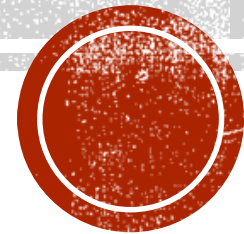


ΠΩΣ ΔΙΑΤΥΠΩΝΩ ΤΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΟΥ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ; ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΠΑΛ

Παναγιώτης Μάντζαρης
Μαθηματικός MSc – Εκπαιδευτικός
1^ο Ημερήσιο ΕΠΑΛ Ασπροπύργου



ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Το ζητούμενο για έναν/μία υποψήφιο/υποψήφια των πανελλαδικών εξετάσεων είναι η κατάκτηση όσο γίνεται υψηλότερης βαθμολογίας. Ακόμη και ένα μόριο μπορεί να κάνει τη διαφορά, φέρνοντας το πολυπόθητο αποτέλεσμα.
- Κατά τη διάρκεια της προετοιμασίας, οι υποψήφιοι/υποψήφιες «καταναλώνουν» μεγάλο όγκο γνώσης τόσο σε θεωρητικό επίπεδο, όσο και με τη μορφή ασκήσεων.
- Μολονότι η ύλη της Άλγεβρας δεν είναι τόσο μεγάλη σε έκταση, απαιτεί σωστή προετοιμασία και κάλυψη κενών από προηγούμενες τάξεις.
- Η ύλη χωρίζεται σε δύο κύρια μέρη:
 - Κεφάλαιο 1: Διαφορικός Λογισμός
 - Κεφάλαιο 2: Στατιστική



ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- Από τα δύο κεφάλαια της ύλης ποιο απαιτητικό κρίνεται το κεφάλαιο του Διαφορικού Λογισμού, καθώς απαιτεί σε μεγαλύτερο βαθμό από το κεφάλαιο της Στατιστικής. από τους/τις υποψήφιους/υποψήφιας, γνώσεις άλγεβρας και γεωμετρίας από τα προηγούμενα σχολικά έτη.
- Ακόμη όμως και όταν έχει κατακτηθεί το σύνολο της εξεταστέας ύλης, είναι αυτό αρκετό ώστε ένας/μία υποψήφιος/υποψήφια να κατακτήσει όσο περισσότερες μονάδες είναι δυνατόν τη μέρα της εξέτασης;
- Η απάντηση σε αυτό το ερώτημα είναι πως η σωστή προετοιμασία είναι απαραίτητη συνθήκη, δεν είναι όμως η μοναδική.
- Το «πώς» διατυπώνει κανείς τις απαντήσεις στο τετράδιο των πανελλαδικών, είναι σημαντικό και μπορεί να κάνει τη διαφορά, τόσο σε επίπεδο αποτελέσματος, όσο και σε επίπεδο διαχείρισης χρόνου κατά τη διάρκεια της εξέτασης.
- Στις επόμενες διαφάνειες ακολουθεί ανάλυση των θεμάτων των πανελλαδικών στο μάθημα της Άλγεβρας το 2023, μαζί με τις ενδεικτικές απαντήσεις, όπως αυτές δόθηκαν στους διορθωτές στα Βαθμολογικά Κέντρα.



ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Εισαγωγή	Σελ. 2 – 3
Περιεχόμενα	Σελ. 4
Ανάλυση Θεμάτων και Απαντήσεων – Θέμα Α	Σελ. 5 – 6
Ανάλυση Θεμάτων και Απαντήσεων – Θέμα Β	Σελ. 7 – 9
Ανάλυση Θεμάτων και Απαντήσεων – Θέμα Γ	Σελ. 10 – 12
Ανάλυση Θεμάτων και Απαντήσεων – Θέμα Δ	Σελ. 13 – 16
Οδηγίες για τους Εξεταζόμενους	Σελ. 17
Γενικά σχόλια	Σελ. 18 – 19



ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ – ΘΕΜΑ Α

- Παρατηρήσεις:
 - Οι προτεινόμενες απαντήσεις περιλαμβάνουν δύο τρόπους
 - Τα δέκα (10) μόρια της απάντησης κατανέμονται στο σύνολο της απάντησης
 - Αν κάποιος/κάποια παραλείψει ένα από τα βήματα, αυτό δεν σημαίνει πως θα χάσει το σύνολο των μορίων, παρά μόνο τα μόρια εκείνα που αντιστοιχούν στο μέρος που έχει παραληφθεί

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $cf(x)$, όπου c πραγματικός αριθμός, ισούται με $cf'(x)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Α		ΜΟΡΙΑ
	<p>1^{ος} Τρόπος: Έστω η συνάρτηση $F(x) = cf(x)$. Έχουμε</p> $F(x+h) - F(x) = cf(x+h) - cf(x) = c(f(x+h) - f(x))$ <p>(Και για $h \neq 0$) έχουμε $\left(\frac{F(x+h)-F(x)}{h} = \frac{c(f(x+h)-f(x))}{h} = c \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \right)$</p> <p>Επομένως $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h)-F(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \left[c \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \right] = cf'(x)$.</p>	<p>1</p> <p>2</p> <p>1+2</p> <p>2+2</p> <hr/>
	<p>A1 2^{ος} Τρόπος: Έστω η συνάρτηση $F(x) = cf(x)$. Έχουμε</p> $\left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h)-F(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{cf(x+h)-cf(x)}{h} \right) = \left(\lim_{h \rightarrow 0} \frac{c(f(x+h)-f(x))}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} c \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \right) =$ $\left(= c \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = cf'(x) \right)$ Το $h \neq 0$ εδώ δεν βαθμολογείται. <p>Παρατηρήσεις: 1) Αν κάνει χρήση του τύπου του γινομένου $(fg)' = f'g + fg'$ για το $c f$ παίρνει 1 μόριο.</p> <p>2) Αν χρησιμοποιηθεί ο τύπος: $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ τότε παίρνει όλα τα μόρια.</p>	<p>1</p> <p>3+3</p> <p>3</p> <hr/> <p>10</p>



ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ – ΘΕΜΑ Α

- Προσέξτε την παρατήρηση κατανομής των μορίων στο κείμενο της απάντησης
 - 1 μόριο το «υπάρχει»
 - 1 μόριο το «είναι πραγματικός αριθμός»
- Στο κομμάτι των ερωτήσεων κλειστού τύπου δεν παρουσιάζεται κάποιο ιδιαίτερο ενδιαφέρον

A2. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

A2	<p>Αν το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ υπάρχει και είναι πραγματικός αριθμός τότε λέμε ότι η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της και το όριο αυτό το ονομάζουμε παράγωγο της f στο x_0 και το συμβολίζουμε με $f'(x_0)$.</p> <p>Παρατήρηση: 2 μόρια για το υπάρχει και είναι πραγματικός αριθμός (1+1) και 3 μόρια για τον τύπο του ορίου. Αν γράψει $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ παίρνει μόνο 1 μόριο</p>	5	5
A3	<p>α. Λ β. Σ γ. Σ δ. Λ ε. Σ</p> <p>Προσοχή απάντηση κλειστού τύπου καμία απόκλιση στους βαθμολογητές και ΠΡΟΣΟΧΗ στη διαφορετική αρίθμηση</p>	2x5	10



ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ – ΘΕΜΑ Β

- Κάθε βήμα της απάντησης λαμβάνει και την ανάλογη μοριοδότηση
- Ερώτηση: «Κι αν εγώ κύριε τα ξέρω τόσο καλά και τα γράφω κατευθείαν; Αν παραγωγίζω τη συνάρτηση με τη μία και γράφω μόνο το αποτέλεσμα;»
 - Απάντηση: Υπάρχουν γραπτά τα οποία θα έχουν απαντήσει με κάθε απαραίτητη λεπτομέρεια. Σε έναν «αγώνα» όπου όλοι και όλες έχουν τον ίδιο στόχο, θα πρέπει η διόρθωση να είναι αντικειμενική και όχι να βασίζεται σε εικασίες για το κατά πόσο κάποιος/κάποια είναι σε θέση να παράγει απαντήσεις χωρίς τα ενδιάμεσα βήματα

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 12x + 10$, όπου $x \in \mathbb{R}$ και $a \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε την παράγωγο $f'(x)$.

