

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας υπολογισμού του ΑΕΠ μιας υποθετικής οικονομίας, στην οποία παράγεται ένα μόνο αγαθό. Έτος βάσης για τον υπολογισμό του Α.Ε.Π. είναι το τρίτο έτος.

Έτη	Ποσότητα (Q)	Τιμή (P)	Α.Ε.Π. σε τρέχουσες τιμές	Δείκτης Τιμών%	Α.Ε.Π. σε σταθερές τιμές
1	;	6	300	;	500
2	60	;	;	80	600
3	80	10	;	;	;
4	;	12	;	120	;

α) Αν είναι γνωστό ότι στο τέταρτο έτος ο πληθυσμός της οικονομίας ανέρχεται σε 200 άτομα και το κατά κεφαλήν Α.Ε.Π. σε σταθερές τιμές του τρίτου έτους είναι 5 χρηματικές μονάδες, κάνοντας τους κατάλληλους υπολογισμούς, να συμπληρώσετε τα κενά του πίνακα.

(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε το ποσοστό αύξησης της τιμής μεταξύ δεύτερου και τρίτου χρόνου.

(Μονάδες 3)

γ) Να εξηγήσετε:

i. Τι μετρά το ονομαστικό Α.Ε.Π. και τι το πραγματικό Α.Ε.Π. (μον. 4);

ii. Πότε μεταβάλλεται το ονομαστικό Α.Ε.Π. και πότε το πραγματικό Α.Ε.Π. (μον. 4);

iii. Ποιο από τα δύο μεγέθη είναι καλύτερο μέτρο σύγκρισης της ευημερίας μιας οικονομίας και γιατί (μον. 4);

(Μονάδες 12)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΘΕΜΑΤΟΣ 4^{ου}

$$\alpha) \text{ Κατά κεφαλήν πραγματικό ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}} = \frac{\text{Πραγματικό ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}}}{\text{Πληθυσμός}} \Rightarrow 5 = \frac{\text{Πραγματικό ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}}}{200} \Rightarrow$$

$$\text{Πραγματικό ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}} = 1000$$

Για το έτος 1 έχουμε:

$$\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 1}} \text{ σε τρέχουσες τιμές} = P_{\text{έτους 1}} \cdot Q_{\text{έτους 1}} \Rightarrow 300 = 6 \cdot Q_{\text{έτους 1}} \Rightarrow Q_{\text{έτους 1}} = 50$$

$$\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 1}} \text{ σε σταθερές τιμές}_{\text{έτους 3}} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 1}} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow 500 = \frac{300}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow \Delta T =$$

60

Για το έτος 2 έχουμε:

$$\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 2}} \text{ σε σταθερές τιμές}_{\text{έτους 3}} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 2}} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$600 = \frac{\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 2}} \text{ σε τρ.τιμές}}{80} \cdot 100 \Rightarrow \text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 2}} \text{ σε τρ. Τιμές} = 480$$

$$\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 2}} \text{ σε τρέχουσες τιμές} = P_{\text{έτους 2}} \cdot Q_{\text{έτους 2}} \Rightarrow 480 = P_{\text{έτους 2}} \cdot 60 \Rightarrow P_{\text{έτους 2}} = 8$$

Για το έτος 3 (έτος βάσης) έχουμε:

$$\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 3}} \text{ σε τρέχουσες τιμές} = P_{\text{έτους 3}} \cdot Q_{\text{έτους 3}} = 10 \cdot 80 = 800 = \text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 3}} \text{ σε σταθερές τιμές}_{\text{έτους 3}} \text{ και } \Delta T = 100$$

Για το έτος 4 έχουμε:

$$\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}} \text{ σε σταθερές τιμές}_{\text{έτους 3}} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$1000 = \frac{\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{120} \cdot 100 \Rightarrow \text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}} \text{ σε τρέχουσες τιμές} = 1200$$

$$\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}} \text{ σε τρέχουσες τιμές} = P_{\text{έτους 4}} \cdot Q_{\text{έτους 4}} \Rightarrow 1200 = 12 \cdot Q_{\text{έτους 4}} \Rightarrow Q_{\text{έτους 4}} = 100$$

Ο πίνακας συμπληρωμένος έχει ως εξής

Έτη	Ποσότητα (Q)	Τιμή (P)	Α.Ε.Π. σε τρέχουσες τιμές	Δείκτης Τιμών%	Α.Ε.Π. σε σταθερές τιμές
1	50	6	300	60	500
2	60	8	480	80	600
3	80	10	800	100	800
4	100	12	1200	120	1000

(Μονάδες 10)

$$\beta) \text{ Ποσοστό αύξησης των τιμών} = \frac{\Delta T_3 - \Delta T_2}{\Delta T_2} \cdot 100 = \frac{100 - 80}{80} \cdot 100 = 25\%$$

Το επίπεδο τιμών (εδώ η τιμή του ενός αγαθού που παράγεται) αυξάνεται κατά 25% μεταξύ δεύτερου και τρίτου χρόνου. **(Μονάδες 3)**

γ) i. Το ονομαστικό Α.Ε.Π. μετρά τη χρηματική αξία της συνολικής παραγωγής μιας οικονομίας σε τρέχουσες τιμές. Το πραγματικό Α.Ε.Π. μετρά το μέγεθος της παραγωγής σε σταθερές τιμές κάποιου τυχαία επιλεγμένου έτους βάσης (μον. 4).

ii. Το ονομαστικό ΑΕΠ αυξάνεται είτε επειδή έχει αυξηθεί η παραγωγή είτε επειδή έχουν αυξηθεί οι τιμές είτε επειδή έχουν αυξηθεί και τα δύο. Αντίθετα το πραγματικό ΑΕΠ αυξάνεται μόνο όταν έχει αυξηθεί η ποσότητα των παραγόμενων αγαθών και υπηρεσιών (μον. 4).

iii. Το ονομαστικό Α.Ε.Π. που μπορεί να μεταβληθεί είτε με μεταβολή ποσοτήτων είτε με μεταβολή τιμών δεν είναι καλό μέτρο εκτίμησης της πορείας μιας οικονομίας. Αντίθετα, το πραγματικό Α.Ε.Π. που διαφέρει από έτος σε έτος, μόνον αν κυμαίνονται οι παραγόμενες ποσότητες, είναι καλύτερο μέτρο σύγκρισης της ευημερίας μιας οικονομίας απ' ό,τι το ονομαστικό Α.Ε.Π. (μον. 4). **(Μονάδες 12)**

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας υπολογισμού του ΑΕΠ μιας υποθετικής οικονομίας, στην οποία παράγεται ένα μόνο αγαθό. Έτος βάσης για τον υπολογισμό του Α.Ε.Π. είναι το τρίτο έτος.

Έτη	Ποσότητα (Q)	Τιμή (P)	Α.Ε.Π. σε τρέχουσες τιμές	Δείκτης Τιμών%	Α.Ε.Π. σε σταθερές τιμές
1	;	6	300	;	500
2	60	;	;	80	600
3	80	10	;	;	;
4	;	12	;	120	;

α) Αν είναι γνωστό ότι στο τέταρτο έτος ο πληθυσμός της οικονομίας αυτής ανέρχεται σε 200 άτομα και το κατά κεφαλήν Α.Ε.Π. σε σταθερές τιμές του τρίτου έτους είναι 5 χρηματικές μονάδες, κάνοντας τους κατάλληλους υπολογισμούς, να συμπληρώσετε τα κενά του πίνακα.

(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε την πραγματική μεταβολή και στη συνέχεια την πραγματική ποσοστιαία μεταβολή του Α.Ε.Π., μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου έτους, σε σταθερές τιμές του δεύτερου έτους.

(Μονάδες 12)

γ) Για ποιους λόγους το Ακαθάριστο Εθνικό Προϊόν μίας οικονομίας μπορεί να διαφέρει από το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν; Τεκμηριώστε.

(Μονάδες 3)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΘΕΜΑΤΟΣ 4^{ου}

$$\alpha) \text{ Κατά κεφαλήν πραγματικό ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}} = \frac{\text{Πραγματικό ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}}}{\text{Πληθυσμός}} \Rightarrow 5 = \frac{\text{Πραγματικό ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}}}{200} \Rightarrow$$

$$\text{Πραγματικό ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}} = 1000$$

Για το έτος 1 έχουμε:

$$\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 1}} \text{ σε τρέχουσες τιμές} = P_{\text{έτους 1}} \cdot Q_{\text{έτους 1}} \Rightarrow 300 = 6 \cdot Q_{\text{έτους 1}} \Rightarrow Q_{\text{έτους 1}} = 50$$

$$\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 1}} \text{ σε σταθερές τιμές}_{\text{έτους 3}} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 1}} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow 500 = \frac{300}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow \Delta T =$$

60

Για το έτος 2 έχουμε:

$$\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 2}} \text{ σε σταθερές τιμές}_{\text{έτους 3}} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 2}} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$600 = \frac{\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 2}} \text{ σε τρ.τιμές}}{80} \cdot 100 \Rightarrow \text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 2}} \text{ σε τρ. Τιμές} = 480$$

$$\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 2}} \text{ σε τρέχουσες τιμές} = P_{\text{έτους 2}} \cdot Q_{\text{έτους 2}} \Rightarrow 480 = P_{\text{έτους 2}} \cdot 60 \Rightarrow P_{\text{έτους 2}} = 8$$

Για το έτος 3 (έτος βάσης) έχουμε:

$$\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 3}} \text{ σε τρέχουσες τιμές} = P_{\text{έτους 3}} \cdot Q_{\text{έτους 3}} = 10 \cdot 80 = 800 = \text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 3}} \text{ σε σταθερές τιμές}$$

έτους 3 και $\Delta T = 100$

Για το έτος 4 έχουμε:

$$\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}} \text{ σε σταθερές τιμές}_{\text{έτους 3}} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$1000 = \frac{\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{120} \cdot 100 \Rightarrow \text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}} \text{ σε τρέχουσες τιμές} = 1200$$

$$\text{ΑΕΠ}_{\text{έτους 4}} \text{ σε τρέχουσες τιμές} = P_{\text{έτους 4}} \cdot Q_{\text{έτους 4}} \Rightarrow 1200 = 12 \cdot Q_{\text{έτους 4}} \Rightarrow Q_{\text{έτους 4}} = 100$$

Ο πίνακας συμπληρωμένος έχει ως εξής

Έτη	Ποσότητα (Q)	Τιμή (P)	Α.Ε.Π. σε τρέχουσες τιμές	Δείκτης Τιμών %	Α.Ε.Π. σε σταθερές τιμές
1	50	6	300	60	500
2	60	8	480	80	600
3	80	10	800	100	800
4	100	12	1200	120	1000

(Μονάδες 10)

β) Κάνουμε έτος βάσης το δεύτερο έτος

$$\Delta T'_{\text{έτους 1}} = \frac{\Delta T_{\text{έτους 1}}}{\Delta T_{\text{εβ}}} \cdot 100 = \frac{60}{80} \cdot 100 = 75$$

$$\Delta T'_{\text{έτους 2}} = \frac{\Delta T_{\text{έτους 2}}}{\Delta T_{\text{εβ}}} \cdot 100 = \frac{80}{80} \cdot 100 = 100$$

$$\text{ΑΕΠ}'_{\text{έτους 1 σε σταθερές τιμές έτους 2}} = \frac{300}{75} \cdot 100 = 400$$

$$\text{ΑΕΠ}'_{\text{έτους 2 σε σταθερές τιμές έτους 2}} = \frac{480}{100} \cdot 100 = 480$$

Έτη	Ποσότητα	Τιμή	Α.Ε.Π. σε τρέχουσες τιμές	Δείκτης Τιμών %	Α.Ε.Π. σε σταθερές τιμές
1	50	6	300	75	400
2	60	8	480	100	480

πραγματική μεταβολή του ΑΕΠ μεταξύ των ετών 1-2 = 480-400 = 80 χρηματικές μονάδες και

πραγματική ποσοστιαία μεταβολή του ΑΕΠ μεταξύ των ετών 1-2 = $\frac{480-400}{400} \cdot 100 = 20\%$

(Μονάδες 12)

γ) Η διαφορά της εισροής εισοδημάτων από το εξωτερικό και της εκροής εισοδημάτων προς το εξωτερικό, λέγεται καθαρό εισόδημα από το εξωτερικό, το οποίο ως αποτέλεσμα μπορεί να είναι είτε θετικό είτε αρνητικό. Αν λοιπόν στο Α.Ε.Π. προστεθεί το Καθαρό Εισόδημα από το Εξωτερικό, προκύπτει το Ακαθάριστο Εθνικό Προϊόν (Α.ΕΘ.Π.).

