

Geogebra

Ψηφιακά Μαθηματικά

Geogebra

- Τι είναι:
 - Δυναμικό Λογισμικό Μαθηματικών (DMS) για τη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών για όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης.
- Αφορά:
 - Γεωμετρία
 - Άλγεβρα
 - Λογισμό

Geogebra

- Δημιουργήθηκε για να βοηθήσει τους μαθητές να κατανοήσουν (καλύτερα) μαθηματικές έννοιες
- Χρησιμοποιείται για
 - ενεργή και
 - προσανατολισμένη σε προβλήματα διδασκαλία
- Ενισχύει
 - τον πειραματισμό και
 - την διερεύνηση

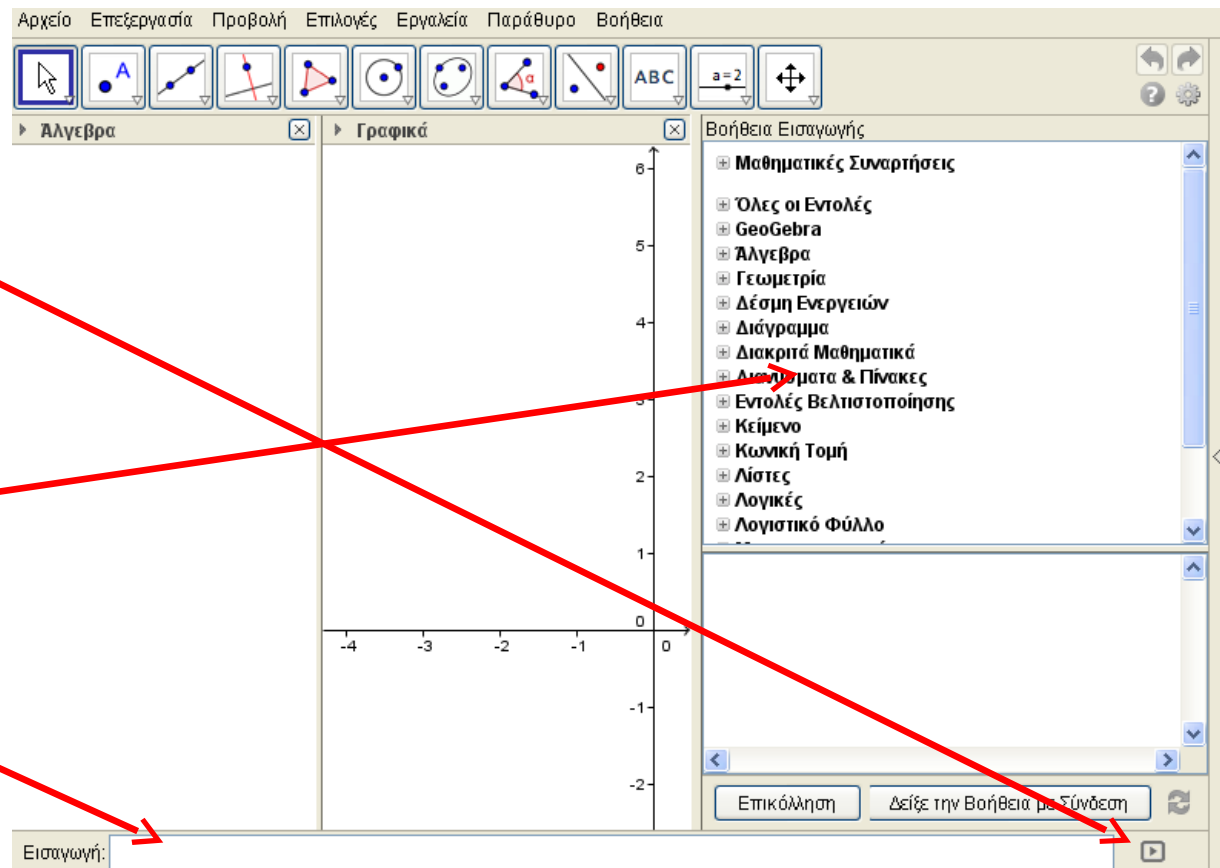
Geogebra: Διεπαφή

- Γραμμή Εντολών και Εντολές

Εμφάνιση /
Απόκρυψη
Εντολών

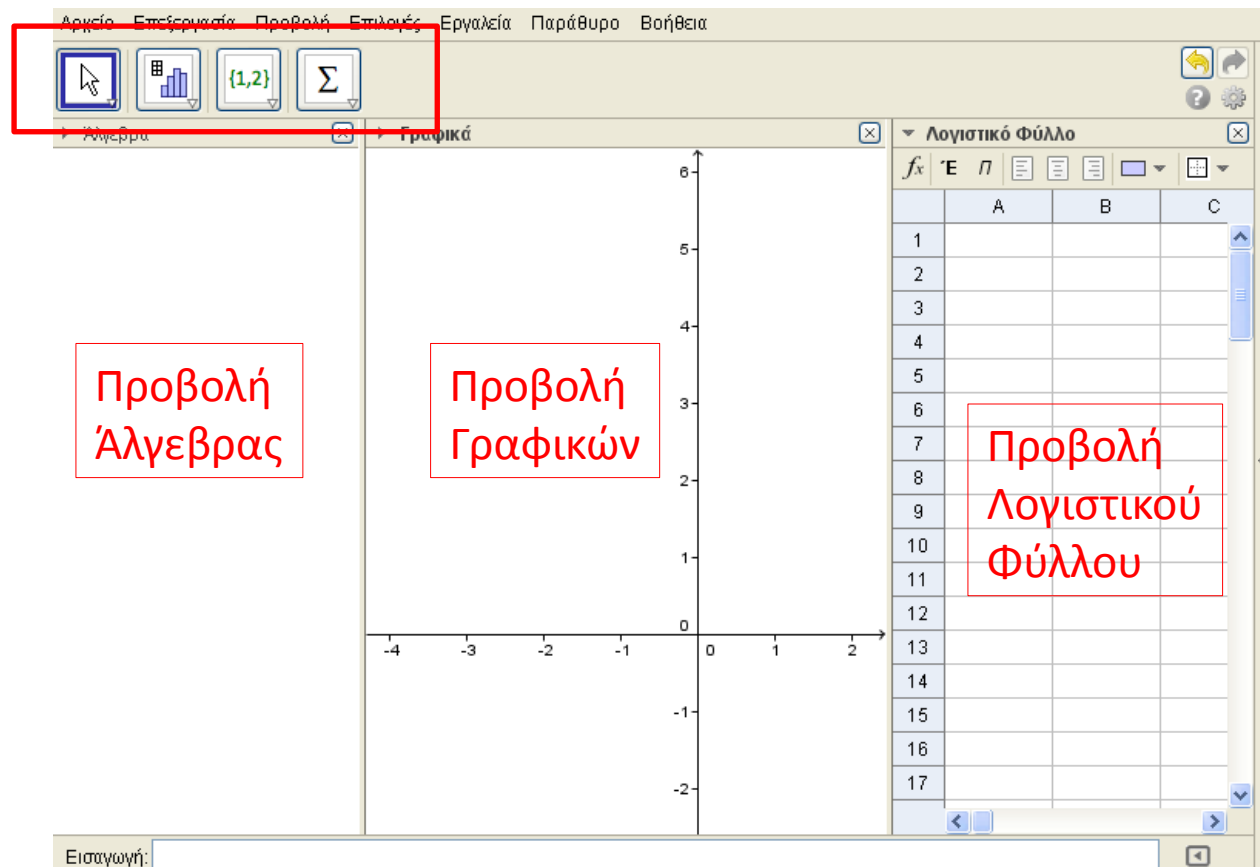
Διαθέσιμες
Εντολές

Γραμμή
Εντολών



Geogebra: Διεπαφή

- Προβολές

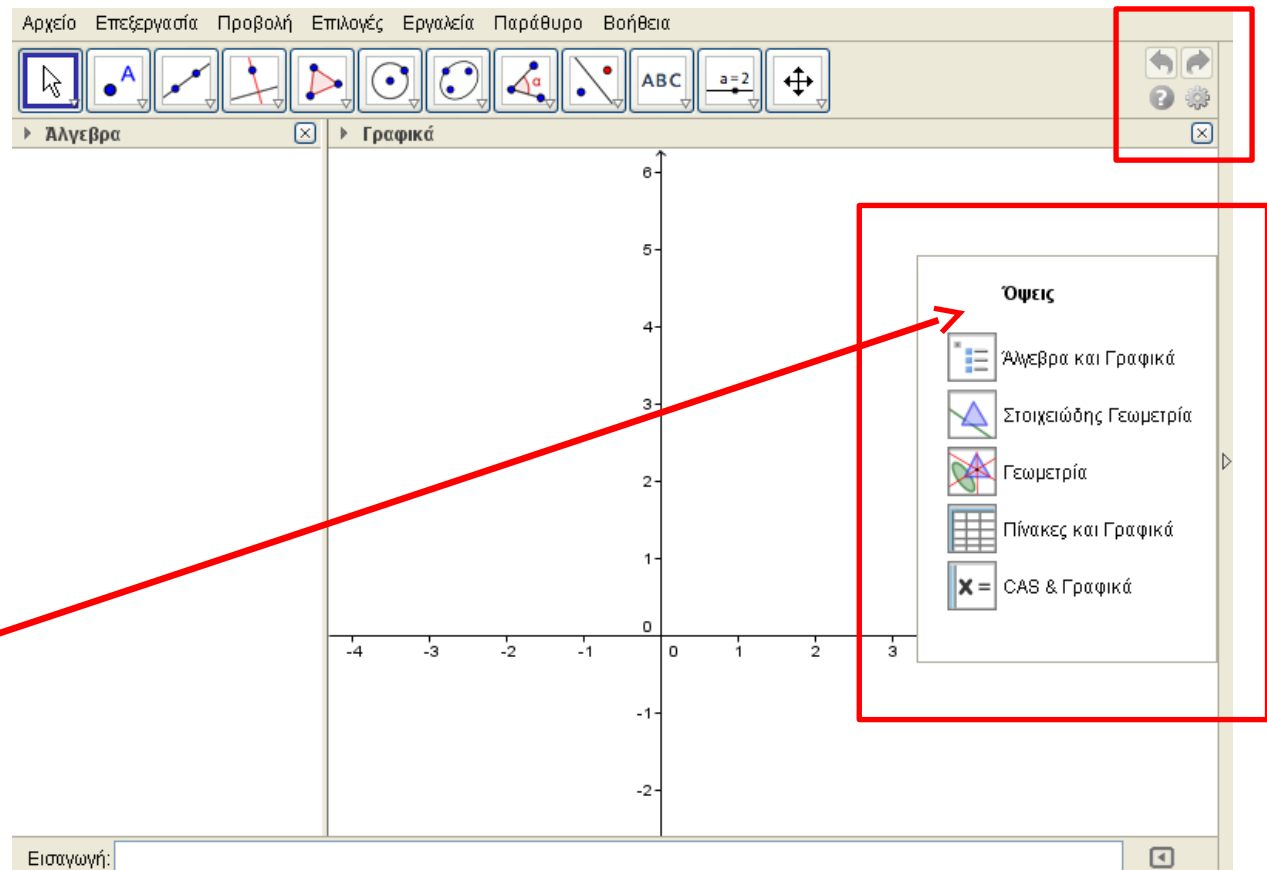


Geogebra: Διεπαφή

- Όψεις (Views)