Μονάδες 4

B2. Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο $x_0 = 1$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$, να υπολογίσετε το a .

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β		ΜΟΡΙΑ	
B1	$f'(x) = (2x^3 + ax^2 - 12x + 10)' = (2x^3)' + (ax^2)' - (12x)' + (10)' = 6x^2 + 2ax - 12.$ Παρατήρηση: από 1 μόριο στην παράγωγο του κάθε όρου.	4	4
B2	(εφαπτ./x'x) άρα $(f'(1) = 0)$ δηλ. $(6 + 2a - 12 = 0 \Rightarrow 2a = 12 - 6 \Rightarrow 2a = 6)$ οπότε $(a = 3)$ Παρατήρηση: Αν δεν γράψει εφαπτ./x'x και γράψει μόνο $f'(1) = 0$ παίρνει τα 3 μωρια	1+2	6



ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ – ΘΕΜΑ Β

- Στο βήμα όπου απαιτείται η εύρεση των λύσεων δευτεροβάθμιας εξίσωσης, δεν χρειάζεται να γίνει ανάλυση της λύσης, αφού δεν θα βαθμολογηθεί, δεδομένου ότι αποτελεί ύλη προηγούμενης τάξης
- Η καταγραφή της τετμημένης του τοπικού μεγίστου και η εύρεση της τεταγμένης (κείμενο στην παρένθεση), βαθμολογείται συνολικά με ένα (1) μόριο. Με δεδομένο ότι δεν προβλέπεται βαθμολόγηση με ακρίβεια δεκαδικού, πιθανό λάθος σε ένα από τα δύο στοιχεία, οδηγεί σε απώλεια του συνόλου των μορίων

B3. Για $\alpha = 3$, να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων.

Μονάδες 9

B3	(Για $\alpha = 3$ έχουμε $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$) και ($f'(x) = 0$ έχει ρίζες το -2 και το 1)					1+1		
	x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	1		
	$f'(x)$.	+	0	-	0	+	2
	$f(x)$		<		>		<	1
		Τοπ. μέγιστο		Τοπ. ελάχιστο		1	9	
	Έχουμε:	(τοπικό μέγιστο στο $x_1 = -2$ με τιμή $f(-2) = 30$) και						
		(τοπικό ελάχιστο στο $x_2 = 1$ με τιμή $f(1) = 3$)					1+1	



ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ – ΘΕΜΑ Β

- Κάθε βήμα αντιστοιχεί σε πλήθος μορίων
- Ο 2^{ος} τρόπος αξιοποιεί ύλη που βρίσκεται στο βιβλίο του ΓΕΛ, βασική προϋπόθεση όμως για τη χρήση του είναι η πλήρης εφαρμογή των απαιτούμενων και παράθεση όλων των στοιχείων που απαιτούνται, ειδάλλως υπάρχει απώλεια μορίων

B4. Για $\alpha = 3$, να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1}$.