Ακαθάριστο Εθνικό Προϊόν = Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν + Καθαρό Εισόδημα από το Εξωτερικό.

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας με τα στοιχεία μιας υποθετικής οικονομίας, στην οποία παράγεται ένα μόνο αγαθό. Έτος βάσης το 2018.

	Έτος 2018	Έτος 2019	Έτος 2020
Ποσότητα (σε κιλά)	2.000	;	2.200
Τιμή (σε ευρώ)	;	2	;
Συνολικός πληθυσμός (αριθμός ατόμων)	20	21	22
Ονομαστικό Α.Ε.Π.	4.000	;	;
Πραγματικό Α.Ε.Π.	;	;	;
Δείκτης τιμών (%), έτος βάσης 2018	100	;	;
Πραγματικό κατά κεφαλήν Α.Ε.Π.	;	200	;

α) Να συμπληρώσετε τα κενά του πίνακα παρουσιάζοντας τους σχετικούς υπολογισμούς, αν είναι γνωστό ότι το επίπεδο τιμών στο έτος 2020 είναι αυξημένο κατά 10% σε σχέση με το έτος βάσης. **(Μονάδες 12)**

β) Να υπολογίσετε την πραγματική ποσοστιαία μεταβολή του ΑΕΠ μεταξύ των ετών 2019 και 2020 σε σταθερές τιμές του 2018. **(Μονάδες 6)**

γ) Αν στο έτος 2020 η εισροή εισοδήματος από το εξωτερικό ισούται με 50 ευρώ, ενώ η εκροή εισοδήματος προς το εξωτερικό είναι 20% μεγαλύτερη, σε σχέση με την εισροή εισοδήματος από το εξωτερικό, να υπολογίσετε το Ακαθάριστο Εθνικό Προϊόν στο έτος 2020 σε τρέχουσες τιμές. **(Μονάδες 7)**

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΘΕΜΑΤΟΣ 4^{ου}

	Έτος 2018	Έτος 2019	Έτος 2020
Ποσότητα (σε κιλά)	2.000	2.100	2.200
Τιμή (σε ευρώ)	2	2	2,2
Συνολικός πληθυσμός (αριθμός ατόμων)	20	21	22
Ονομαστικό Α.Ε.Π.	4.000	4.200	4.840
Πραγματικό Α.Ε.Π.	4.000	4.200	4.400
Δείκτης τιμών (%), έτος βάσης 2018	100	100	110
Πραγματικό κατά κεφαλήν Α.Ε.Π.	200	200	200

α) Έτος βάσης το 2018.

Αν το επίπεδο τιμών στο έτος 2020 είναι αυξημένο κατά 10% σε σχέση με το έτος βάσης τότε
 $\Delta T_{2020} = 100 + 10\% \cdot 100 = 110$

Έτος 2018

Ονομαστικό ΑΕΠ₂₀₁₈ = $P_{2018} \cdot Q_{2018} \Rightarrow 4.000 = P_{2018} \cdot 2.000 \Rightarrow P_{2018} = 2$ ευρώ

Πραγματικό ΑΕΠ₂₀₁₈ = $\frac{\text{Ονομαστικό ΑΕΠ 2018}}{\Delta T} \cdot 100 = \frac{4.000}{100} \cdot 100 = 4.000$ ευρώ

Πραγματικό κατά κεφαλήν ΑΕΠ₂₀₁₈ = $\frac{\text{Πραγματικό ΑΕΠ 2018}}{\text{Πληθυσμός 2018}} = \frac{4.000}{20} = 200$ ευρώ/άτομο.

Έτος 2019

Πραγματικό κατά κεφαλήν ΑΕΠ₂₀₁₉ = $\frac{\text{Πραγματικό ΑΕΠ 2019}}{\text{Πληθυσμός 2019}} \Rightarrow 200 = \frac{\text{Πραγματικό ΑΕΠ 2019}}{21} \Rightarrow$

Πραγματικό ΑΕΠ₂₀₁₉ = 4.200 ευρώ

$\Delta T_{2019} = \frac{P_{2019}}{P_{\text{έτους βάσης}}} \cdot 100 = \frac{2}{2} \cdot 100 = 100$

Πραγματικό ΑΕΠ₂₀₁₉ = $\frac{\text{Ονομαστικό ΑΕΠ 2019}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow 4200 = \frac{\text{Ονομαστικό ΑΕΠ 2019}}{100} \cdot 100 \Rightarrow$

Ονομαστικό ΑΕΠ₂₀₁₉ = 4.200 ευρώ

Ονομαστικό ΑΕΠ₂₀₁₉ = $P_{2019} \cdot Q_{2019} \Rightarrow 4200 = 2 \cdot Q_{2019} \Rightarrow Q_{2019} = 2.100$ ευρώ

Έτος 2020

$\Delta T_{2020} = \frac{P_{2020}}{P_{\text{έτους βάσης}}} \cdot 100 \Rightarrow 110 = \frac{P_{2020}}{2} \cdot 100 \Rightarrow P_{2020} = 2,2$ ευρώ

Ονομαστικό ΑΕΠ₂₀₂₀ = $P_{2020} \cdot Q_{2020} = 2,2 \cdot 2200 = 4.840$ ευρώ

Πραγματικό ΑΕΠ₂₀₂₀ = $\frac{\text{Ονομαστικό ΑΕΠ 2020}}{\Delta T} \cdot 100 = \frac{4840}{110} \cdot 100 = 4.400$ ευρώ

$$\text{Πραγματικό κατά κεφαλήν ΑΕΠ}_{2020} = \frac{\text{Πραγματικό ΑΕΠ}_{2020}}{\text{Πληθυσμός}_{2020}} = \frac{4.400}{22} = 200 \text{ ευρώ/άτομο.}$$

(Μονάδες 12)

β) Πραγματική ποσοστιαία μεταβολή του ΑΕΠ μεταξύ 2019 και 2020 (σε σταθερές τιμές του 2018) =

$$\frac{4.400 - 4.200}{4.200} \cdot 100 = 4,75\%$$

(Μονάδες 6)

γ) Καθαρό εισόδημα από το εξωτερικό = εισροή εισοδημάτων από το εξωτερικό – εκροή εισοδημάτων από το εξωτερικό = 50 – 60 = -10 ευρώ

Ακαθάριστο Εθνικό Προϊόν₂₀₂₀ σε τρέχουσες τιμές = Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν + Καθαρό

εισόδημα από το εξωτερικό = 4.840 - 10 = 4.830 ευρώ

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται ο πίνακας παραγωγικών δυνατοτήτων μιας υποθετικής οικονομίας, η οποία χρησιμοποιεί δεδομένη τεχνολογία και απασχολεί πλήρως και αποδοτικά (ορθολογικά) όλους τους παραγωγικούς συντελεστές της, παράγοντας δύο μόνο αγαθά Χ και Ψ. Είναι, επίσης, γνωστό ότι, όταν όλοι οι παραγωγικοί συντελεστές απασχολούνται στην παραγωγή του αγαθού Ψ (συνδυασμός Α), τότε η οικονομία παράγει 500 μονάδες του αγαθού Ψ. Επιπλέον, στον συνδυασμό Δ, όλοι οι παραγωγικοί συντελεστές απασχολούνται στην παραγωγή του αγαθού Χ.

Συνδυασμός	Αγαθό Χ	Αγαθό Ψ	ΚΕ _(χ→ψ)
Α	;	;	
			;
Β	500	300	
			;
Γ	650	150	
			2
Δ	;	;	

α) Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και κάνοντας τους κατάλληλους υπολογισμούς, να συμπληρώσετε τα έξι κενά του πίνακα με τα ερωτηματικά. **(Μονάδες 6)**

β) Να υπολογίσετε το κόστος ευκαιρίας του αγαθού Ψ σε όρους του αγαθού Χ και να το χαρακτηρίσετε ως αυξανόμενο, σταθερό ή φθίνον. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας με βάση την καταλληλότητα των παραγωγικών συντελεστών. **(Μονάδες 6)**

γ) Με τη βοήθεια του κόστους ευκαιρίας, να χαρακτηρίσετε τον συνδυασμό (Χ = 80, Ψ = 450) ως εφικτό ή ανέφικτο. Να εξηγήσετε την οικονομική σημασία του συνδυασμού. **(Μονάδες 5)**

δ) Να υπολογίσετε πόσες μονάδες του αγαθού Ψ πρέπει να θυσιαστούν, αν η παραγωγή του αγαθού Χ αυξηθεί από 550 μονάδες σε 700 μονάδες. **(Μονάδες 8)**

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΘΕΜΑΤΟΣ 4^{ου}

α) Όταν όλοι οι παραγωγικοί συντελεστές απασχολούνται στην παραγωγή του αγαθού Ψ στον συνδυασμό Α, τότε η οικονομία παράγει 500 μονάδες του αγαθού Ψ.

Άρα $X_A = 0$ και $\Psi_A = 500$.

Επειδή στον συνδυασμό Δ, όλοι οι παραγωγικοί συντελεστές απασχολούνται στην παραγωγή του αγαθού Χ, η ποσότητα που θα παράγεται από το αγαθό Ψ θα είναι μηδέν.

Άρα $\Psi_\Delta = 0$.

Για το συνδυασμό Γ-Δ έχουμε:

$$\begin{aligned} KE_{X \rightarrow \Psi} = 2 &\Leftrightarrow \frac{\Delta_\Psi}{\Delta_X} = 2 \Leftrightarrow \frac{150 - 0}{X_\Delta - 650} = 2 \Leftrightarrow \frac{150}{X_\Delta - 650} = 2 \Leftrightarrow \frac{150}{2} = X_\Delta - 650 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 75 = X_\Delta - 650 \Rightarrow X_\Delta = 725 \text{ μονάδες προϊόντος} \end{aligned}$$

Για το συνδυασμό Β-Γ έχουμε:

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = \frac{\Delta_\Psi}{\Delta_X} = \frac{300 - 150}{650 - 500} = \frac{150}{150} = 1 \text{ μονάδα αγαθού } \Psi$$

Για το συνδυασμό Α-Β έχουμε:

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = \frac{\Delta_\Psi}{\Delta_X} = \frac{500 - 300}{500 - 0} = \frac{200}{500} = \frac{2}{5} = 0,4 \text{ μονάδες αγαθού } \Psi$$

Ο πίνακας παραγωγικών δυνατοτήτων της οικονομίας συμπληρωμένος είναι ο παρακάτω:

Συνδυασμός	Αγαθό Χ	Αγαθό Ψ	$KE_{(X \rightarrow \Psi)}$
A	0	500	
			0,4
B	500	300	
			1
Γ	650	150	
			2
Δ	725	0	

(Μονάδες 6)

β) Υπολογίζουμε τα κόστη ευκαιρίας του αγαθού Ψ σε όρους του αγαθού Χ σε κάθε διαδοχικό συνδυασμό.