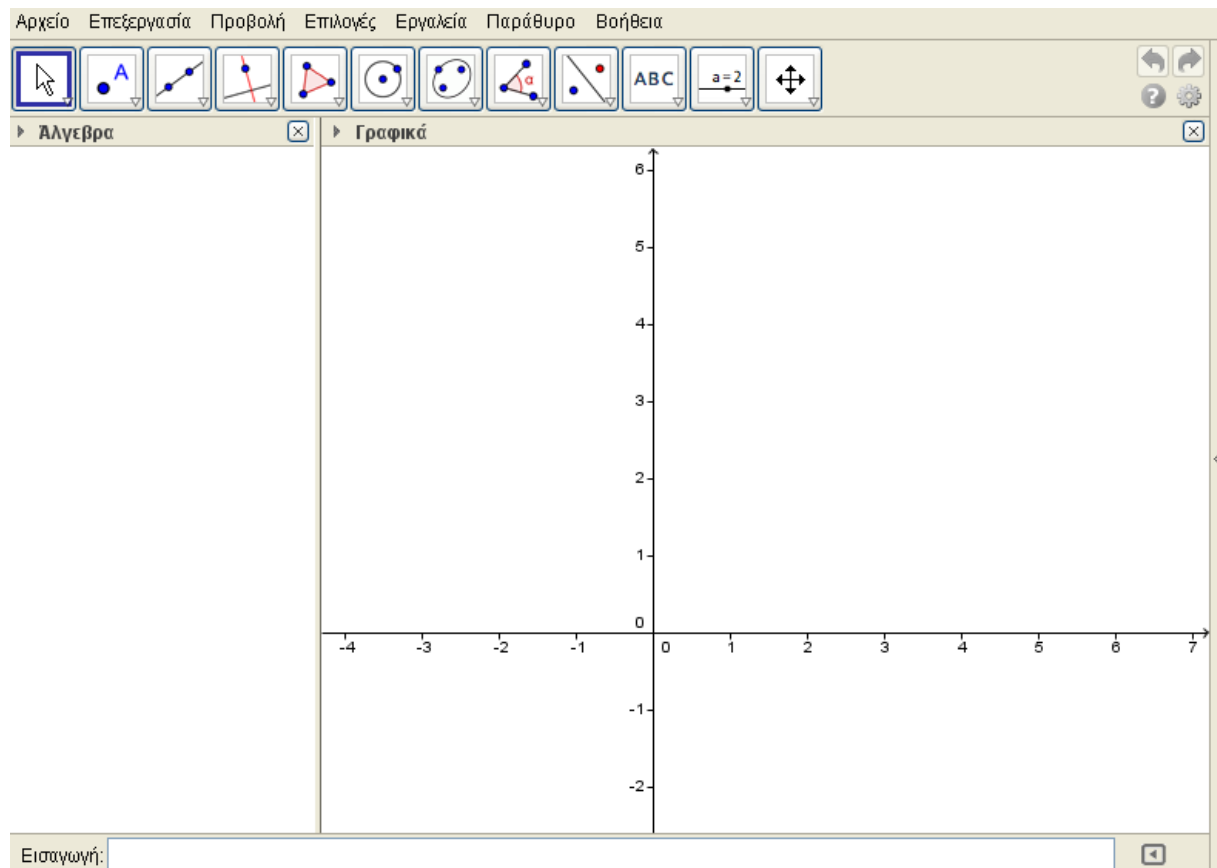
Γραμμή
Εργαλείων

Όψεις



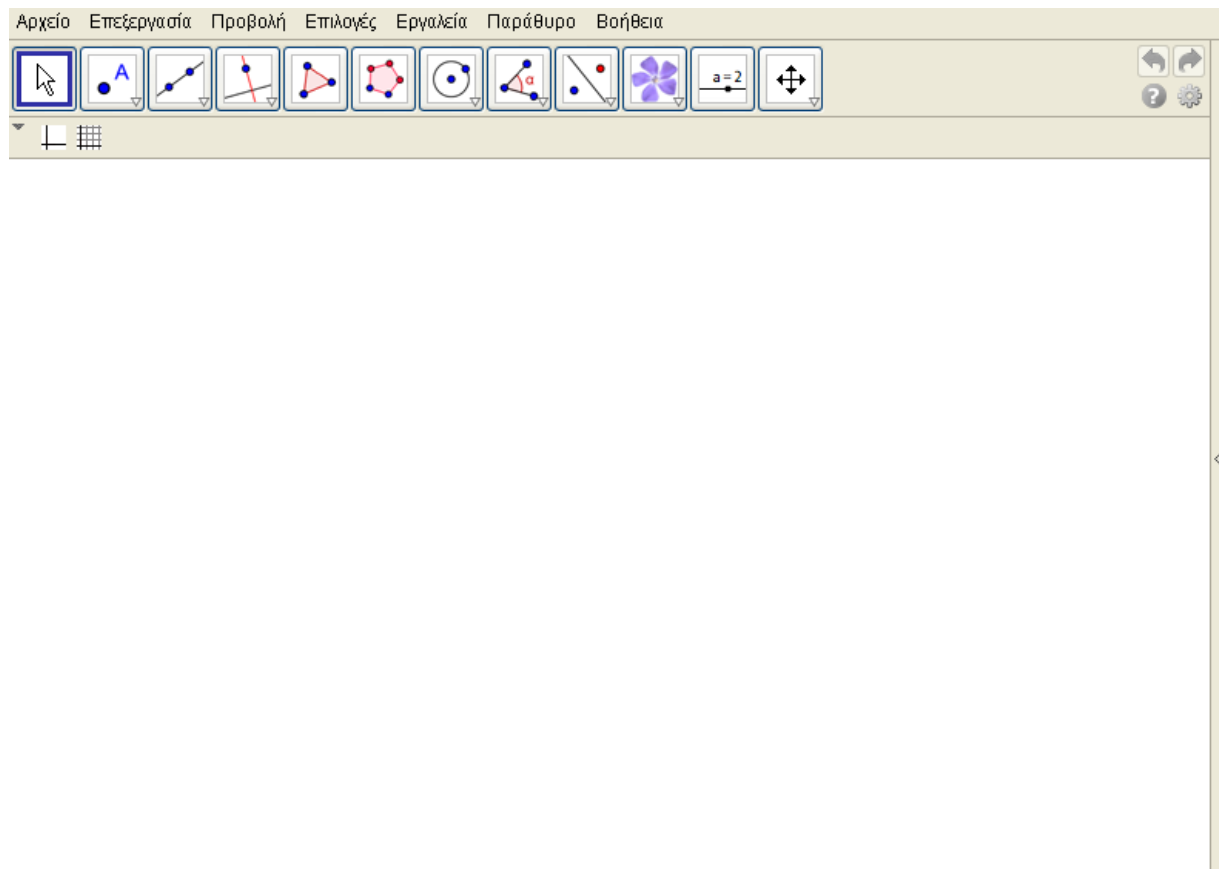
Geogebra: Διεπαφή

- Άλγεβρα και Γραφικά



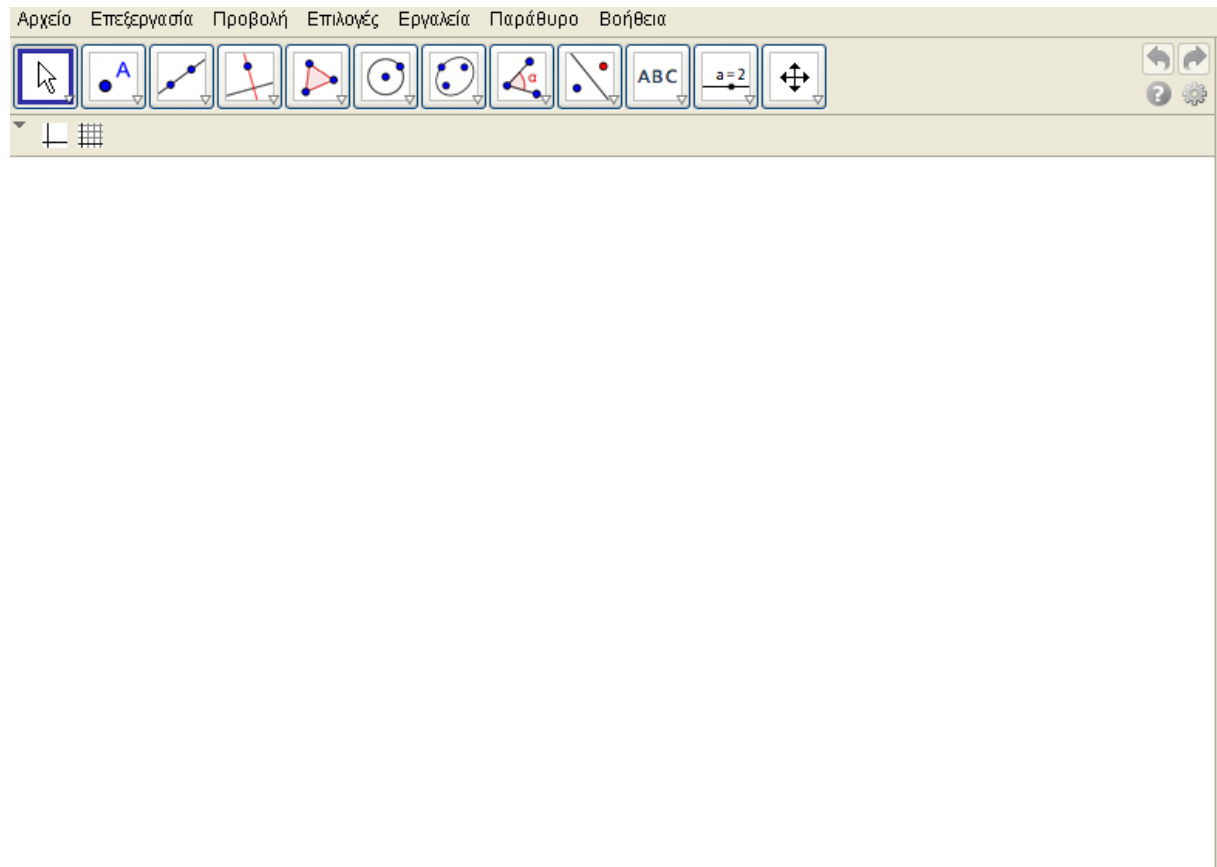
Geogebra: Διεπαφή

- Στοιχειώδης Γεωμετρία



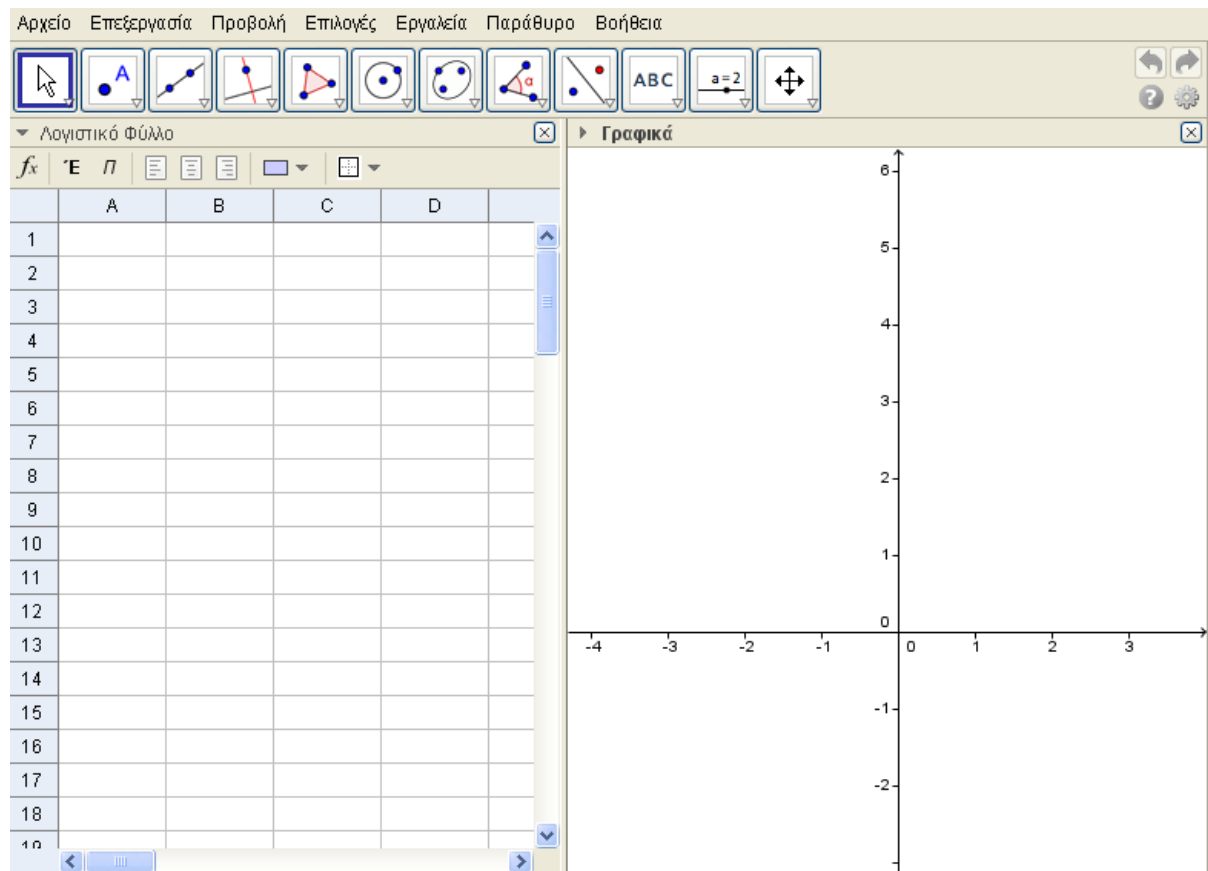
Geogebra: Διεπαφή

- Γεωμετρία



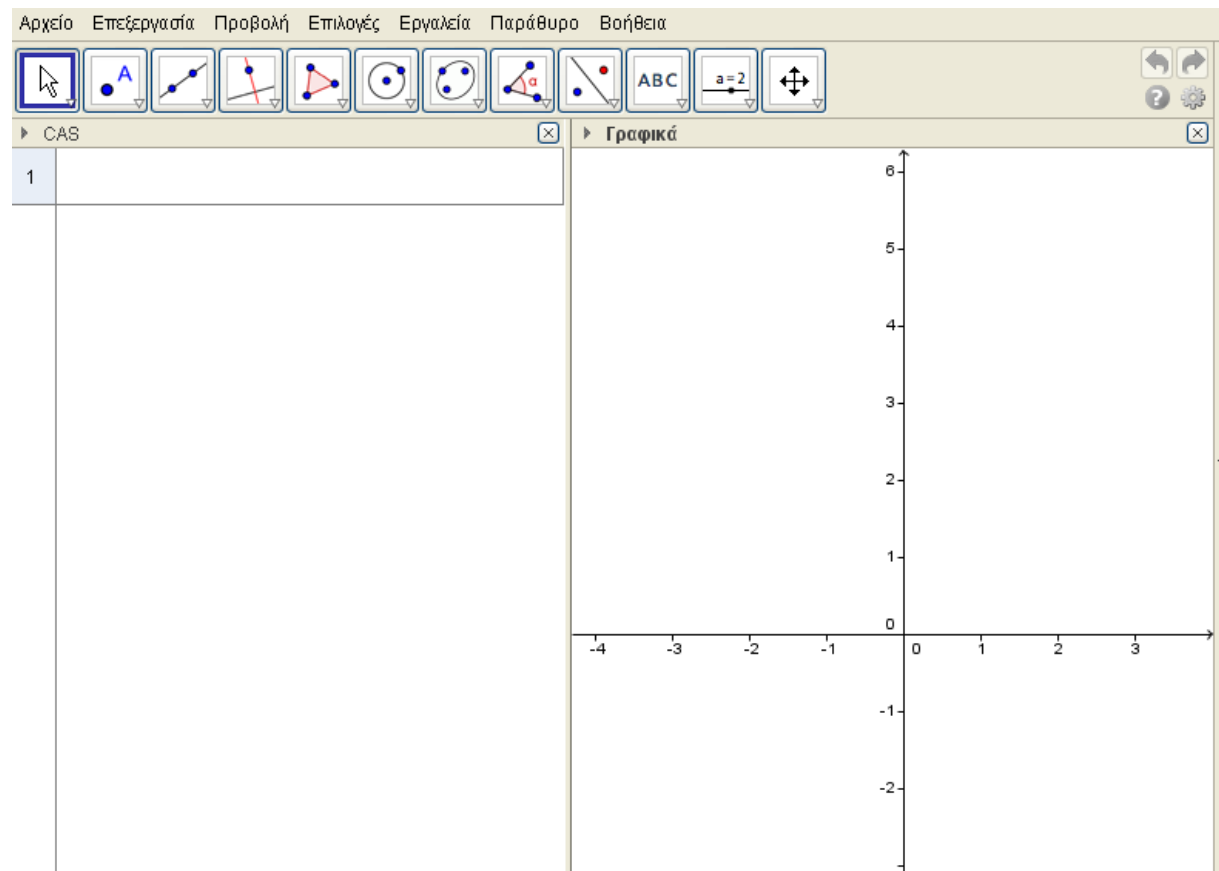
Geogebra: Διεπαφή

- Πίνακες και Γραφικά



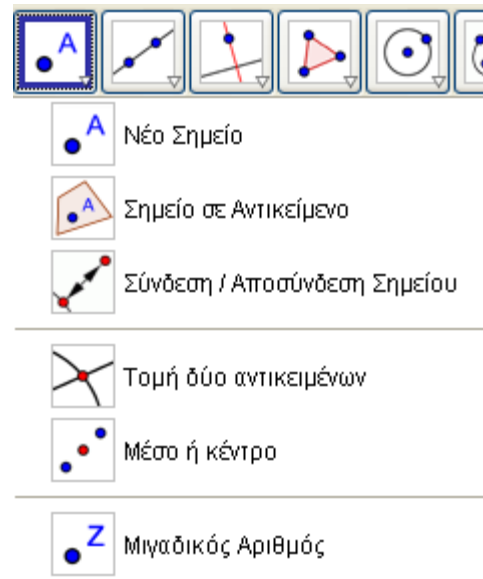
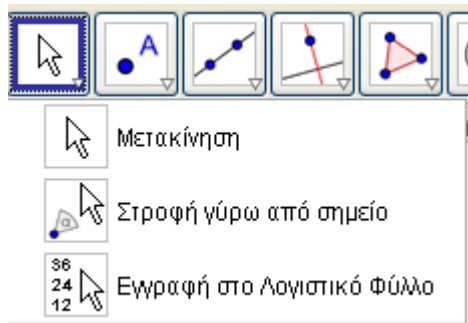
Geogebra: Διεπαφή

- Computer Algebra System (CAS) και Γραφικά




Geogebra: Διεπαφή

- Εργαλειοθήκες



Geogebra: Διεπαφή

- Εργαλειοθήκες