Μονάδες 6

B4	1 ^{ος} τρόπος: $\left(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2+6x-12}{x-1} \right) = \left(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(6x+12)}{x-1} \right) = (18)$	2+3+1	6
	2 ^{ος} τρόπος: De l' hospital $\left(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2+6x-12}{x-1} \right) = \left(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(6x^2+6x-12)'}{(x-1)'} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{12x+6}{1} \right) = (18)$ Παρατήρηση: 1 μόριο για τις προϋποθέσεις του DLH δηλ απροσδιοριστία 0/0 και παραγωγισιμότητα των όρων του κλάσματος σε περιοχή του x_0	2+3+1	



ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ – ΘΕΜΑ Γ

- Το σύνολο της απάντησης του ερωτήματος λαμβάνει οκτώ (8) μόρια, όμως αν ο/η υποψήφιος/υποψήφια δεν γράψει τον αρχικό τύπο, θα λάβει τα μισά μόρια, ακόμη και αν η υπόλοιπη διαδικασία είναι σωστή

ΘΕΜΑ Γ		ΜΟΡΙΑ	
Γ1	$\left(\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i v_i}{y}\right) \Rightarrow \left(14 = \frac{200+210+18v_3+110}{40+v_3}\right) \Rightarrow (520+18v_3 = 560 + 14v_3)$ $\Rightarrow (4v_3 = 40) \Rightarrow (v_3=10).$ <p>Παρατήρηση : Αν δεν γράψει τον τύπο και κάνει σωστά τις αντικαταστάσεις παίρνει τα 4 μόρια.</p>	2+2+2	8
		1+1	

ΘΕΜΑ Γ

Ρωτήθηκαν οι μαθητές/τριες της Γ' τάξης ενός ΕΠΑΛ πόσες ώρες διέθεσαν στα μέσα κοινωνικής δικτύωσης την προηγούμενη εβδομάδα. Οι απαντήσεις τους ομαδοποιήθηκαν όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	$x_i v_i$
[8,12)	10	20	200
[12,16)	14	15	210
[16,20)		v_3	
[20,24)		5	
Σύνολο			

Δίνεται ότι ο μέσος χρόνος είναι $\bar{x} = 14$.

Γ1. Να δείξετε ότι $v_3 = 10$.

Μονάδες 8



ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ – ΘΕΜΑ Γ

- Σε ένα τέτοιο ερώτημα, συχνά κατά την προετοιμασία, οι υποψήφιοι/υποψήφιας ενθαρρύνονται να γράφουν αναλυτικά τύπους και υπολογισμούς σχετικούς με τη συμπλήρωση του πίνακα
- Ένα ερώτημα όμως που λαμβάνει μόλις 6/100 μόρια, έχει ως μόνη απαίτηση την ορθή συμπλήρωση των κενών, ακόμη και αν οι υπολογισμοί είναι νοεροί...

Γ2. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά.

Μονάδες 6

Γ2	<table border="1"><thead><tr><th>κλάσεις</th><th>x_i</th><th>v_i</th><th>$x_i v_i$</th></tr></thead><tbody><tr><td>[8,12)</td><td>10</td><td>20</td><td>200</td></tr><tr><td>[12,16)</td><td>14</td><td>15</td><td>210</td></tr><tr><td>[16,20)</td><td>18</td><td>v_3</td><td>180</td></tr><tr><td>[20,24)</td><td>22</td><td>5</td><td>110</td></tr><tr><td>Σύνολο</td><td></td><td>50</td><td>700</td></tr></tbody></table>	κλάσεις	x_i	v_i	$x_i v_i$	[8,12)	10	20	200	[12,16)	14	15	210	[16,20)	18	v_3	180	[20,24)	22	5	110	Σύνολο		50	700	1X6	6
	κλάσεις	x_i	v_i	$x_i v_i$																							
	[8,12)	10	20	200																							
	[12,16)	14	15	210																							
	[16,20)	18	v_3	180																							
	[20,24)	22	5	110																							
Σύνολο		50	700																								



ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ – ΘΕΜΑ Γ

- Παρατηρούμε πάλι την κατανομή των μορίων ανά βήμα της παρουσίασης της λύσης
- Κάθε βήμα βαθμολογείται ξεχωριστά και δεν επηρεάζει το σύνολο της άσκησης, σχετικά με την απόδοση των μορίων
- Στο ερώτημα Γ4 συνάντησα γραπτά που το μόνο που είχαν γράψει, παίζοντας με τις πιθανότητες, ήταν η φράση «δεν είναι ομοιογενές», λαμβάνοντας ένα (1) μόριο κατά τη διόρθωση!