Για το συνδυασμό Α-Β έχουμε:

$$KE_{\Psi \rightarrow X} = \frac{\Delta_X}{\Delta_\Psi} = \frac{500 - 0}{500 - 300} = \frac{500}{200} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ μονάδες αγαθού Χ}$$

Για το συνδυασμό Β-Γ έχουμε:

$$KE_{\Psi \rightarrow X} = \frac{\Delta_X}{\Delta_\Psi} = \frac{650 - 500}{300 - 150} = \frac{150}{150} = 1 \text{ μονάδα αγαθού Χ}$$

Για το συνδυασμό Γ-Δ έχουμε:

$$KE_{\Psi \rightarrow X} = \frac{\Delta_X}{\Delta_\Psi} = \frac{725 - 650}{150 - 0} = \frac{75}{150} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ μονάδες αγαθού Χ}$$

Ο πίνακας παραγωγικών δυνατοτήτων της οικονομίας συμπληρωμένος με το $KE_{(\Psi \rightarrow X)}$ είναι ο παρακάτω:

Συνδυασμός	Αγαθό Χ	Αγαθό Ψ	$KE_{(X \rightarrow \Psi)}$	$KE_{(\Psi \rightarrow X)}$
Α	0	500		
			0,4	2,5
Β	500	300		
			1	1
Γ	650	150		
			2	0,5
Δ	725	0		

Το κόστος ευκαιρίας του αγαθού Ψ σε όρους του αγαθού Χ είναι αυξανόμενο, γιατί, όσο η παραγωγή του αγαθού Ψ αυξάνεται από τον συνδυασμό Δ στον Α, το $KE_{(\Psi \rightarrow X)}$ παίρνει ολοένα και υψηλότερες τιμές. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι συντελεστές παραγωγής δεν είναι εξίσου κατάλληλοι για την παραγωγή των δύο αγαθών. Καθώς αυξάνεται η παραγωγή του αγαθού Ψ, αποσπώνται από την παραγωγή του αγαθού Χ συντελεστές που είναι όλο και λιγότερο κατάλληλοι για την παραγωγή του αγαθού Ψ. Απαιτούνται, δηλαδή, ολοένα και

περισσότερες μονάδες του αγαθού X για την παραγωγή κάθε επιπλέον μονάδας του αγαθού Ψ, γεγονός που τεκμηριώνει το αυξανόμενο κόστος ευκαιρίας.

(Μονάδες 6)

γ) Η παραγωγή των 80 μονάδων του αγαθού X βρίσκεται ανάμεσα στους συνδυασμούς A και B, όπου το κόστος ευκαιρίας του αγαθού X είναι σταθερό και ίσο με 0,4 για όλους τους συνδυασμούς που βρίσκονται μεταξύ των συνδυασμών A και B. Κατασκευάζουμε ένα νέο πίνακα, παρεμβάλλοντας τον συνδυασμό A' με την ποσότητα 80 μονάδων του αγαθού X και αναζητούμε τη μέγιστη ποσότητα του αγαθού Ψ:

Συνδυασμός	Αγαθό X	Αγαθό Ψ
A	0	500
A'	80	Ψ _{A'}
B	500	300

Στη συνέχεια με τη βοήθεια του κόστους ευκαιρίας βρίσκουμε το Ψ_{A'} στον συνδυασμό A'-B:

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = 0,4 \Leftrightarrow \frac{\Delta \Psi}{\Delta X} = 0,4 \Leftrightarrow \frac{\Psi_{A'} - 300}{500 - 80} = 0,4 \Leftrightarrow \frac{\Psi_{A'} - 300}{420} = 0,4 \Leftrightarrow \Psi_{A'} - 300 = 168 \\ \Rightarrow \Psi_{A'} = 468 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Δηλαδή, με δεδομένη την παραγωγή 80 μονάδων του αγαθού X, η μέγιστη ποσότητα του αγαθού Ψ που μπορεί να παράγει η οικονομία είναι 468 μονάδες.

Αυτό σημαίνει ότι, οι 450 μονάδες Ψ του ζητούμενου συνδυασμού μπορούν να παραχθούν με βάση τους δεδομένους παραγωγικούς συντελεστές που διαθέτει η συγκεκριμένη οικονομία, αλλά δεν είναι οι μέγιστες.

Συνεπώς, ο ζητούμενος συνδυασμός είναι εφικτός, αλλά η οικονομία υποαπασχολεί μέρος των παραγωγικών συντελεστών που διαθέτει.

(Μονάδες 5)

δ) Η παραγωγή των 550 μονάδων του αγαθού Χ βρίσκεται ανάμεσα στους συνδυασμούς Β και Γ, όπου το κόστος ευκαιρίας του αγαθού Χ είναι σταθερό και ίσο με 1 για όλους τους συνδυασμούς που βρίσκονται μεταξύ των συνδυασμών Β και Γ. Κατασκευάζουμε ένα νέο πίνακα, παρεμβάλλοντας τον συνδυασμό Β' με την ποσότητα 550 μονάδων του αγαθού Χ και αναζητούμε τη μέγιστη ποσότητα του αγαθού Ψ:

Συνδυασμός	Αγαθό Χ	Αγαθό Ψ
Β	500	300
Β'	550	Ψ_{Β'}
Γ	650	150

Στη συνέχεια με τη βοήθεια του κόστους ευκαιρίας βρίσκουμε το Ψ_{Β'} στον συνδυασμό Β'-Γ:

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = 1 \Leftrightarrow \frac{\Delta \Psi}{\Delta X} = 1 \Leftrightarrow \frac{\Psi_{B'} - 150}{650 - 550} = 1 \Leftrightarrow \frac{\Psi_{B'} - 150}{100} = 1 \Leftrightarrow \Psi_{B'} - 150 = 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Psi_{B'} = 250 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Δηλαδή, με δεδομένη την παραγωγή 550 μονάδων του αγαθού Χ, η μέγιστη ποσότητα του αγαθού Ψ που μπορεί να παράγει η οικονομία είναι 250 μονάδες.

Η παραγωγή των 700 μονάδων του αγαθού Χ βρίσκεται ανάμεσα στους συνδυασμούς Γ και Δ, όπου το κόστος ευκαιρίας του αγαθού Χ είναι σταθερό και ίσο με 2 για όλους τους συνδυασμούς που βρίσκονται μεταξύ των συνδυασμών Γ και Δ. Κατασκευάζουμε ένα νέο πίνακα, παρεμβάλλοντας τον συνδυασμό Γ' με την ποσότητα 700 μονάδων του αγαθού Χ και αναζητούμε τη μέγιστη ποσότητα του αγαθού Ψ:

Συνδυασμός	Αγαθό Χ	Αγαθό Ψ
Γ	650	150
Γ'	700	Ψ_{Γ'}
Δ	725	0

Στη συνέχεια με τη βοήθεια του κόστους ευκαιρίας βρίσκουμε το $\Psi_{\Gamma'}$ στον συνδυασμό Γ' - Δ :

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = 2 \Leftrightarrow \frac{\Delta \Psi}{\Delta X} = 2 \Leftrightarrow \frac{\Psi_{\Gamma'} - 0}{725 - 700} = 2 \Leftrightarrow \frac{\Psi_{\Gamma'}}{25} = 2 \Rightarrow \Psi_{\Gamma'} = 50 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Δηλαδή, με δεδομένη την παραγωγή 700 μονάδων του αγαθού X , η μέγιστη ποσότητα του αγαθού Ψ που μπορεί να παράγει η οικονομία είναι 50 μονάδες.

Άρα, αν η παραγωγή του αγαθού X αυξηθεί από 550 μονάδες σε 700 μονάδες, πρέπει να θυσιαστούν $250 - 50 = 200$ μονάδες του αγαθού Ψ .

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4^ο

Μια οικονομία απασχολεί τέσσερις (4) εργαζόμενους και παράγει μόνο δύο αγαθά, το X και το Ψ , με δεδομένη τεχνολογία. Η οικονομία χρησιμοποιεί μόνο τον συντελεστή παραγωγής «εργασία» και οι εργαζόμενοι απασχολούνται πλήρως και αποδοτικά, είτε στην παραγωγή του αγαθού X , είτε στην παραγωγή του αγαθού Ψ , είτε σε συνδυασμούς συμπαραγωγής των δύο αγαθών. Η παραγωγικότητα της εργασίας έχει ως εξής: ο κάθε εργαζόμενος παράγει, είτε είκοσι (20) μονάδες από το αγαθό X , είτε τέσσερις (4) μονάδες από το αγαθό Ψ .

α) Να παρουσιάσετε τον πίνακα με τους μέγιστους συνδυασμούς παραγόμενων ποσοτήτων για τα αγαθά X και Ψ και να σχεδιάσετε, κάνοντας χρήση χάρακα, την Καμπύλη Παραγωγικών Δυνατοτήτων (Κ.Π.Δ.) της οικονομίας. **(Μονάδες 6)**

β) Να υπολογίσετε το κόστος ευκαιρίας του αγαθού X σε όρους του αγαθού Ψ σε κάθε διαδοχικό συνδυασμό. **(Μονάδες 4)**

γ) Έστω ότι η οικονομία παράγει 40 μονάδες του αγαθού X . Εξαιτίας της μεταβολής των προτιμήσεων των καταναλωτών υπέρ του αγαθού Ψ , η οικονομία αποφασίζει να μειώσει την παραγωγή του αγαθού X κατά 20%. Πόσες μονάδες μπορεί να αυξηθεί η παραγωγή του αγαθού Ψ ; **(Μονάδες 5)**

δ) Εάν ο αριθμός των εργαζομένων διπλασιαστεί, να παρουσιάσετε το νέο πίνακα με τους μέγιστους συνδυασμούς παραγόμενων ποσοτήτων για τα αγαθά X και Ψ και να σχεδιάσετε στο προηγούμενο διάγραμμα, κάνοντας χρήση χάρακα, την νέα Καμπύλη Παραγωγικών Δυνατοτήτων (Κ.Π.Δ.) της οικονομίας. Σημειώνεται ότι, η παραγωγικότητα της εργασίας παραμένει αμετάβλητη. **(Μονάδες 6)**

ε) Να χαρακτηρίσετε ως εφικτό ή ανέφικτο τον συνδυασμό $M(X=40, \Psi=10)$ σύμφωνα με τις παραγωγικές δυνατότητες της οικονομίας πριν και μετά τον διπλασιασμό των εργαζομένων. **(Μονάδες 4)**

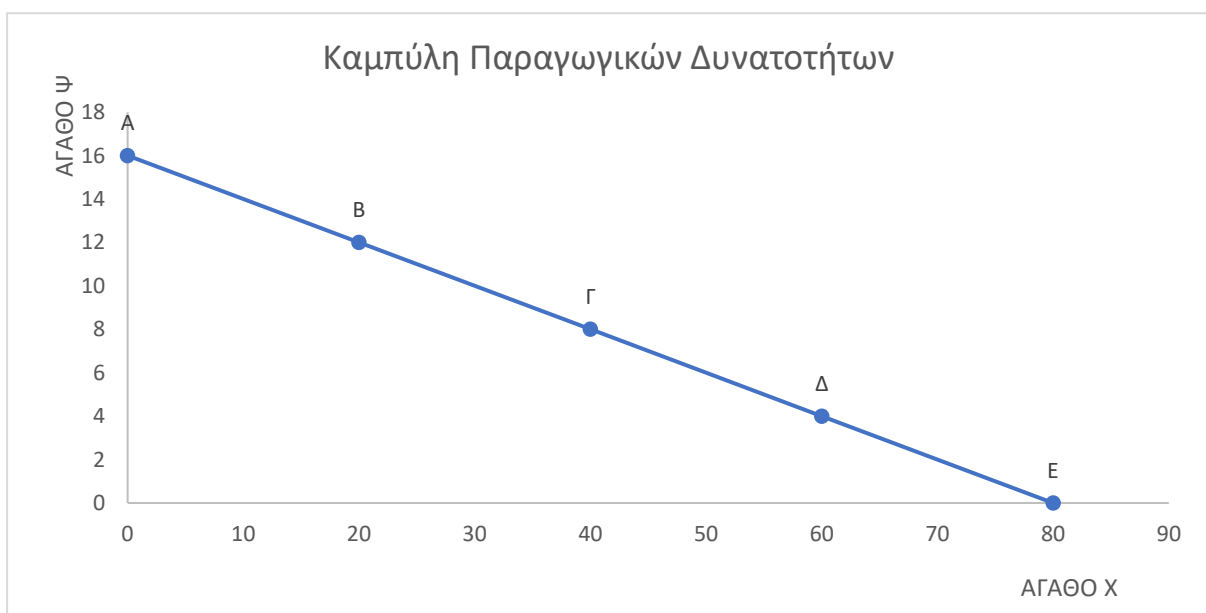
ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΘΕΜΑΤΟΣ 4^{ου}

α) Η οικονομία απασχολεί πλήρως τους 4 εργαζόμενους στην παραγωγή των αγαθών Χ και Ψ. Κάθε εργαζόμενος μπορεί να παράγει είτε 20 μονάδες του αγαθού Χ είτε 4 μονάδες του αγαθού Ψ.