Κάθετη γραμμή

Παράλληλη γραμμή

Μεσοκάθετη Τμήματος


Διχοτόμος Γωνίας

Εφαπτόμενες

Πολική ή διαμετρική ευθεία

Καλύτερη κατάλληλη γραμμή

Γεωμετρικός τόπος

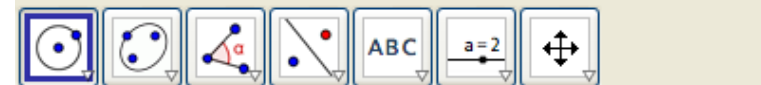


Πολύγωνο

Κανονικό πολύγωνο

Σταθερό Περιστρεφόμενο Πολύγωνο

Πολύγωνο Διανυσμάτων



Κύκλος με κέντρο που διέρχεται από ένα σημείο

Κύκλος με Κέντρο και ακτίνα

Διαβήτης

Κύκλος που διέρχεται από τρία σημεία

Ημικύκλιο που περνά από Δύο Σημεία

Κυκλικό Τόξο με κέντρο που διέρχεται από δύο σημεία

Περίμετρος Κυκλικού Τόξου που διέρχεται από Τρία Σημεία

Κυκλικός Τομέας με Κέντρο που διέρχεται από Δύο Σημεία