Γ3. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 .

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV. Είναι το δείγμα ομοιογενές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

Γ3	$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k v_i (x_i - \bar{x})^2}{v} = \left(\frac{20(10-14)^2 + 15(14-14)^2 + 10(18-14)^2 + 5(22-14)^2}{50} \right) =$ $\left(\frac{20 \cdot 16 + 0 + 10 \cdot 16 + 5 \cdot 64}{50} \right) = \left(\frac{320 + 160 + 320}{50} \right) = \left(\frac{800}{50} = 16 \right)$ <p>Παρατήρηση: Αν δεν γράψει τον τύπο και κάνει σωστά τις αντικαταστάσεις παίρνει τα 3 μόρια. Αν γράψει $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{v}$ παίρνει 1 μόριο</p>	2+1 1+1+1	6
Γ4	$\left(CV = \frac{s}{\bar{x}} \right) = \left(\frac{\sqrt{16}}{14} \right) = \left(\frac{4}{14} \cong 0,29 \right)$ άρα (δεν είναι ομοιογενές) γιατί $(CV > 0,1)$ Παρατήρηση: Αν το CV υπολογιστεί σε ποσοστά δηλ. 29% και συγκριθεί με το 10% παίρνει τα μόρια.	1+1+1+1+1	5



ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ – ΘΕΜΑ Δ

- Κάθε γραμμή του πίνακα για την εύρεση της μονοτονίας λαμβάνει ξεχωριστή μοριοδότηση
- Συνάντησα γραπτά που είχαν λάθος σε κάποια από τις γραμμές του πίνακα, όμως είχαν σωστές τις υπόλοιπες και τελικά έλαβαν μέρος των μορίων

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -\frac{1}{x^2}$, με $x \neq 0$.

Δ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 7

		ΘΕΜΑ Δ	ΜΟΡΙΑ												
		$(f'(x) = (-\frac{1}{x^2})' = \frac{(-1)'(x^2) - (-1)(x^2)'}{(x^2)^2} = (\frac{2x}{x^4} = \frac{2}{x^3})$	1+2												
		<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>\parallel</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>\searrow</td> <td>\parallel</td> <td>\nearrow</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$f'(x)$		\parallel	$+$	$f(x)$	\searrow	\parallel	\nearrow	2
x	$-\infty$	0	$+\infty$												
$f'(x)$		\parallel	$+$												
$f(x)$	\searrow	\parallel	\nearrow												
Δ1			1												
			1												
		<p>Παρατήρηση: 2 μόρια για την τοποθέτηση της πρώτης γραμμής και τον περιορισμό του 0</p> <p>1 μόριο για τα πρόσημα και 1 μόριο για το συμπέρασμα της μονοτονίας</p>	7												



ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ – ΘΕΜΑ Δ

- Δεν πρέπει να ξεχνάμε να γράψουμε στοιχεία που μας οδηγούν από το ένα βήμα στο επόμενο, καθώς όπως παρατηρούμε εδώ, η μονοτονία της συνάρτησης που αναφέρεται, λαμβάνει ένα (1) μόριο

Δ2. Να δείξετε ότι για κάθε $x \in [-4, -1]$ ισχύει:

$$-1 \leq f(x) \leq -\frac{1}{16}$$

Μονάδες 6

Δ2	$(-4 \leq x \leq -1) \stackrel{f \downarrow}{\Rightarrow} (f(-4) \geq f(x) \geq f(-1)) \text{ \u03c9\u03c4\u03b1\u03c1\u03b5 } (-1 \leq f(x) \leq -\frac{1}{16})$	1+1+2+2	6
	2ος \u03c4\u03c1\u03cc\u03c0\u03bf\u03c2: $(-4 \leq x \leq -1) (16 \geq x^2 \geq 1) (\frac{1}{16} \leq \frac{1}{x^2} \leq 1) (-\frac{1}{16} \geq -\frac{1}{x^2} \geq -1)$	1+2+2+1	



ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ – ΘΕΜΑ Δ

- Ο 2^{ος} τρόπος αξιοποιεί ύλη που βρίσκεται στο βιβλίο του ΓΕΛ, βασική προϋπόθεση όμως για τη χρήση του είναι η πλήρης εφαρμογή των απαιτούμενων και παράθεση όλων των στοιχείων που απαιτούνται, ειδάλλως υπάρχει απώλεια μορίων

Δ3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ϵ) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $M(1, f(1))$.

Μονάδες 6

Δ3	<p><u>1^{ος} τρόπος:</u> ($\epsilon: y = \lambda x + \beta$) με ($\lambda = f'(1) = 2$ τότε $\epsilon: y = 2x + \beta$) (για $x = 1, y = f(1) = -1$) (το σημείο $M(1, -1) \in (\epsilon)$) ($-1 = 2 + \beta \Rightarrow \beta = -3$) συνεπώς ($\epsilon: y = 2x - 3$)</p>	1+1 1+1+1 1	6
	<p><u>2^{ος} τρόπος:</u> ($\lambda = f'(1) = 2$) και ($f(1) = -1$) άρα ($y - f(1) = f'(1)(x - 1)$) ($y + 1 = 2(x - 1)$) οπότε ($y = 2x - 3$)</p>	1+1+2 1+1	



ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ – ΘΕΜΑ Δ

- Κατά τη λύση του ερωτήματος αξιοποιείται εφαρμογή του βιβλίου, η οποία αναφέρεται και αναλύεται επαρκώς στο σχολικό εγχειρίδιο
- Για τη χρήση της δεν απαιτείται ιδιαίτερη αναφορά σε αυτή, αλλά η απευθείας εφαρμογή της
- Η έκφραση των αποτελεσμάτων με ποσοστά, αντί των δεκαδικών, δεν επηρεάζει τη μοριοδότηση

Δ4. Αν $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $\Gamma(x_3, y_3)$ είναι σημεία της εφαιπτομένης (ε) τέτοια ώστε οι τετμημένες τους x_1, x_2, x_3 να έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 4$ και τυπική απόκλιση $s_x = 2$, να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV των τεταγμένων y_1, y_2, y_3 .

Μονάδες 6

	$(y_i = 2x_i - 3)$ συνεπώς $(\bar{y} = 2\bar{x} - 3) \Rightarrow (\bar{y} = 2 \cdot 4 - 3 = 5)$ και	1+1+1	
Δ4	$(s_y = 2s_x = 2 \cdot 2 = 4)$ και $(CV = \frac{s_y}{\bar{y}})$ συνεπώς $(CV = \frac{4}{5} = 0,8)$		6
	Παρατήρηση: Αν χρησιμοποιήσει ποσοστά στα αποτελέσματα παίρνει τα μόρια .	1+1+1	



ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

- Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο
- Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα
- Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**
- Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή
- Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων
- Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10:00 π.μ.**