Κατασκευάζουμε τον πίνακα παραγωγικών δυνατοτήτων της οικονομίας παρουσιάζοντας όλους τους πιθανούς μέγιστους συνδυασμούς παραγωγής που μπορούν να υπάρξουν στη συγκεκριμένη οικονομία με τους 4 εργαζόμενους.

Συνδυασμός	Εργαζόμενοι στο αγαθό Χ	Εργαζόμενοι στο αγαθό Ψ	Αγαθό Χ	Αγαθό Ψ
Α	0	4	$0 \cdot 20 = 0$	$4 \cdot 4 = 16$
Β	1	3	$1 \cdot 20 = 20$	$3 \cdot 4 = 12$
Γ	2	2	$2 \cdot 20 = 40$	$2 \cdot 4 = 8$
Δ	3	1	$3 \cdot 20 = 60$	$1 \cdot 4 = 4$
Ε	4	0	$4 \cdot 20 = 80$	$0 \cdot 4 = 0$

Η Καμπύλη Παραγωγικών Δυνατοτήτων (Κ.Π.Δ.) της οικονομίας είναι:



(Μονάδες 6)

β) Υπολογίζουμε τα κόστη ευκαιρίας του αγαθού Χ σε όρους του αγαθού Ψ σε κάθε διαδοχικό συνδυασμό.

Για το συνδυασμό Α-Β έχουμε:

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = \frac{\Delta \Psi}{\Delta X} = \frac{16 - 12}{20 - 0} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ μονάδες αγαθού } \Psi$$

Για το συνδυασμό Β-Γ έχουμε:

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = \frac{\Delta \Psi}{\Delta X} = \frac{12 - 8}{40 - 20} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ μονάδες αγαθού } \Psi$$

Για το συνδυασμό Γ-Δ έχουμε:

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = \frac{\Delta \Psi}{\Delta X} = \frac{8 - 4}{60 - 40} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ μονάδες αγαθού } \Psi$$

Για το συνδυασμό Δ-Ε έχουμε:

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = \frac{\Delta \Psi}{\Delta X} = \frac{4 - 0}{80 - 60} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ μονάδες αγαθού } \Psi$$

Ο πίνακας παραγωγικών δυνατοτήτων με τα κόστη ευκαιρίας είναι ο παρακάτω:

Συνδυασμός	Αγαθό Χ	Αγαθό Ψ	KE _(X→Ψ)
A	0	16	
			0,2
B	20	12	
			0,2
Γ	40	8	
			0,2
Δ	60	4	
			0,2
E	80	0	

(Μονάδες 4)

γ) Η οικονομία παράγει 40 μονάδες του αγαθού X και θέλει να μειώσει την παραγωγή του κατά 20%. Η νέα παραγωγή του αγαθού X θα είναι:

$$40 - \frac{20}{100} \cdot 40 = 40 - 8 = 32 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Η παραγωγή των 32 μονάδων του αγαθού X βρίσκεται ανάμεσα στους συνδυασμούς Β και Γ, όπου το κόστος ευκαιρίας του αγαθού X είναι σταθερό και ίσο με 0,2 για όλους τους συνδυασμούς που βρίσκονται μεταξύ των συνδυασμών Β και Γ. Κατασκευάζουμε ένα νέο πίνακα, παρεμβάλλοντας τον συνδυασμό Κ με την ποσότητα 32 μονάδων του αγαθού X και αναζητούμε τη μέγιστη ποσότητα του αγαθού Ψ:

Συνδυασμός	Αγαθό X	Αγαθό Ψ
Β	20	12
Κ	32	Ψ _κ
Γ	40	8

Στη συνέχεια με τη βοήθεια του κόστους ευκαιρίας βρίσκουμε το Ψ_κ στον συνδυασμό Κ-Γ:

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = 0,2 \Leftrightarrow \frac{\Delta_{\Psi}}{\Delta_X} = 0,2 \Leftrightarrow \frac{\Psi_K - 8}{40 - 32} = 0,2 \Leftrightarrow \frac{\Psi_K - 8}{8} = 0,2 \Leftrightarrow \Psi_K - 8 = 1,6 \Rightarrow \Psi_K = 9,6 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Δηλαδή, με δεδομένη την παραγωγή 32 μονάδων του αγαθού X, η μέγιστη ποσότητα του αγαθού Ψ που μπορεί να παράγει η οικονομία είναι 9,6 μονάδες.

Άρα η παραγωγή του αγαθού X θα μπορεί να αυξηθεί κατά $9,6 - 8 = 1,6$ μονάδες.

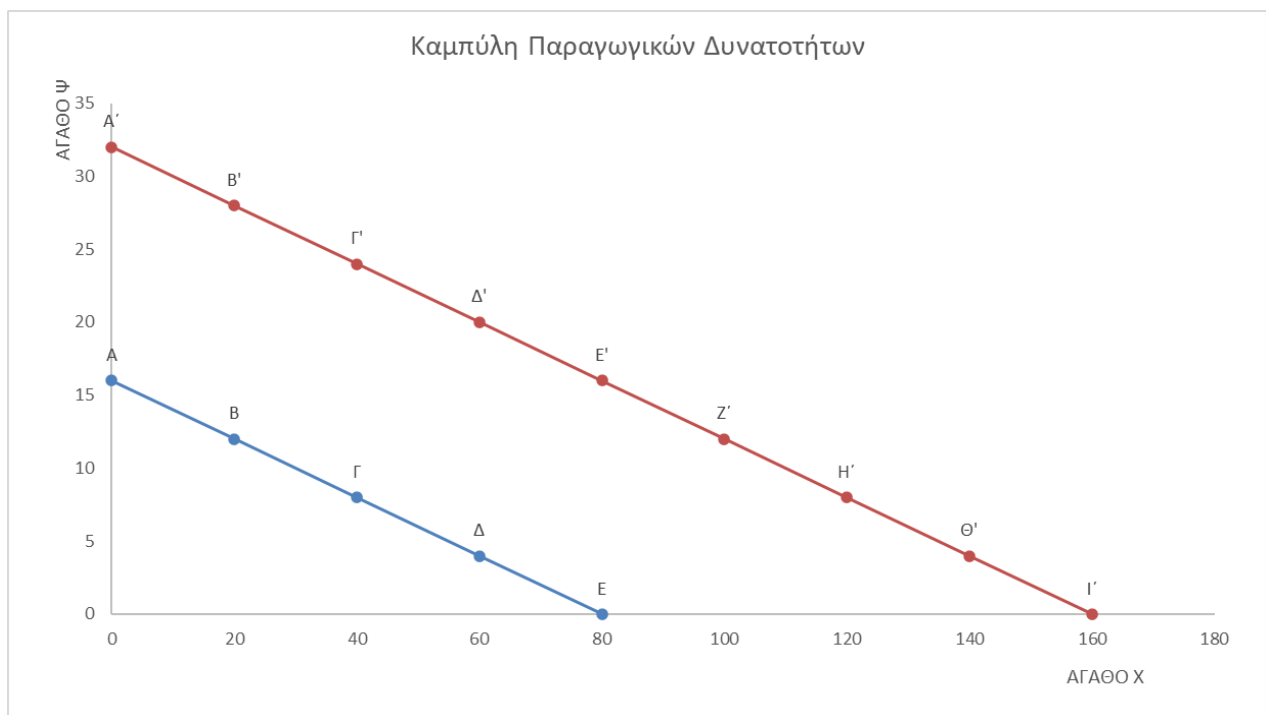
(Μονάδες 5)

δ) Η οικονομία πλέον απασχολεί πλήρως 8 εργαζόμενους στην παραγωγή των αγαθών X και Ψ. Κάθε εργαζόμενος μπορεί να παράγει είτε 20 μονάδες του αγαθού X είτε 4 μονάδες του αγαθού Ψ.

Κατασκευάζουμε το νέο πίνακα παραγωγικών δυνατοτήτων της οικονομίας παρουσιάζοντας όλους τους πιθανούς μέγιστους συνδυασμούς παραγωγής που μπορούν να υπάρξουν στη συγκεκριμένη οικονομία με τους 8 εργαζόμενους.

Συνδυασμός	Εργαζόμενοι στο αγαθό Χ	Εργαζόμενοι στο αγαθό Ψ	Αγαθό Χ	Αγαθό Ψ
Α'	0	8	$0 \cdot 20 = 0$	$8 \cdot 4 = 32$
Β'	1	7	$1 \cdot 20 = 20$	$7 \cdot 4 = 28$
Γ'	2	6	$2 \cdot 20 = 40$	$6 \cdot 4 = 24$
Δ'	3	5	$3 \cdot 20 = 60$	$5 \cdot 4 = 20$
Ε'	4	4	$4 \cdot 20 = 80$	$4 \cdot 4 = 16$
Ζ'	5	3	$5 \cdot 20 = 100$	$3 \cdot 4 = 12$
Η'	6	2	$6 \cdot 20 = 120$	$2 \cdot 4 = 8$
Θ'	7	1	$7 \cdot 20 = 140$	$1 \cdot 4 = 4$
Ι'	8	0	$8 \cdot 20 = 160$	$0 \cdot 4 = 0$

Η νέα Καμπύλη Παραγωγικών Δυνατοτήτων (Κ.Π.Δ.) της οικονομίας μαζί με την αρχική είναι:



(Μονάδες 6)

ε) Σύμφωνα με τον αρχικό πίνακα παραγωγικών δυνατοτήτων, όταν παράγονται 40 μονάδες του αγαθού Χ, μπορούν να παραχθούν το μέγιστο 8 μονάδες του αγαθού Ψ.

Άρα οι 10 μονάδες του αγαθού Ψ του ζητούμενου συνδυασμού Μ, δεν μπορούν να παραχθούν και ο συνδυασμός Μ είναι ανέφικτος πριν τον διπλασιασμό των εργαζομένων.

Σύμφωνα με το νέο πίνακα παραγωγικών δυνατοτήτων που προέκυψε μετά τον διπλασιασμό των εργαζομένων, όταν παράγονται 40 μονάδες του αγαθού Χ, μπορούν να παραχθούν το μέγιστο 24 μονάδες του αγαθού Ψ.

Άρα οι 10 μονάδες του αγαθού Ψ του ζητούμενου συνδυασμού Μ, μπορούν να παραχθούν, αλλά δεν είναι οι μέγιστες. Συνεπώς, ο συνδυασμός Μ είναι εφικτός μετά τον διπλασιασμό των εργαζομένων.

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ 4^ο

Μία οικονομία, σε ένα έτος t , παράγει δύο αγαθά X και Ψ και απασχολεί όλους τους παραγωγικούς συντελεστές πλήρως και αποδοτικά (ορθολογικά) με δεδομένη τεχνολογία, όπως στον παρακάτω πίνακα.