Περίμετρος Κυκλικού Τομέα που διέρχεται από Τρία Σημεία

Geogebra: Διεπαφή

- Εργαλειοθήκες



Κύκλος με κέντρο που διέρχεται από ένα σημείο

Κύκλος με Κέντρο και ακτίνα

Διαβήτη

Κύκλος που διέρχεται από τρία σημεία

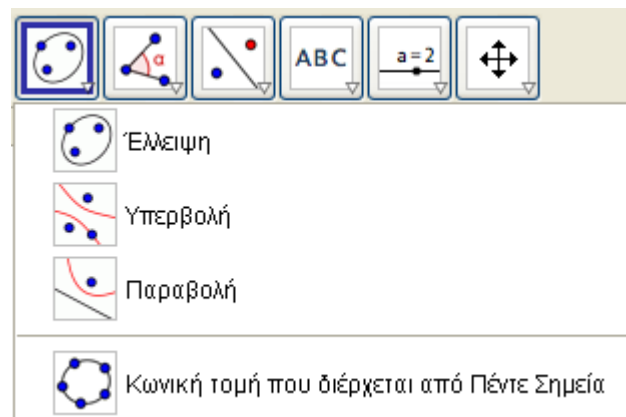
Ημικόκλιο που περνά από Δύο Σημεία

Κυκλικό Τόξο με κέντρο που διέρχεται από δύο σημεία

Περίμετρος Κυκλικού Τόξου που διέρχεται από Τρία Σημεία

Κυκλικός Τομέας με Κέντρο που διέρχεται από Δύο Σημεία

Περίμετρος Κυκλικού Τομέα που διέρχεται από Τρία Σημεία



Έλλειψη

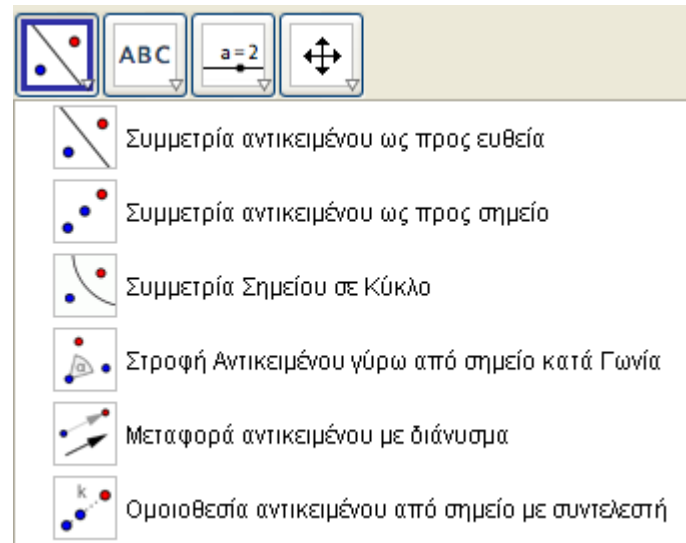
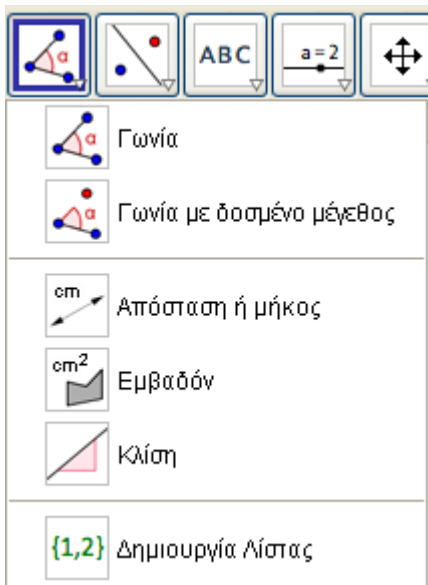
Υπερβολή