ΓΕΝΙΚΑ ΣΧΟΛΙΑ

- **Γράφω τα προσωπικά μου στοιχεία μόνο εκεί που θα μου υποδείξουν οι επιτηρητές**
- **Έχω πάντα μαζί μου την ταυτότητά μου και το δελτίο εξεταζομένου**
- **Δεν γράφω περιττές πληροφορίες** στο γραπτό μου, απλά κάνουν πιο δύσκολη τη διόρθωση, αφού καλείται ο διορθωτής να ανακαλύψει το πού βρίσκονται οι απαντήσεις
- Δεν γράφω το ονοματεπώνυμό μου στο τετράδιο των απαντήσεων, ή οποιοδήποτε άλλο σημάδι ή υπογραφή, το οποίο θα μπορούσε να θεωρηθεί από τον επιτηρητή πως μπορεί να προδώσει στο βαθμολογικό κέντρο την ταυτότητά μου. Στην περίπτωση που ο επιτηρητής θεωρήσει πως υπάρχει κάποιο τέτοιο στοιχείο, μπορεί να ενημερώσει την επιτροπή των εξετάσεων, με τον κίνδυνο να **μηδενιστεί** το γραπτό
- **Δε χρησιμοποιώ στυλό που σβήνει.** Το στυλό αυτό σβήνει με τη θερμότητα, γεγονός που καθιστά πιθανό το γραπτό, μέσα στη ζέστη του Ιουνίου, να φτάσει στο βαθμολογικό κέντρο σβησμένο
- Κάνω καλή διαχείριση του χρόνου
- Αφήνω το ερώτημα που με δυσκολεύει για αργότερα, αξιοποιώ όμως τα δεδομένα που μου ζητά να βρω, για την επίλυση των επόμενων ερωτημάτων
- **Δεν** αφήνω κανένα ερώτημα αναπάντητο, θυμάμαι πως κάθε «*γραμμή*» της απάντησής μου μοριοδοτείται ξεχωριστά
- Πίσω από τη φράση «*Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή*», ελλοχεύει ο κίνδυνος να δοθεί απάντηση η οποία μπορεί είναι ελλιπής, λανθασμένη, ή ακόμη ο διορθωτής να μη γνωρίζει το συγκεκριμένο θεώρημα ή εφαρμογή. Αν χρησιμοποιηθεί γνώση που δεν περιλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη, είναι υποχρεωτικό να παρουσιαστεί και να αναλυθεί επαρκώς. Επίσης, η κατανομή των μορίων σε μία λύση που δεν περιλαμβάνεται στις προτεινόμενες, θα πρέπει να περάσει από την επιτροπή του βαθμολογικού κέντρου



ΓΕΝΙΚΑ ΣΧΟΛΙΑ

▪ Συστατικά στοιχεία επιτυχίας

- Σωστή προετοιμασία
- Μελέτη τόσο της θεωρίας, όσο και των ασκήσεων
- Κατανόηση του σχολικού βιβλίου και της ύλης που αυτό περιέχει, καθώς τα θέματα βγαίνουν με βάση το περιεχόμενο του σχολικού βιβλίου και όχι από κάποιο από τα βοηθήματα της αγοράς
- Προσοχή στην επίλυση των ασκήσεων
- Προσοχή στη διατύπωση των απαντήσεων
- Απαντώ σε όλα τα ερωτήματα, ακόμη και αν για κάτι έχω αμφιβολία δε το αφήνω κενό, αφού κάθε λεπτομέρεια που έχει καταγραφεί θα μπορούσε να μου δώσει ένα (1) ακόμη μόριο
- Η αντιγραφή είναι αδύνατη και οι επιτηρητές είναι αυστηροί σε αυτό
- Οι επιτηρητές είναι καθηγητές, οι οποίοι πάντα έχουν διαφορετική ειδικότητα από το μάθημα που εξετάζεται, για παράδειγμα στα μαθηματικά να επιτηρούν φιλόλογοι
- Ηλεκτρονικές συσκευές όπως **smartwatch** και κινητά καλό είναι να παραδίδονται πριν την εξέταση, αφού η προσπάθεια αντιγραφής θα πέσει στο κενό, η χρήση τους απαγορεύεται και ακόμη και ένα μήνυμα ή μία κλήση από κάποιον, είναι παράγοντες που θα οδηγήσουν στο μηδενισμό του γραπτού
- Όσο ο επιτηρητής κοιτά το γραπτό για παρατυπίες και κλείνει το γραπτό υπογράφοντας στο τέλος του, προσέχω να υπογράψω εκεί που πραγματικά τελειώνει το σύνολο των απαντήσεών μου, καθώς ο διορθωτής θα φτάσει μέχρι το σημείο αυτό και θα σταματήσει