Συνδυασμός	Αγαθό X	Αγαθό Ψ	$ΚΕ_{(x \rightarrow \psi)}$	$ΚΕ_{(\psi \rightarrow x)}$
A	52	0		
			2	;
B	48	;		
			;	1
Γ	;	18		
			;	;
Δ	24	25		
			;	;
E	;	;		

- α)** Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και κάνοντας τους κατάλληλους υπολογισμούς, να συμπληρώσετε τα δέκα (10) κενά του πίνακα με τα ερωτηματικά. Ισχύει ότι, όταν όλοι οι παραγωγικοί συντελεστές απασχολούνται στην παραγωγή του αγαθού Ψ (συνδυασμός E), τότε η οικονομία παράγει 31 μονάδες του αγαθού Ψ . **(Μονάδες 5)**
- β)** Να εξετάσετε υπολογιστικά, εάν ο συνδυασμός $X = 40$ και $\Psi = 15$ βρίσκεται επί, αριστερά ή δεξιά της Καμπύλης Παραγωγικών Δυνατοτήτων (Κ.Π.Δ.). **(Μονάδες 5)**
- γ)** Να υπολογίσετε πόσες μονάδες από το αγαθό Ψ θα θυσιαστούν, προκειμένου να παραχθούν οι πρώτες 20 μονάδες του αγαθού X ; **(Μονάδες 5)**
- δ)** Να υπολογίσετε πόσες μονάδες από το αγαθό Ψ θα θυσιαστούν, προκειμένου να παραχθούν οι τελευταίες 20 μονάδες του αγαθού X ; **(Μονάδες 5)**
- ε)** Ας υποθέσουμε ότι η οικονομία παράγει τον συνδυασμό Δ. Εάν η τιμή πώλησης του αγαθού X είναι 15 ευρώ και η τιμή πώλησης του αγαθού Ψ είναι 8 ευρώ, να βρεθεί το ονομαστικό Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν (Α.Ε.Π.) της οικονομίας στο έτος t . **(Μονάδες 5)**

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΘΕΜΑΤΟΣ 4^{ου}

α) Για το συνδυασμό Α-Β έχουμε:

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = 2 \Leftrightarrow \frac{\Delta_{\Psi}}{\Delta_X} = 2 \Leftrightarrow \frac{\Psi_B - 0}{52 - 48} = 2 \Leftrightarrow \frac{\Psi_B}{4} = 2 \Rightarrow \Psi_B = 8 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$KE_{\Psi \rightarrow X} = \frac{\Delta_X}{\Delta_{\Psi}} = \frac{52 - 48}{8 - 0} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ μονάδες αγαθού X}$$

Για το συνδυασμό Β-Γ έχουμε:

$$KE_{\Psi \rightarrow X} = 1 \Leftrightarrow \frac{\Delta_X}{\Delta_{\Psi}} = 1 \Leftrightarrow \frac{48 - X_{\Gamma}}{18 - 8} = 1 \Leftrightarrow \frac{48 - X_{\Gamma}}{10} = 1 \Leftrightarrow 48 - X_{\Gamma} = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X_{\Gamma} = 38 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = \frac{\Delta_{\Psi}}{\Delta_X} = \frac{18 - 8}{48 - 38} = \frac{10}{10} = 1 \text{ μονάδα αγαθού } \Psi$$

Για το συνδυασμό Γ-Δ έχουμε:

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = \frac{\Delta_{\Psi}}{\Delta_X} = \frac{25 - 18}{38 - 24} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ μονάδες αγαθού } \Psi$$

$$KE_{\Psi \rightarrow X} = \frac{\Delta_X}{\Delta_{\Psi}} = \frac{38 - 24}{25 - 18} = \frac{14}{7} = 2 \text{ μονάδες αγαθού X}$$

Για το συνδυασμό Δ-Ε έχουμε:

Επειδή όλοι οι παραγωγικοί συντελεστές απασχολούνται στην παραγωγή του αγαθού Ψ στον συνδυασμό Ε, τότε η οικονομία παράγει 31 μονάδες του αγαθού Ψ και 0 μονάδες του αγαθού Χ. Δηλαδή $X_E = 0$ και $\Psi_E = 31$.

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = \frac{\Delta_{\Psi}}{\Delta_X} = \frac{31 - 25}{24 - 0} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ μονάδες αγαθού } \Psi$$

$$KE_{\Psi \rightarrow X} = \frac{\Delta_X}{\Delta_{\Psi}} = \frac{24 - 0}{31 - 25} = \frac{24}{6} = 4 \text{ μονάδες αγαθού X}$$

Ο πίνακας παραγωγικών δυνατοτήτων της οικονομίας συμπληρωμένος είναι ο εξής:

Συνδυασμός	Αγαθό Χ	Αγαθό Ψ	ΚΕ _(χ→ψ)	ΚΕ _(ψ→χ)
A	52	0		
			2	1/2
B	48	8		
			1	1
Γ	38	18		
			1/2	2
Δ	24	25		
			1/4	4
E	0	31		

(Μονάδες 5)

β) Η παραγωγή των 40 μονάδων του αγαθού Χ βρίσκεται ανάμεσα στους συνδυασμούς Β και Γ, όπου το κόστος ευκαιρίας του αγαθού Χ είναι σταθερό και ίσο με 1 για όλους τους συνδυασμούς που βρίσκονται μεταξύ των συνδυασμών Β και Γ. Κατασκευάζουμε ένα νέο πίνακα, παρεμβάλλοντας τον συνδυασμό Β' με την ποσότητα 40 μονάδων του αγαθού Χ και αναζητούμε τη μέγιστη ποσότητα του αγαθού Ψ:

Συνδυασμός	Αγαθό Χ	Αγαθό Ψ
B	48	8
B'	40	Ψ_{B'}
Γ	38	18

Στη συνέχεια με τη βοήθεια του κόστους ευκαιρίας βρίσκουμε το Ψ_{B'} στον συνδυασμό Β'-Γ:

$$ΚΕ_{χ \rightarrow \psi} = 1 \Leftrightarrow \frac{\Delta_{\psi}}{\Delta_{\chi}} = 1 \Leftrightarrow \frac{18 - \Psi_{B'}}{40 - 38} = 1 \Leftrightarrow \frac{18 - \Psi_{B'}}{2} = 1 \Leftrightarrow 18 - \Psi_{B'} = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Psi_{B'} = 16 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Δηλαδή, με δεδομένη την παραγωγή 40 μονάδων του αγαθού Χ, η μέγιστη ποσότητα του αγαθού Ψ που μπορεί να παράγει η οικονομία είναι 16 μονάδες.

Αυτό σημαίνει ότι, οι 15 μονάδες Ψ του ζητούμενου συνδυασμού μπορούν να παραχθούν με βάση τους δεδομένους παραγωγικούς συντελεστές που διαθέτει η συγκεκριμένη οικονομία, αλλά δεν είναι οι μέγιστες.

Συνεπώς, ο ζητούμενος συνδυασμός ($X = 40, \Psi = 15$) είναι εφικτός, αλλά η οικονομία υποαπασχολεί μέρος των παραγωγικών συντελεστών που διαθέτει. Διαγραμματικά, ο ζητούμενος συνδυασμός βρίσκεται αριστερά της Καμπύλης Παραγωγικών Δυνατοτήτων.

(Μονάδες 5)

γ) Οι πρώτες 20 μονάδες του αγαθού X παράγονται από τις 0 έως τις 20 μονάδες.

Η παραγωγή των 20 μονάδων του αγαθού X βρίσκεται ανάμεσα στους συνδυασμούς Δ και E , όπου το κόστος ευκαιρίας του αγαθού X είναι σταθερό και ίσο με $1/4$ για όλους τους συνδυασμούς που βρίσκονται μεταξύ των συνδυασμών Δ και E . Κατασκευάζουμε ένα νέο πίνακα, παρεμβάλλοντας τον συνδυασμό Δ' με την ποσότητα 20 μονάδων του αγαθού X και αναζητούμε τη μέγιστη ποσότητα του αγαθού Ψ :

Συνδυασμός	Αγαθό X	Αγαθό Ψ
Δ	24	25
Δ'	20	$\Psi_{\Delta'}$
E	0	31

Στη συνέχεια με τη βοήθεια του κόστους ευκαιρίας βρίσκουμε το $\Psi_{\Delta'}$ στον συνδυασμό $B'-\Gamma$:

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{\Delta_{\Psi}}{\Delta_X} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{31 - \Psi_{\Delta'}}{20 - 0} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{31 - \Psi_{\Delta'}}{20} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 31 - \Psi_{\Delta'} = \frac{20}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 31 - \Psi_{\Delta'} = 5 \Rightarrow \Psi_{\Delta'} = 26 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Δηλαδή, με δεδομένη την παραγωγή 20 μονάδων του αγαθού X , η μέγιστη ποσότητα του αγαθού Ψ που μπορεί να παράγει η οικονομία είναι 26 μονάδες.

Άρα για να παραχθούν οι πρώτες 20 μονάδες του αγαθού X , πρέπει να θυσιαστούν $31 - 26 = 5$ μονάδες του αγαθού Ψ .

(Μονάδες 5)

δ) Οι τελευταίες 20 μονάδες του αγαθού X παράγονται από τις 32 έως τις 52 μονάδες.

Η παραγωγή των 32 μονάδων του αγαθού Χ βρίσκεται ανάμεσα στους συνδυασμούς Γ και Δ, όπου το κόστος ευκαιρίας του αγαθού Χ είναι σταθερό και ίσο με 0,5 για όλους τους συνδυασμούς που βρίσκονται μεταξύ των συνδυασμών Γ και Δ. Κατασκευάζουμε ένα νέο πίνακα, παρεμβάλλοντας τον συνδυασμό Γ' με την ποσότητα 32 μονάδων του αγαθού Χ και αναζητούμε τη μέγιστη ποσότητα του αγαθού Ψ:

Συνδυασμός	Αγαθό Χ	Αγαθό Ψ
Γ	38	18
Γ'	32	Ψ _{Γ'}
Δ	24	25

Στη συνέχεια με τη βοήθεια του κόστους ευκαιρίας βρίσκουμε το Ψ_{Γ'} στον συνδυασμό Γ'-Δ:

$$KE_{X \rightarrow \Psi} = 0,5 \Leftrightarrow \frac{\Delta_{\Psi}}{\Delta_X} = 0,5 \Leftrightarrow \frac{25 - \Psi_{\Gamma'}}{32 - 24} = 0,5 \Leftrightarrow \frac{25 - \Psi_{\Gamma'}}{8} = 0,5 \Leftrightarrow 25 - \Psi_{\Gamma'} = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Psi_{\Gamma'} = 21 \text{ μονάδες προϊόντος}$$

Άρα, με δεδομένη την παραγωγή 32 μονάδων του αγαθού Χ, η μέγιστη ποσότητα του αγαθού Ψ που μπορεί να παράγει η οικονομία είναι 21 μονάδες.

Άρα για να παραχθούν οι τελευταίες 20 μονάδες του αγαθού Χ, πρέπει να θυσιαστούν 21 - 0 = 21 μονάδες του αγαθού Ψ.

(Μονάδες 5)

ε) Στον συνδυασμό Δ, η οικονομία το έτος t παράγει Q_X = 24 μονάδες του αγαθού Χ με τιμή πώλησης P_X = 15 ευρώ και Q_Ψ = 25 μονάδες του αγαθού Ψ με τιμή πώλησης P_Ψ = 8 ευρώ.

Τα ονομαστικό Α.Ε.Π. το έτος t είναι:

$$Α. Ε. Π. ΟΝΟΜΑΣΤΙΚΟ (t) = [P_{X(t)} \cdot Q_{X(t)}] + [P_{\Psi(t)} \cdot Q_{\Psi(t)}] = (15 \cdot 24) + (8 \cdot 25) =$$

$$= 360 + 200 = 560 \text{ ευρώ}$$

(Μονάδες 5)

Θέμα 4^ο

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας μιας επιχείρησης που παράγει ημερησίως σύμφωνα με τα δεδομένα του παρακάτω πίνακα. Ζητείται:

Αριθμός Εργατών L	Συνολικό Προϊόν TP ή Q	Μέσο Προϊόν AP	Οριακό Προϊόν MP
0			
10			5
20		7,5	
30			15
40		12	
50	600		
60	690	11,5	9
70	770	11	8

α) Να συμπληρωθούν τα κενά του πίνακα.