Παραβολή

Κωνική τομή που διέρχεται από Πέντε Σημεία

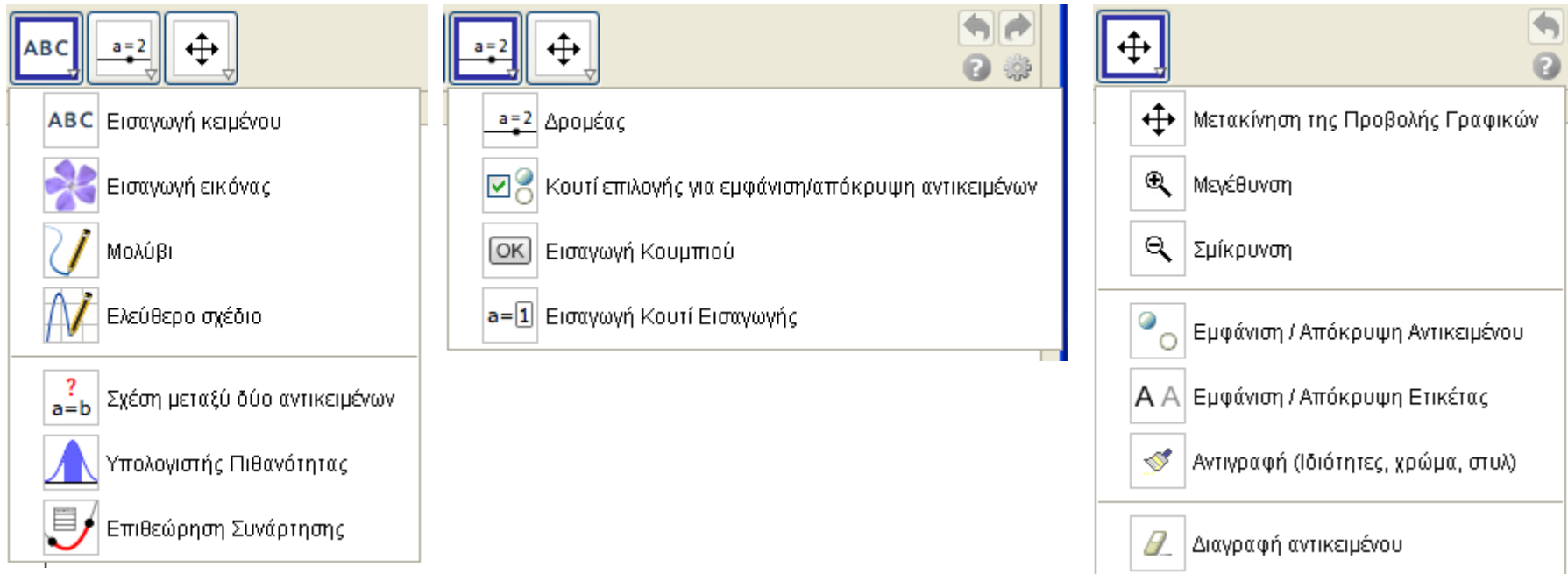
Geogebra: Διεπαφή

- Εργαλειοθήκες



Geogebra: Διεπαφή

- Εργαλειοθήκες



Χρήσιμο Υλικό

- Manual
 - GeoGebra 4.2 Manual
(http://wiki.geogebra.org/en/Manual:Main_Page)

Χρήσιμο Υλικό

- Tutorial

(http://wiki.geogebra.org/en/Tutorial:Main_Page)

- Getting Started
- Tutorials For Beginners
- Tutorials For Experts
- Tutorials for Administrators
- References for Programmers
- Video Tutorials

- GeoGebra's YouTube channel

(<http://www.youtube.com/user/GeoGebraChannel>)

Χρήσιμο Υλικό

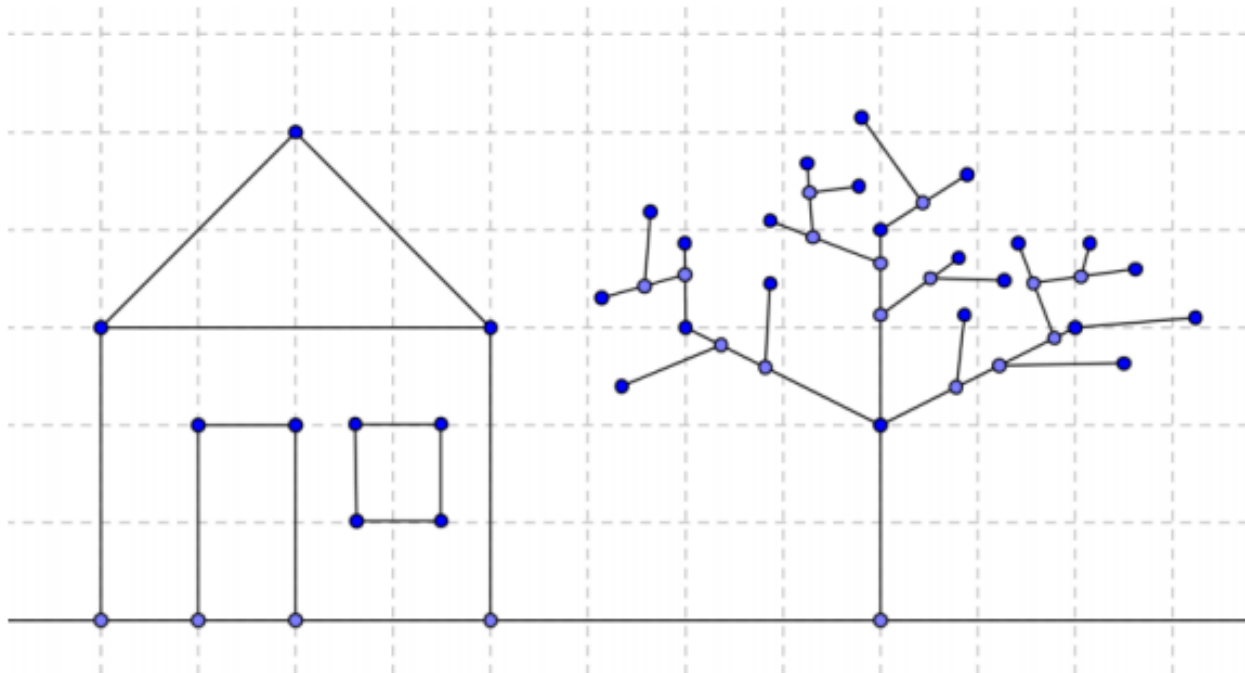
- GeoGebra's YouTube channel
 - Free K-12 GeoGebra Workshops at GeoGebra-NA (<http://www.youtube.com/watch?v=bDNCz5-oSco&list=PL4F55D5A423719EC4>)
 - Ship Sailing from Port A to Port B – Challenge (<http://www.youtube.com/watch?v=n0EeSIHW4K4&feature=c4-overview-vl&list=PL4F55D5A423719EC4>)
 - Image: Reshape, Resize, Rotate – Tip (<http://www.youtube.com/watch?v=bmG1yRwEWOW&list=PL4F55D5A423719EC4>)
 - Color Theory (<http://www.youtube.com/watch?v=AybbS9Ur0Yw&list=PL4F55D5A423719EC4>)

Χρήσιμο Υλικό

- 28 Βίντεο Μαθήματα από τον Δημήτριο Ζαχαριάδη
 - (<http://geogebra.gr/index.php/2012-10-16-15-43-04/2012-11-17-15-06-50/55-28>)
 - (<http://blogs.sch.gr/dimzachari/category/3-%CE%BC%CE%B1%CE%B8%CE%B7%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B1-geogebra/>)
- Διδασκαλίες από τον Δημήτριο Ζαχαριάδη (<http://blogs.sch.gr/dimzachari/>)
 - Παράδειγμα: [139. Διδασκαλίες, Αριθμητική Δημοτικού](#)









Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 1
 - Σχεδιάστε το παρακάτω



Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 1
 - Χρησιμοποιήστε από την εργαλειοθήκη

	New Point <i>Hint: Click on the <i>Graphics View</i> or an already existing object to create a new point.</i>	New!
	Move <i>Hint: Drag a free object with the mouse.</i>	New!
	Line through Two Points <i>Hint: Click on the <i>Graphics View</i> twice or on two already existing points.</i>	New!
	Segment between Two Points <i>Hint: Click on the <i>Graphics View</i> twice or on two already existing points.</i>	New!
	Delete Object <i>Hint: Click on an object to delete it.</i>	New!
	Undo / Redo <i>Hint: Undo / redo a construction step by step (on the right side of the Toolbar).</i>	New!
	Move Graphics View <i>Hint: Click and drag the <i>Graphics View</i> to change the visible part.</i>	New!
	Zoom In / Zoom Out <i>Hint: Click on the <i>Graphics View</i> to zoom in / out.</i>	New!

Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 2

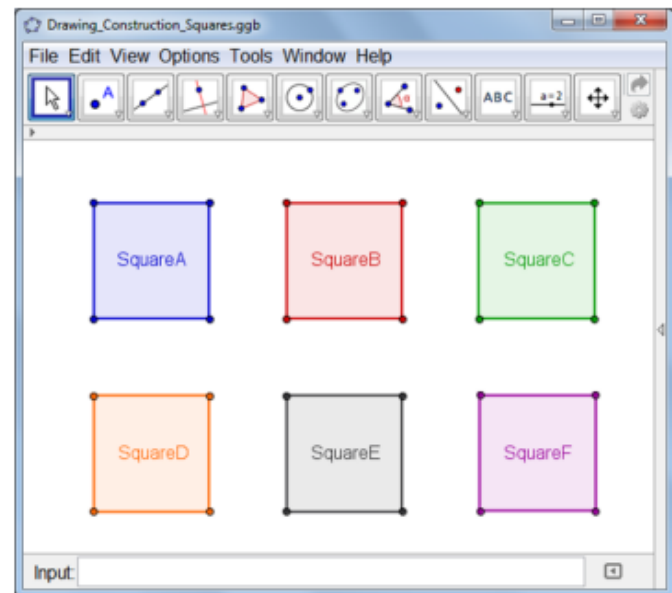
- Ανοίξετε την παρακάτω δραστηριότητα

- <http://www.geogebra.org/student/m25902>

- <http://www.geogebra.org/material/show/id/25902>

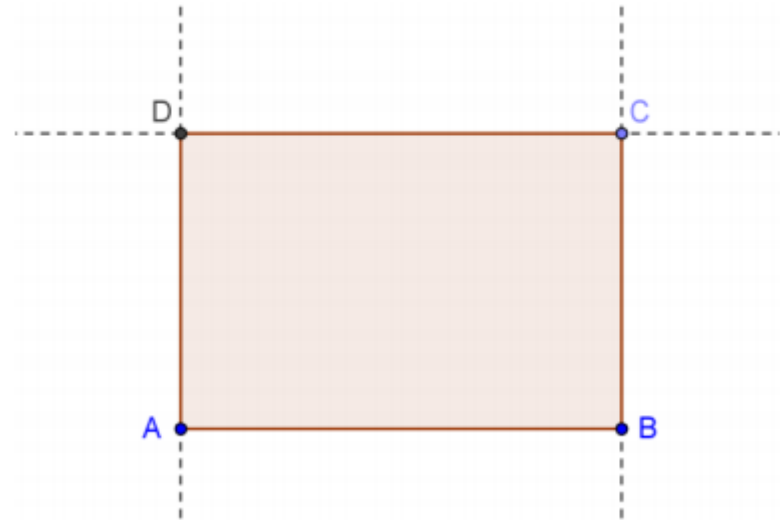
Εξετάστε τα τετράγωνα
με χρήση της λειτουργίας
μετακίνησης - drag

Drawing VS Construction












Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 3
 - Κατασκευή Ορθογωνίου



Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 3
 - Βήματα κατασκευής

1		Create segment AB .
2		Create a perpendicular line to segment AB through point B .
3		Insert a new point C on the perpendicular line.
4		Construct a parallel line to segment AB through point C .
5		Create a perpendicular line to segment AB through point A .
6		Construct intersection point D .
7		Create the polygon $ABCD$. <u>Hint</u> : To close the polygon click on the first vertex again.
8		Save the construction.
9		Apply the drag test to check if the construction is correct.

<http://www.geogebra.org/student/m25907>

Χρήσιμο Υλικό

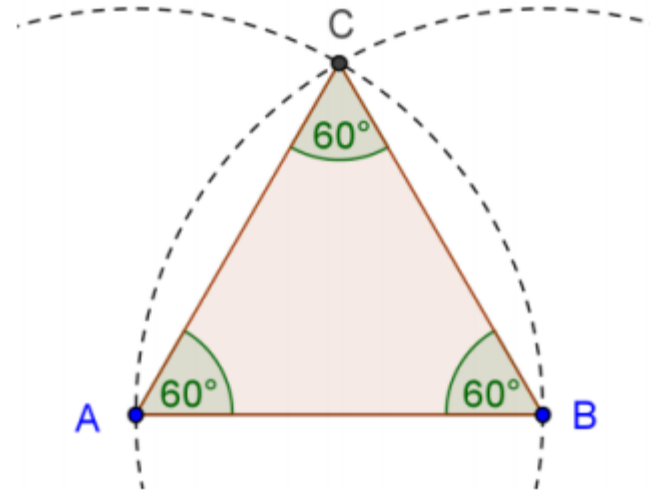
- Άσκηση 3
 - Επίδειξη

<http://www.geogebra.org/material/show/id/25907#>

<http://www.geogebra.org/student/m25907?mobile=true>










Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 4
 - Κατασκευή Ισόπλευρου Τριγώνου



Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 4
 - Βήματα κατασκευής

1		Create segment AB .
2		Construct a circle with center A through B . <u>Hint</u> : Drag points A and B to check if the circle is connected to them.
3		Construct a circle with center B through A .
4		Intersect both circles to get point C .
5		Create the polygon ABC in counterclockwise direction.
6		Hide the two circles.
7		Show the interior angles of the triangle by clicking somewhere inside the triangle. <u>Hint</u> : Clockwise creation of the polygon gives you the exterior angles!
8		Save the construction.
9		Apply the drag test to check if the construction is correct.

<http://www.geogebraTube.org/student/m25909>

Χρήσιμο Υλικό

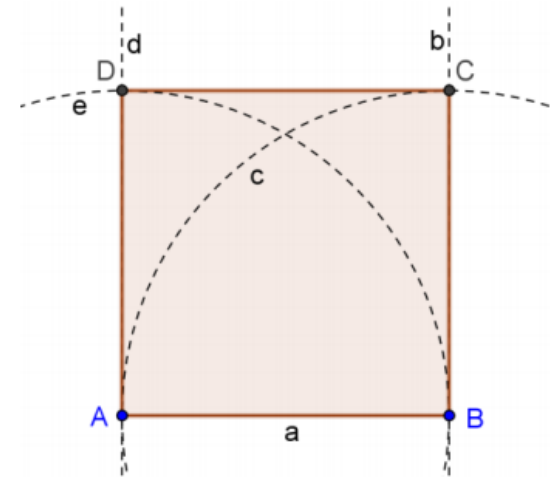
- Άσκηση 4
 - Επίδειξη

<http://www.geogebraTube.org/student/m25909>

<http://www.geogebraTube.org/student/m25909?mobile=true>

Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 5
 - Κατασκευή Τετραγώνου













- Ποια εργαλεία θα χρειαστείτε:

	Segment between Two Points
	Perpendicular Line
	Circle with Center through Point
	Intersect Two Objects

	Polygon
	Show / Hide Object
	Move

Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 5
 - Βήματα κατασκευής

1		Draw the segment $a = AB$ between points A and B .
2		Construct a perpendicular line b to segment AB through point B .
3		Construct a circle c with center B through point A .
4		Intersect the perpendicular line b with the circle c to get the intersection points C and D .
5		Construct a perpendicular line d to segment AB through point A .
6		Construct a circle e with center A through point B .
7		Intersect the perpendicular line d with the circle e to get the intersection points E and F .
8		Create the polygon $ABCE$. <u>Hint</u> : Don't forget to close the polygon by clicking on point A after selecting point E .
9		Hide circles and perpendicular lines.
10		Perform the drag test to check if your construction is correct.
11		Enhance your construction using the <i>Stylebar</i> .

