

Να αποδείξετε ότι, η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτεινούςας.

Απόδειξη: Έστω το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 1L$) και $A\Delta$ η διάμεσος προς την υποτεινούσα.

Προεκτείνουμε τη διάμεσο $A\Delta$ κατά ίσο τμήμα ΔE .

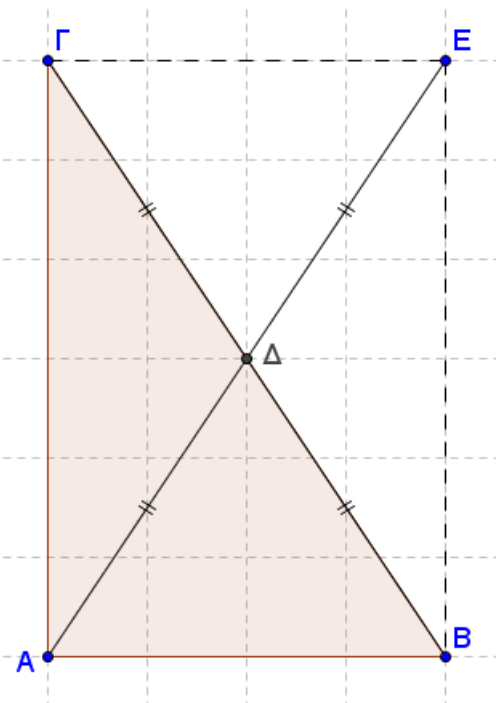
Το τετράπλευρο $ABE\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο, αφού οι διαγώνιοί του διχοτομούνται.

Επιπλέον το παραλληλόγραμμο $ABE\Gamma$ έχει τη γωνία του $\hat{A} = 1L$, επομένως το $ABE\Gamma$ θα είναι ορθογώνιο.

Γνωρίζοντας πως οι διαγώνιοι του ορθογωνίου είναι μεταξύ τους ίσες, τότε:

$$AE = B\Gamma \Rightarrow 2A\Delta = B\Gamma \Rightarrow A\Delta = \frac{B\Gamma}{2}$$

(ὅπερ ἔδει δεῖξαι)



Να αποδείξετε ότι, αν η διάμεσος ενός τριγώνου ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτεινούσα την πλευρά αυτή.

Απόδειξη: Έστω το τρίγωνο $AB\Gamma$ και $A\Delta$ η διάμεσος προς την πλευρά $B\Gamma$.

Προεκτείνουμε τη διάμεσο $A\Delta$ κατά ίσο τμήμα ΔE .

Το τετράπλευρο $ABE\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο, αφού οι διαγώνιοί του διχοτομούνται.

Επιπλέον το παραλληλόγραμμο $ABE\Gamma$ έχει ίσες διαγώνιους, επομένως το $ABE\Gamma$ θα είναι ορθογώνιο.

Κατά συνέπεια, $\hat{A} = 1L$.

(ὅπερ ἔδει δεῖξαι)