(Μονάδες 11)

β) Μετά από ποιον εργάτη ισχύει ο νόμος της φθίνουσας ή μη ανάλογης απόδοσης και γιατί;

(Μονάδες 7)

γ) Εάν η επιχείρηση παράγει ημερησίως 300 μονάδες προϊόντος και επιθυμεί λόγω αύξησης των εξαγωγών της να αυξηθεί η παραγωγή της κατά 80%, πόσους επιπλέον εργάτες πρέπει να προσλάβει;

(Μονάδες 7)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΘΕΜΑΤΟΣ 4^{ου}

α) Για $L=0$ ισχύει $Q=0$ γιατί χωρίς εργασία δεν παράγεται προϊόν.

AP_0 και MP_0 δεν ορίζονται.

$L=10$	$MP_{10} = 5 \Leftrightarrow \frac{Q_{10}-0}{10-0} = 5 \Leftrightarrow Q_{10} = 50$	$AP_{10} = \frac{Q}{L} = \frac{50}{10} = 5$
$L=20$	$AP_{20} = 7,5 \Leftrightarrow \frac{Q_{20}}{20} = 7,5 \Leftrightarrow Q_{20} = 150$	$MP_{20} = \frac{150 - 50}{20 - 10} = 10$
$L=30$	$MP_{30} = 15 \Leftrightarrow \frac{Q_{30} - 150}{30 - 20} = 15 \Leftrightarrow Q_{30} = 300$	$AP_{30} = \frac{Q}{L} = \frac{300}{30} = 10$
$L=40$	$AP_{40} = 12 \Leftrightarrow \frac{Q_{40}}{40} = 12 \Leftrightarrow Q_{40} = 480$	$MP_{40} = \frac{480 - 300}{40 - 30} = 18$
$L=50$	$AP_{50} = \frac{Q}{L} = \frac{600}{50} = 12$	$MP_{50} = \frac{600 - 480}{50 - 40} = 12$

Σύμφωνα με τους παραπάνω υπολογισμούς ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής:

L	TP ή Q	AP	MP
0	0	-	-
10	50	5	5
20	150	7,5	10
30	300	10	15
40	480	12	18
50	600	12	12
60	690	11,5	9
70	770	11	8

(Μονάδες 11)

β) Ο ΝΦΑ (νόμος της φθίνουσας ή μη ανάλογης απόδοσης) ισχύει μετά τον 40^ο εργάτη (ή αλλιώς με την προσθήκη του 41^{ου} εργάτη) γιατί από το επίπεδο αυτό της παραγωγής και μετά κάθε διαδοχική ίση αύξηση του μεταβλητού συντελεστή δίνει όλο και μικρότερες αυξήσεις στο συνολικό προϊόν, δηλαδή το οριακό προϊόν μειώνεται. **(Μονάδες 7)**

γ) Η επιχείρηση θα παράγει: $Q' = Q + 0,8 \times Q = 300 + 0,8 \times 300 = 540$ μονάδες προϊόντος.

L	Q	MP
40	480	
$L_x = ?$	540	
50	600	12

$$MP_{50} = 12 \Leftrightarrow \frac{600 - 540}{50 - L_x} = 12 \Leftrightarrow L_x = 45$$

Άρα θα πρέπει να προσληφθούν $\Delta L = 45 - 30 = 15$ εργάτες

(Μονάδες 7)

Θέμα 4^ο

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας μιας επιχείρησης που παράγει ημερησίως σύμφωνα με τα δεδομένα του παρακάτω πίνακα. Ζητείται:

Αριθμός Εργατών L	Συνολικό Προϊόν TP ή Q	Μέσο Προϊόν AP	Οριακό Προϊόν MP
0			
10			5
20		7,5	
30			15
40		12	
50	700		
60	840	14	14
70	840	12	0
80	800	10	-4

α) Να συμπληρωθούν τα κενά του πίνακα.

(Μονάδες 11)

β) Να παρουσιάσετε σε κοινό διάγραμμα τις καμπύλες του μέσου και οριακού προϊόντος (μον. 4) και να δείξετε μετά από ποιον εργάτη ισχύει ο νόμος της φθίνουσας ή μη ανάλογης απόδοσης και γιατί (μον.3).

(Μονάδες 7)

γ) Έστω ότι η επιχείρηση απασχολούσε 70 εργάτες, αλλά λόγω μιας γενικότερης οικονομικής ύφεσης που έπληξε τον κλάδο της, απέλυσε το 20% των εργατών της. Πόσο μειώθηκε η παραγωγή της;

(Μονάδες 7)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΘΕΜΑΤΟΣ 4^{ου}

α) Για $L=0$ ισχύει $Q=0$ γιατί χωρίς εργασία δεν παράγεται προϊόν.

AP_0 και MP_0 δεν ορίζονται.

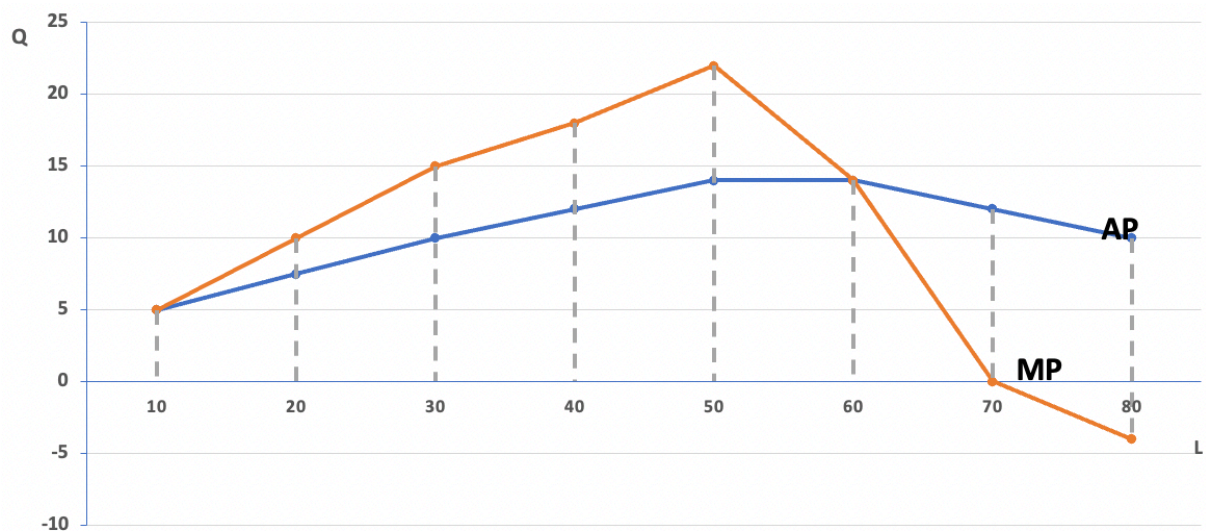
$L=10$	$MP_{10} = 5 \Leftrightarrow \frac{Q_{10}-0}{10-0} = 5 \Leftrightarrow Q_{10} = 50$	$AP_{10} = \frac{Q}{L} = \frac{50}{10} = 5$
$L=20$	$AP_{20} = 7,5 \Leftrightarrow \frac{Q_{20}}{20} = 7,5 \Leftrightarrow Q_{20} = 150$	$MP_{20} = \frac{150 - 50}{20 - 10} = 10$
$L=30$	$MP_{30} = 15 \Leftrightarrow \frac{Q_{30} - 150}{30 - 20} = 15 \Leftrightarrow Q_{30} = 300$	$AP_{30} = \frac{Q}{L} = \frac{300}{30} = 10$
$L=40$	$AP_{40} = 12 \Leftrightarrow \frac{Q_{40}}{40} = 12 \Leftrightarrow Q_{40} = 480$	$MP_{40} = \frac{480 - 300}{40 - 30} = 18$
$L=50$	$AP_{50} = \frac{Q}{L} = \frac{700}{50} = 14$	$MP_{50} = \frac{700 - 480}{50 - 40} = 22$

Σύμφωνα με τους παραπάνω υπολογισμούς ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής:

L	TP ή Q	AP	MP
0	0	-	-
10	50	5	5
20	150	7,5	10
30	300	10	15
40	480	12	18
50	700	14	22
60	840	14	14
70	840	12	0
80	800	10	-4

(Μονάδες 11)

β)



(μον. 4)

Ο ΝΦΑ (νόμος της φθίνουσας ή μη ανάλογης απόδοσης) ισχύει μετά τον 50^ο εργάτη (ή αλλιώς με την προσθήκη του 51^{ου} εργάτη) γιατί από το επίπεδο αυτό της παραγωγής και μετά κάθε διαδοχική ίση αύξηση του μεταβλητού συντελεστή δίνει όλο και μικρότερες αυξήσεις στο συνολικό προϊόν, δηλαδή το οριακό προϊόν μειώνεται (μον. 3). **(Μονάδες 7)**

γ) Ο νέος αριθμός εργατών θα είναι: $L' = L - 0,2 \times L = 70 - 0,2 \times 70 = 56$ εργάτες

L	Q	MP
50	700	
56	$Q_x = ?$	
60	840	14

$$MP_{60} = 14 \Leftrightarrow \frac{840 - Q_x}{60 - 56} = 14 \Leftrightarrow Q_x = 784$$

Άρα η παραγωγή θα μειωθεί κατά $\Delta Q = Q_{70} - Q_{56} = 840 - 784 = 56$ μονάδες προϊόντος.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε μια οικονομία το έτος 2021 παράγονται δύο μόνο προϊόντα, το Χ και το Ψ, τα οποία ακολουθούν τέσσερα στάδια παραγωγής σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα:

Στάδια παραγωγής	Προϊόν Χ		Προϊόν Ψ	
	Αξία πώλησης σε ευρώ	Προστιθέμενη αξία σε ευρώ	Αξία πώλησης σε ευρώ	Προστιθέμενη αξία σε ευρώ
1 ^ο	2.000	;	;	1.000
2 ^ο	;	1.000	;	1.000
3 ^ο	5.000	;	;	2.000
4 ^ο	;	;	;	1.000
Σύνολο		8.000	Σύνολο	;

α) Να υπολογίσετε τα κενά του πίνακα παρουσιάζοντας τους σχετικούς υπολογισμούς.

(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε το ΑΕΠ σε τρέχουσες τιμές της οικονομίας για το έτος 2021:

i. με τη μέθοδο του τελικού προϊόντος (μον.2)

ii. με τη μέθοδο της προστιθέμενης αξίας (μον.2)

(Μονάδες 4)

γ) Αν το εισόδημα από το εξωτερικό είναι 400 ευρώ και το εισόδημα προς το εξωτερικό είναι 100 ευρώ, να υπολογίσετε το Ακαθάριστο Εθνικό Προϊόν σε τρέχουσες τιμές αυτής της οικονομίας.

(Μονάδες 6)

δ) Αν ο πληθυσμός της χώρας αυτής το έτος 2021 είναι 250 άτομα και το επίπεδο των τιμών το έτος 2021 έχει αυξηθεί κατά 30% σε σχέση με το έτος 2020, να υπολογίσετε το κατά κεφαλήν πραγματικό ΑΕΠ της χώρας για το έτος 2021 σε σταθερές τιμές του 2020.