<http://www.geogebraTube.org/student/m25910>

Χρήσιμο Υλικό

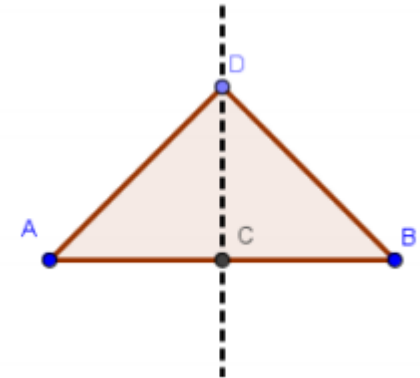
- Άσκηση 5
 - Επίδειξη

<http://www.geogebraTube.org/student/m25910>





<http://www.geogebraTube.org/student/m25910?mobile=true>

Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 6 (homework)
 - Κατασκευή Ισοσκελούς Τριγώνου



- Ποια εργαλεία θα χρειαστείτε:

	Segment between Two Points			New Point
	Midpoint or Center	New!		Polygon
	Perpendicular Line			Move

Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 7

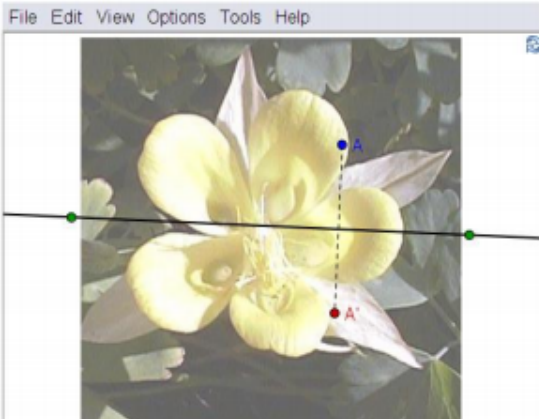
- Συμμετρία

- Κατεβάστε τη δραστηριότητα

<http://www.geogebra.org/student/m27273> <http://www.geogebra.org/student/m27273?mobile=true>

Axes of Symmetry

Below you can see a point **A** who was reflected at the line in order to create its image **A'**.












File Edit View Options Tools Help

1. **Drag point A** with the mouse along the outline of the flower. What do you notice? Write down your **observations**.
2. How many **axes of symmetry** does this flower have?
Hint: Drag the **green points** in order to **change the position of the line** of reflection. Then, repeat step (1) for every position of the line.
Hint: Press the keys **Ctrl + F** at the same time in order to **delete the traces**.
3. Make a **sketch** of this worksheet including the flower and all lines of symmetry you were able to find.

Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 7
 - Βήματα κατασκευής

1		Create a new point A .
2		Show the label of point A . <u>Hint:</u> The label style can be set in the <i>Stylebar</i> as well.
3		Construct a line of reflection through two points.
4		Create mirror point A at line to get image A' .
5		Create a segment between point A and its image A' .
6		Turn the <i>Trace on</i> for points A and A' . <u>Hint:</u> Right-click (MacOS: <i>Ctrl-click</i>) the point and select <i>Trace on</i> . Whenever point A is moved it leaves a trace in the <i>Graphics View</i> .
7		Move point A to draw a dynamic figure.
8		Insert the image you saved into the <i>Graphics View</i> . <u>Hint:</u> Click in the lower left corner of the <i>Graphics View</i> to insert the picture at this position.
9		Adjust the position of the inserted image.
10		Set the image as <i>Background Image</i> (<i>Properties dialog</i> , tab <i>Basic</i>).
11		Reduce the <i>Opacity</i> of the image (<i>Properties dialog</i> , tab <i>Color</i>). <u>Hint:</u> After specifying the picture as a background image you can't select it in the <i>Graphics View</i> any more.

Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 8
 - Κατασκευάστε το παρακάτω σχέδιο
- Ποια εργαλεία θα χρειαστείτε;

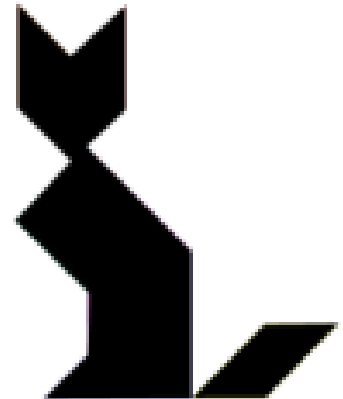
Νέο εργαλείο! Rotate Object around Point by Angle

Geogebra website -> Tutorials ->

σελίδα 55 στο Introduction to GeoGebra.pdf

<http://www.geogebraTube.org/student/m27288>

<http://www.geogebraTube.org/student/m27288?mobile=true>



Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 9

– Υπόλοιπο διαίρεσης αριθμού με το 3

Κατεβάστε την παρακάτω δραστηριότητα

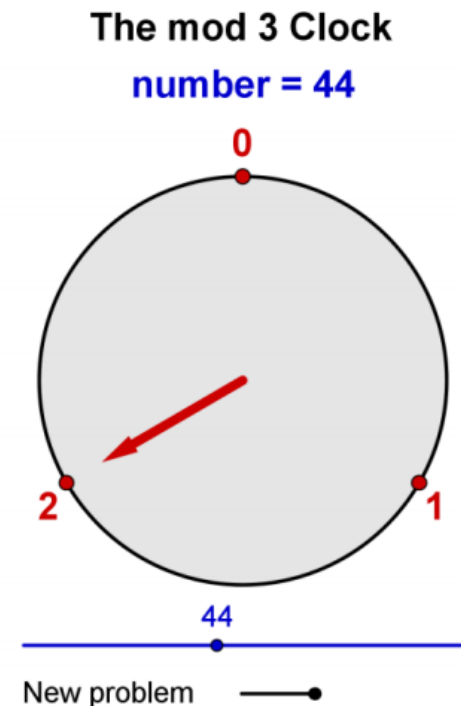
<http://www.geogebra.org/student/m27287>

<http://www.geogebra.org/student/m27287?mobile=true>

(Βήματα κατασκευής στο

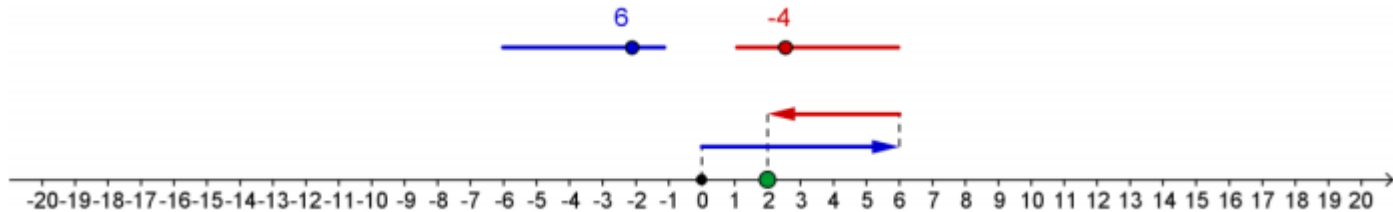
Geogebra website -> Tutorials ->

σελίδα 68 στο Introduction to GeoGebra.pdf)



Χρήσιμο Υλικό


- Άσκηση 10
 - Πρόσθεση - Αφαίρεση








Χρήσιμο Υλικό

• Άσκηση 10







– Βήματα κατασκευής

- Open a new GeoGebra window.
- Switch to *Perspectives* –  *Geometry*.
- Show the *Input Bar* (*View* menu).
- In the *Options* menu set *Labeling* to *All New Objects*.

1	Open the <i>Properties dialog</i> for the <i>Graphics View</i> . <u>Hint:</u> Choose  <i>Preferences</i> and then  <i>Graphics</i> .
2	On tab <i>xAxis</i> set the distance of tick marks to 1 by checking the box <i>Distance</i> and entering 1 into the text field.
3	On tab <i>Basic</i> set the <i>minimum</i> of the <i>x-Axis</i> to -21 and the <i>maximum</i> to 21.
4	On tab <i>yAxis</i> uncheck <i>Show yAxis</i> .
5	Close the <i>Properties dialog</i> for the <i>Graphics View</i> .
6	 Create a slider for number <i>a</i> with <i>Interval</i> -10 to 10 and <i>Increment</i> 1.
7	 Create a slider for number <i>b</i> with <i>Interval</i> -10 to 10 and <i>Increment</i> 1.
8	Show the value of the sliders instead of their names. <u>Hint:</u> <i>Stylebar</i> - <i>Set label style</i> - <i>Value</i>
9	 Create point $A = (0, 1)$.
10	Create point $B = A + (a, 0)$. <u>Hint:</u> The distance of point <i>B</i> to point <i>A</i> is determined by slider <i>a</i> .

