\Xi=15\text{ cm}$

<http://blogs.sch.gr/popiardv>