(Μονάδες 5)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΘΕΜΑΤΟΣ 4^{ου}

α)

	Προϊόν Χ		Προϊόν Ψ	
Στάδια παραγωγής	Αξία πώλησης σε ευρώ	Προστιθέμενη αξία σε ευρώ	Αξία πώλησης σε ευρώ	Προστιθέμενη αξία σε ευρώ
1 ^ο	2.000	2.000	1.000	1.000
2 ^ο	3.000	1.000	2.000	1.000
3 ^ο	5.000	2.000	4.000	2.000
4 ^ο	8.000	3.000	5.000	1.000
Σύνολο		8.000	Σύνολο	5.000

Υπολογίζουμε τα κενά του πίνακα με τους παρακάτω υπολογισμούς:

Προϊόν Χ

Προστιθέμενη αξία₁ = Αξία πώλησης₁ = 2.000

Αξία πώλησης₂ = Αξία πώλησης₁ + Προστιθέμενη αξία₂ = 2.000 + 1.000 = 3.000

Προστιθέμενη αξία₃ = Αξία πώλησης₃ - Αξία πώλησης₂ = 5.000 - 3.000 = 2.000

Αξία πώλησης₄ = Σ προστιθέμενων αξιών Χ = 8.000

Προστιθέμενη αξία₄ = Αξία πώλησης₄ - Αξία πώλησης₃ = 8.000 - 5.000 = 3.000

Προϊόν Ψ

Αξία πώλησης₁ = Προστιθέμενη αξία₁ = 1.000

Αξία πώλησης₂ = Αξία πώλησης₁ + Προστιθέμενη αξία₂ = 1.000 + 1.000 = 2.000

Αξία πώλησης₃ = Αξία πώλησης₂ + Προστιθέμενη αξία₃ = 2.000 + 2.000 = 4.000

Αξία πώλησης₄ = Αξία πώλησης₃ + Προστιθέμενη αξία₄ = 4.000 + 1.000 = 5.000

Σ προστιθέμενων αξιών αγαθού Ψ = 1.000 + 1.000 + 2.000 + 1.000 = 5.000

(Μονάδες 10)

β) Το ΑΕΠ της οικονομίας για το έτος 2021:

i. Σύμφωνα με τη μέθοδο του τελικού προϊόντος, το ΑΕΠ είναι η συνολική αξία σε χρηματικές μονάδες όλων των τελικών αγαθών και υπηρεσιών που παράγονται σε μια οικονομία σε ένα έτος.

ΑΕΠ₂₀₂₁ σε τρέχουσες τιμές = Αξία πώλησης₄ Χ + Αξία πώλησης₄ Ψ = 8.000 + 5.000 = 13.000 ευρώ (μον.2)

ii. Σύμφωνα με τη μέθοδο της προστιθέμενης αξίας το ΑΕΠ προκύπτει ως το άθροισμα των προστιθέμενων αξιών όλων των σταδίων παραγωγής και των δύο αγαθών

ΑΕΠ₂₀₂₁ σε τρέχουσες τιμές = \sum προστιθέμενων αξιών Χ + \sum προστιθέμενων αξιών Ψ = (2.000 + 1.000 + 2.000 + 3.000) + (1.000 + 1.000 + 2.000 + 1.000) = 8.000 + 5.000 = 13.000 ευρώ
(μον.2) **(Μονάδες 4)**

γ) Καθαρό εισόδημα από το εξωτερικό = εισροή εισοδημάτων από το εξωτερικό – εκροή εισοδημάτων από το εξωτερικό = 400 – 100 = 300 ευρώ

Ακαθάριστο Εθνικό Προϊόν₂₀₂₀ σε τρέχουσες τιμές = Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν + Καθαρό εισόδημα από το εξωτερικό = 13.000 + 300 = 13.300 ευρώ **(Μονάδες 6)**

δ) Αν ο πληθυσμός της χώρας αυτής το έτος 2021 είναι 250 άτομα και ο ΔΤ₂₀₂₁ είναι 130 σε σχέση με το έτος βάσης 2020, έχουμε:

$$\text{Πραγματικό ΑΕΠ}_{2021} \text{ (σε σταθερές τιμές του 2020)} = \frac{\text{Ονομαστικό ΑΕΠ}_{2021}}{\Delta T} \cdot 100 = \frac{13.000}{130} \cdot$$

100 = 10.000 ευρώ και

$$\text{Κατά κεφαλήν πραγματικό ΑΕΠ}_{2021} \text{ (σε σταθερές τιμές του 2020)} = \frac{\text{Πραγματικό ΑΕΠ}_{2021}}{\text{Πληθυσμός}} = \frac{10.000}{250}$$

= 40 ευρώ ανά άτομο.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4^ο

Μια οικονομία το έτος 2020 παράγει 20 καρέκλες και 10 θρανία, που το καθένα από αυτά ακολουθεί τέσσερα στάδια παραγωγής, σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα:

Στάδια παραγωγής	Καρέκλες(Κ)		Θρανία (Θ)	
	Αξία πώλησης σε ευρώ	Προστιθέμενη αξία σε ευρώ	Αξία πώλησης σε ευρώ	Προστιθέμενη αξία σε ευρώ
1 ^ο	;	50	100	;
2 ^ο	;	100	300	;
3 ^ο	;	;	;	400
4 ^ο	;	200	;	;

Αν γνωρίζετε ότι:

- για τις καρέκλες, η αξία πώλησης του προϊόντος στο 3^ο στάδιο είναι τετραπλάσια της αξίας πώλησης του προϊόντος στο 1^ο στάδιο παραγωγής
- για τα θρανία, η αξία πώλησης του προϊόντος στο 4^ο στάδιο είναι αυξημένη κατά 100% σε σχέση με την αξία πώλησης του 3^{ου} σταδίου παραγωγής

α) Να συμπληρώσετε τα κενά του πίνακα παρουσιάζοντας τους σχετικούς υπολογισμούς.

(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε το ΑΕΠ της οικονομίας σε τρέχουσες τιμές για το έτος 2020:

i. με τη μέθοδο του τελικού προϊόντος (μον.4)

ii. με τη μέθοδο της προστιθέμενης αξίας (μον.4)

(Μονάδες 8)

γ) Αν το 2021 το γενικό επίπεδο τιμών αυξηθεί κατά 25% σε σχέση με το προηγούμενο έτος και το ΑΕΠ του 2021 σε σταθερές τιμές του 2020 είναι 25.000 ευρώ να υπολογίσετε την ποσοστιαία μεταβολή του ΑΕΠ σε σταθερές τιμές 2021 μεταξύ των ετών 2020 – 2021 (στους υπολογισμούς σας να κρατήσετε ένα δεκαδικό ψηφίο).

(Μονάδες 7)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΘΕΜΑΤΟΣ 4^{ου}

α)

Στάδια παραγωγής	Καρέκλες(Κ)		Θρανία (Θ)	
	Αξία πώλησης σε ευρώ	Προστιθέμενη αξία σε ευρώ	Αξία πώλησης σε ευρώ	Προστιθέμενη αξία σε ευρώ
1 ^ο	50	50	100	100
2 ^ο	150	100	300	200
3 ^ο	200	50	700	400
4 ^ο	400	200	1.400	700
σύνολο		400	σύνολο	1.400

Για τις καρέκλες έχουμε:

Προστιθέμενη αξία₁ = Αξία πώλησης₁ = 50Αξία πώλησης₂ = Αξία πώλησης₁ + Προστιθέμενη αξία₂ = 50 + 100 = 150Αξία πώλησης₃ = 4 · Αξία πώλησης₁ = 4 · 50 = 200Προστιθέμενη αξία₃ = Αξία πώλησης₃ – Αξία πώλησης₂ = 200 - 150 = 50Αξία πώλησης₄ = Αξία πώλησης₃ + Προστιθέμενη αξία₄ = 200 + 200 = 400

Για τα θρανία έχουμε:

Προστιθέμενη αξία₁ = Αξία πώλησης₁ = 100Προστιθέμενη αξία₂ = Αξία πώλησης₂ - Αξία πώλησης₁ = 300 – 100 = 200Αξία πώλησης₃ = Αξία πώλησης₂ + Προστιθέμενη αξία₃ = 300 + 400 = 700Αξία πώλησης₄ = Αξία πώλησης₃ + 100/100 · Αξία πώλησης₃ = 700 + 700 = 1.400Προστιθέμενη αξία₄ = Αξία πώλησης₄ – Αξία πώλησης₃ = 1.400 – 700 = 700 **(Μονάδες 10)****β)** Το ΑΕΠ της οικονομίας για το έτος 2020:

i. Σύμφωνα με τη μέθοδο του τελικού προϊόντος, το ΑΕΠ είναι η συνολική αξία σε χρηματικές μονάδες όλων των τελικών αγαθών και υπηρεσιών που παράγονται σε μια οικονομία σε ένα έτος.

Επειδή η οικονομία παράγει 20 καρέκλες και 10 θρανία έχουμε:

$$\text{ΑΕΠ}_{2020} \text{ σε τρέχουσες τιμές} = 20 \cdot \text{Αξία πώλησης}_4 \text{ K} + 10 \cdot \text{Αξία πώλησης}_4 \text{ Θ} = 20 \cdot 400 + 10 \cdot 1.400 = 8.000 + 14.000 = 22.000 \text{ ευρώ (μον.4)}$$

ii. Σύμφωνα με τη μέθοδο της προστιθέμενης αξίας το ΑΕΠ προκύπτει ως το άθροισμα των προστιθέμενων αξιών όλων των σταδίων παραγωγής και των δύο αγαθών.

Επειδή η οικονομία παράγει 20 καρέκλες και 10 θρανία έχουμε:

$$\begin{aligned} \text{ΑΕΠ}_{2020} \text{ σε τρέχουσες τιμές} &= 20 \cdot \sum \text{προστιθέμενων αξιών Κ} + 10 \cdot \sum \text{προστιθέμενων αξιών Θ} = \\ &= 20 \cdot (50 + 100 + 50 + 200) + 10 \cdot (100 + 200 + 400 + 700) = 20 \cdot 400 + 10 \cdot 1.400 = 8.000 + 14.000 \\ &= 22.000 \text{ ευρώ (μον.4)} \end{aligned}$$

(Μονάδες 8)

γ)

Έτη	ΔΤ σε σταθερές τιμές 2020	ΑΕΠ σε τρέχουσες τιμές	ΑΕΠ σε σταθερές τιμές 2020	ΔΤ' σε σταθερές τιμές 2021	ΑΕΠ σε σταθερές τιμές 2021
2020	100	22.000	22.000	80	27.500
2021	125	31.250	25.000	100	31.250

$$\Delta T_{2021} = \Delta T_{2020} + \frac{125}{100} \cdot \Delta T_{2020} = 100 + \frac{25}{100} \cdot 100 = 125$$

$$\text{ΑΕΠ}_{2021} \text{ σε σταθερές τιμές}_{2020} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{2021} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} = 25.000 =$$

$$\frac{\text{ΑΕΠ}_{2021} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{125} \cdot 100 \Rightarrow \text{ΑΕΠ}_{2021} \text{ σε τρέχουσες τιμές} = 31.250$$

Αν έτος βάσης γίνει το 2021 έχουμε:

$$\Delta T'_{2020} = \frac{\Delta T_{2020}}{\Delta T_{\text{εβ}}} \cdot 100 = \frac{100}{125} \cdot 100 = 80$$

$$\Delta T'_{2021} = \frac{\Delta T_{2021}}{\Delta T_{\text{εβ}}} \cdot 100 = \frac{125}{125} \cdot 100 = 100$$

$$\text{ΑΕΠ}_{2020} \text{ σε σταθερές τιμές}_{2021} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{2020} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T'} \cdot 100 = \frac{22.000}{80} \cdot 100 = 27.500$$

$$\text{ΑΕΠ}_{2021} \text{ σε σταθερές τιμές}_{2021} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{2021} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T'} \cdot 100 = \frac{31.250}{100} \cdot 100 = 31.250$$

Ποσοστιαία μεταβολή του ΑΕΠ σε σταθερές τιμές 2021 μεταξύ των ετών 2020 – 2021 =

$$\frac{31.250 - 27.500}{27.500} \cdot 100 = 13,6\%$$

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνονται τα παρακάτω στοιχεία για μια υποθετική οικονομία που παράγει τρία μόνο αγαθά X, Y και Ω.