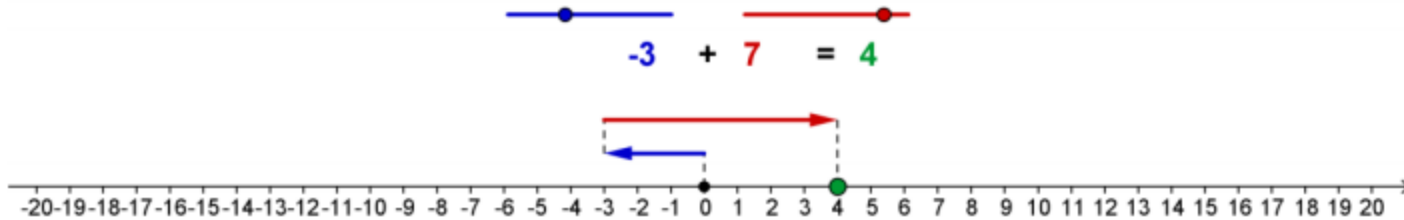
Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 10
 - Βήματα κατασκευής

11		Create a vector $u = \text{Vector}[A, B]$ which has the length a .
12		Create point $C = B + (0, 1)$.
13		Create point $D = C + (b, 0)$.
14		Create vector $v = \text{Vector}[C, D]$ which has the length b .
15		Create point $R = (x(D), 0)$. <u>Hint:</u> $x(D)$ gives you the x -coordinate of point D . Thus, point R shows the result of the addition on the number line.
16		Create point $Z = (0, 0)$.
17		Create segment $g = \text{Segment}[Z, A]$.
18		Create segment $h = \text{Segment}[B, C]$.
19		Create segment $i = \text{Segment}[D, R]$.
20		Use the <i>Properties dialog</i> to enhance your construction (e.g. match the color of sliders and vectors, line style, fix sliders, hide labels).


Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 10
 - Δυναμικό Κείμενο



Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 10
 - Βήματα κατασκευής

1		Calculate the result of the addition problem: $r = a + b$
2	ABC	Insert dynamic <i>text1</i> : a
3	ABC	Insert static <i>text2</i> : +
4	ABC	Insert dynamic <i>text3</i> : b
5	ABC	Insert static <i>text4</i> : =
6	ABC	Insert dynamic <i>text5</i> : r
7		Match the color of <i>text1</i> , <i>text3</i> and <i>text5</i> with the color of the corresponding sliders, vectors and point R.
8		Line up the text on the <i>Graphics View</i> .
9		Hide the labels of the sliders and fix the text (<i>Properties dialog</i>).
10		Export your interactive figure as a dynamic worksheet.

Χρήσιμο Υλικό

- Άσκηση 10
 - Υλοποιήσεις
 - <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/789>
 - <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/790>
 - <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/791>
 - <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/793>
 - <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/19626>

Χρήσιμο Υλικό

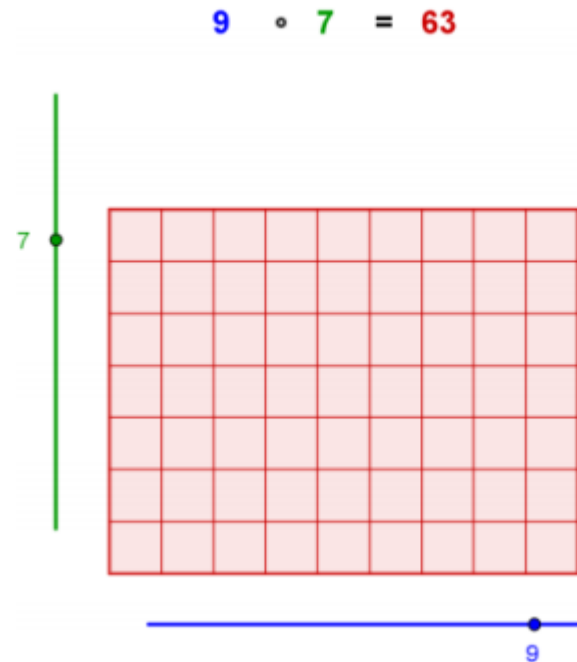
- Άσκηση 11 (homework)

- Πολλαπλασιασμός

(Βήματα κατασκευής στο

Geogebra website -> Tutorials ->

σελίδα 113 στο Introduction to GeoGebra.pdf)



Υλοποιήσεις:

- <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/12058>
- <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/13716>

Χρήσιμο Υλικό

- Επίδειξη 1
 - Αριθμητική
 - What is the Number? <http://www.geogebra.org/m/material/show/id/42656>
 - Sum of numbers with one digit <http://www.geogebra.org/m/material/show/id/7201>

Χρήσιμο Υλικό

- Επίδειξη 2
 - Συμμετρία
 - Folding and lines of symmetry in the square
 - <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/4044>
 - Adding Fractions <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/350>

Χρήσιμο Υλικό

- Επίδειξη 3
 - Σύγκριση
 - Comparing Size by Cut and Paste <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/1145>

Χρήσιμο Υλικό

- Επίδειξη 4

- Κλάσματα

- Fraction Addition (Number Line) <http://www.geogebra.org/material/show/id/919>
 - Adding Fractions <http://www.geogebra.org/material/show/id/350>
 - Add and subtract fractions <http://www.geogebra.org/material/show/id/41076>
 - Making comparisons 2 <http://www.geogebra.org/material/show/id/43475>
 - Fraction Strip Addition <http://www.geogebra.org/material/show/id/42659>
 - Visualizing fractions <http://www.geogebra.org/material/show/id/43099>
 - Visualize Equivalent Proper Fractions <http://www.geogebra.org/material/show/id/42658>

Χρήσιμο Υλικό

- Επίδειξη 5

- Γεωμετρία

- Recognize a triangle [http://
www.geogebraTube.org/material/show/id/19716](http://www.geogebraTube.org/material/show/id/19716)
 - Geometry of weight lifting! [http://
www.geogebraTube.org/material/show/id/43195](http://www.geogebraTube.org/material/show/id/43195)
 - Learning the Polygon [http://
www.geogebraTube.org/material/show/id/7531](http://www.geogebraTube.org/material/show/id/7531)
 - Find the Midpoint <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/9689>
 - All kinds of squares <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/292>

Χρήσιμο Υλικό

- Επίδειξη 6
 - Παιχνίδια
 - Hungry frog <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/43531>

Χρήσιμο Υλικό

- Επίδειξη 7

- Ήχοι

- Piano Keyboard

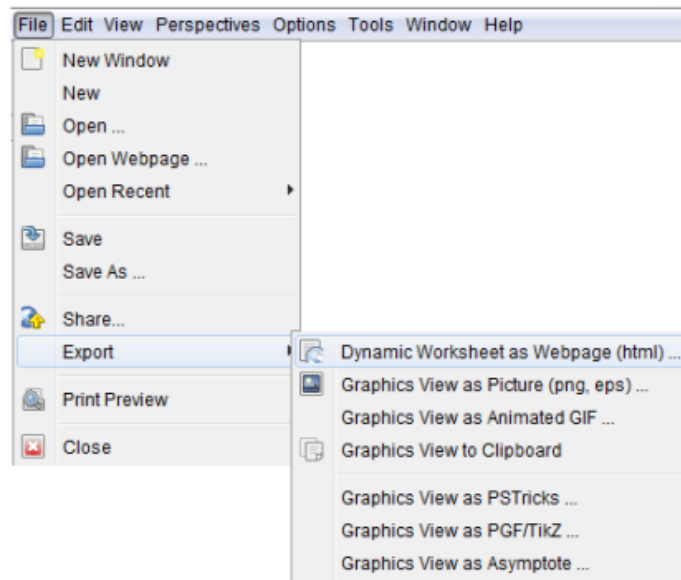
- <http://www.geogebraTube.org/material/show/id/4048>

Geogebra και Διαδίκτυο

- Εξαγωγή ως HTML

- *File – Export –
Dynamic Worksheet
as Webpage (html) ...*

Hint: You could also use
the key combination *Ctrl*
– *Shift* – *W* (MacOS:
Cmd – *Shift* – *W*).



Geogebra και Διαδίκτυο

- Embed

The screenshot shows the Geogebra interface for embedding an applet. At the top right, there are three buttons: 'Download', 'Embed', and 'Share'. The 'Embed' button is highlighted with a red box. Below these buttons, there is a 'Code (HTML)' section with a text area containing the following code:

```
<iframe scrolling="no"
src="http://www.geogebra.org/material/iframe/id/350
/width/800/height/668/border
/888888/rc/false/ai/false
/sdz/true/smb/false/stb/false
/stbh/true/ld/false/sri/true
">
```

Below the code is a 'Copy to Clipboard' button. To the right of the code, there are several settings:

- Enable Right Click, Zooming and Keyboard Editing
- Enable Dragging of Labels
- Show Icon to Reset
- Show Menu Bar
- Show Toolbar
- Show Input Bar
- Color of the border: #888888
- Preferred applet type: HTML5

- View as

- Java Applet
- HTML5 Applet

Βιβλιογραφία - Πηγές

- Geogebra (International)
 - geogebra.org
- Geogebra - Ελληνική Κοινότητα
 - geogebra.gr
- Geogebra Tube
 - geogebraTube.org
- Hohenwarter, M. & Preiner, J. (2007), Dynamic Mathematics with GeoGebra, *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, Volume 7