Έτος	P _X (ευρώ)	Q _X (χιλιάδες κιλά)	P _Y (ευρώ)	Q _Y (χιλιάδες κιλά)	P _Ω (ευρώ)	Q _Ω (χιλιάδες κιλά)
2018	8	10	6	10	30	40
2019	13	10	6	20	40	30
2020	15	30	8	30	50	20
2021	20	20	12	20	80	10

Να υπολογίσετε:

α) Το ΑΕΠ κάθε έτους σε σταθερές τιμές 2020. **(Μονάδες 8)**

β) Το δείκτη τιμών κάθε έτους, θεωρώντας ως έτος βάσης το 2020 (στους υπολογισμούς σας να λάβετε υπόψη μόνο τα ακέραιο μέρος). **(Μονάδες 12)**

γ) Την ποσοστιαία μεταβολή του επιπέδου των τιμών μεταξύ των ετών 2020-2021.

(Μονάδες 5)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΘΕΜΑΤΟΣ 4^{ου}

α) Υπολογίζουμε το ΑΕΠ όλων των ετών σε σταθερές τιμές του 2020

Έτος	P _χ (ευρώ)	Q _χ (χιλιάδες κιλά)	P _γ (ευρώ)	Q _γ (χιλιάδες κιλά)	P _Ω (ευρώ)	Q _Ω (χιλιάδες κιλά)	ΑΕΠ σε σταθερές τιμές 2020
2018	8	10	6	10	30	40	2.230
2019	13	10	6	20	40	30	1.810
2020	15	30	8	30	50	20	1.690
2021	20	20	12	20	80	10	960

ΑΕΠ₂₀₁₈ σε σταθερές τιμές₂₀₂₀ = P_{χ2020} · Q_{χ2018} + P_{γ2020} · Q_{γ2018} + P_{Ω2020} · Q_{Ω2018} = 15 · 10 + 8 · 10 + 50 · 40 = 150 + 80 + 2.000 = 2.230 ευρώ

ΑΕΠ₂₀₁₉ σε σταθερές τιμές₂₀₂₀ = P_{χ2020} · Q_{χ2019} + P_{γ2020} · Q_{γ2019} + P_{Ω2020} · Q_{Ω2019} = 15 · 10 + 8 · 20 + 50 · 30 = 150 + 160 + 1.500 = 1.810 ευρώ

ΑΕΠ₂₀₂₀ σε σταθερές τιμές₂₀₂₀ = P_{χ2020} · Q_{χ2020} + P_{γ2020} · Q_{γ2020} + P_{Ω2020} · Q_{Ω2020} = 15 · 30 + 8 · 30 + 50 · 20 = 450 + 240 + 1.000 = 1.690 ευρώ

ΑΕΠ₂₀₂₁ σε σταθερές τιμές₂₀₂₀ = P_{χ2020} · Q_{χ2021} + P_{γ2020} · Q_{γ2021} + P_{Ω2020} · Q_{Ω2021} = 15 · 20 + 8 · 20 + 50 · 10 = 300 + 160 + 500 = 960 ευρώ

(Μονάδες 8)

β) Υπολογίζουμε πρώτα το ΑΕΠ κάθε έτους σε τρέχουσες τιμές:

Έτος	P _χ (ευρώ)	Q _χ (χιλ. κιλά)	P _γ (ευρώ)	Q _γ (χιλ. κιλά)	P _Ω (ευρώ)	Q _Ω (χιλ. κιλά)	ΑΕΠ σε σταθερές τιμές 2020	ΑΕΠ σε τρέχουσες τιμές
2018	8	10	6	10	30	40	2.230	1.340
2019	13	10	6	20	40	30	1.810	1.450
2020	15	30	8	30	50	20	1.690	1.690
2021	20	20	12	20	80	10	960	1.440

ΑΕΠ₂₀₁₈ σε τρέχουσες τιμές = P_{χ2018} · Q_{χ2018} + P_{γ2018} · Q_{γ2018} + P_{Ω2018} · Q_{Ω2018} = 8 · 10 + 6 · 10 + 30 · 40 = 80 + 60 + 1.200 = 1.340

ΑΕΠ₂₀₁₉ σε τρέχουσες τιμές = P_{χ2019} · Q_{χ2019} + P_{γ2019} · Q_{γ2019} + P_{Ω2019} · Q_{Ω2019} = 13 · 10 + 6 · 20 + 40 · 30 = 130 + 120 + 1.200 = 1.450

ΑΕΠ₂₀₂₀ σε τρέχουσες τιμές = P_{χ2020} · Q_{χ2020} + P_{γ2020} · Q_{γ2020} + P_{Ω2020} · Q_{Ω2020} = 15 · 30 + 8 · 30 + 50 · 20 = 450 + 240 + 1.000 = 1.690

ΑΕΠ₂₀₂₁ σε τρέχουσες τιμές = P_{χ2021} · Q_{χ2021} + P_{γ2021} · Q_{γ2021} + P_{Ω2021} · Q_{Ω2021} = 20 · 20 + 12 · 20 + 80 · 10 = 400 + 240 + 800 = 1.440

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τον ΔΤ για κάθε έτος από τον τύπο :

$$\text{ΑΕΠ σε σταθερές τιμές} = \frac{\text{ΑΕΠ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100$$

Έτος	ΑΕΠ σε σταθερές τιμές 2020	ΑΕΠ σε τρέχουσες τιμές	ΔΤ %
2018	2.230	1.340	60
2019	1.810	1.450	80
2020	1.690	1.690	100
2021	960	1.440	150

$$\text{ΑΕΠ}_{2018} \text{ σε σταθερές τιμές}_{2020} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{2018} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow 2.230 = \frac{1.340}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Delta T_{2018}=60$$

$$\text{ΑΕΠ}_{2019} \text{ σε σταθερές τιμές}_{2020} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{2019} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow 1.810 = \frac{1.450}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Delta T_{2019}=80$$

$$\text{ΑΕΠ}_{2020} \text{ σε σταθερές τιμές}_{2020} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{2020} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow 1.690 = \frac{1.690}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Delta T_{2020}=100$$

$$\text{ΑΕΠ}_{2021} \text{ σε σταθερές τιμές}_{2020} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{2021} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow 960 = \frac{1.440}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Delta T_{2021}=150$$

(Μονάδες 12)

γ) Ποσοστιαία μεταβολή του επιπέδου των τιμών μεταξύ των ετών 2020-2021=

$$\frac{\Delta T_{2021} - \Delta T_{2020}}{\Delta T_{2020}} \cdot 100 = \frac{150 - 100}{100} \cdot 100 = 50\%. \text{ Άρα το γενικό επίπεδο τιμών αυξήθηκε κατά 50\%}$$

μεταξύ των ετών 2020 και 2021.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνονται τα παρακάτω στοιχεία για μια υποθετική οικονομία που παράγει τρία μόνο αγαθά X, Y και Ω.

Έτος	P _X (ευρώ)	Q _X (χιλιάδες κιλά)	P _Y (ευρώ)	Q _Y (χιλιάδες κιλά)	P _Ω (ευρώ)	Q _Ω (χιλιάδες κιλά)
2018	7	20	5,5	10	30	40
2019	10	10	6	20	40	30
2020	15	30	8	30	50	20
2021	20	20	12	20	80	10

Να υπολογίσετε:

α) Το ΑΕΠ κάθε έτους σε σταθερές τιμές 2019. **(Μονάδες 8)**

β) Το δείκτη τιμών κάθε έτους, θεωρώντας ως έτος βάσης το 2019 (στους υπολογισμούς σας να λάβετε υπόψη μόνο το ακέραιο μέρος). **(Μονάδες 12)**

γ) Την ποσοστιαία μεταβολή του επιπέδου των τιμών μεταξύ των ετών 2019-2021.

(Μονάδες 5)

ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΘΕΜΑΤΟΣ 4^{ου}

α) Υπολογίζουμε το ΑΕΠ όλων των ετών σε σταθερές τιμές του 2019

Έτος	P _χ (ευρώ)	Q _χ (χιλιάδες κιλά)	P _γ (ευρώ)	Q _γ (χιλιάδες κιλά)	P _Ω (ευρώ)	Q _Ω (χιλιάδες κιλά)	ΑΕΠ σε σταθερές τιμές του 2019
2018	7	20	5,5	10	30	40	1.860
2019	10	10	6	20	40	30	1.420
2020	15	30	8	30	50	20	1.280
2021	20	20	12	20	80	10	720

ΑΕΠ₂₀₁₈ σε σταθερές τιμές 2019 = P_{χ2019} · Q_{χ2018} + P_{γ2019} · Q_{γ2018} + P_{Ω2019} · Q_{Ω2018} = 10 · 20 + 6 · 10 + 40 · 40 = 200 + 60 + 1.600 = 1.860 ευρώ

ΑΕΠ₂₀₁₉ σε σταθερές τιμές 2019 = P_{χ2019} · Q_{χ2019} + P_{γ2019} · Q_{γ2019} + P_{Ω2019} · Q_{Ω2019} = 10 · 10 + 6 · 20 + 40 · 30 = 100 + 120 + 1.200 = 1.420 ευρώ

ΑΕΠ₂₀₂₀ σε σταθερές τιμές 2019 = P_{χ2019} · Q_{χ2020} + P_{γ2019} · Q_{γ2020} + P_{Ω2019} · Q_{Ω2020} = 10 · 30 + 6 · 30 + 40 · 20 = 300 + 180 + 800 = 1.280 ευρώ

ΑΕΠ₂₀₂₁ σε σταθερές τιμές 2019 = P_{χ2019} · Q_{χ2021} + P_{γ2019} · Q_{γ2021} + P_{Ω2019} · Q_{Ω2021} = 10 · 20 + 6 · 20 + 40 · 10 = 200 + 120 + 400 = 720 ευρώ

(Μονάδες 8)

β) Υπολογίζουμε πρώτα το ΑΕΠ κάθε έτους σε τρέχουσες τιμές:

Έτος	P _χ (ευρώ)	Q _χ (χιλ. κιλά)	P _γ (ευρώ)	Q _γ (χιλ. κιλά)	P _Ω (ευρώ)	Q _Ω (χιλ. κιλά)	ΑΕΠ σε σταθερές τιμές 2019	ΑΕΠ σε τρέχουσες τιμές
2018	7	20	5,5	10	30	40	1.860	1.395
2019	10	10	6	20	40	30	1.420	1.420
2020	15	30	8	30	50	20	1.280	1.690
2021	20	20	12	20	80	10	720	1.440

ΑΕΠ₂₀₁₈ σε τρέχουσες τιμές = P_{χ2018} · Q_{χ2018} + P_{γ2018} · Q_{γ2018} + P_{Ω2018} · Q_{Ω2018} = 7 · 20 + 5,5 · 10 + 30 · 40 = 140 + 55 + 1.200 = 1.395

ΑΕΠ₂₀₁₉ σε τρέχουσες τιμές = P_{χ2019} · Q_{χ2019} + P_{γ2019} · Q_{γ2019} + P_{Ω2019} · Q_{Ω2019} = 10 · 10 + 6 · 20 + 40 · 30 = 100 + 120 + 1.200 = 1.420

ΑΕΠ₂₀₂₀ σε τρέχουσες τιμές = P_{χ2020} · Q_{χ2020} + P_{γ2020} · Q_{γ2020} + P_{Ω2020} · Q_{Ω2020} = 15 · 30 + 8 · 30 + 50 · 20 = 450 + 240 + 1.000 = 1.690

ΑΕΠ₂₀₂₁ σε τρέχουσες τιμές = P_{χ2021} · Q_{χ2021} + P_{γ2021} · Q_{γ2021} + P_{Ω2021} · Q_{Ω2021} = 20 · 20 + 12 · 20 + 80 · 10 = 400 + 240 + 800 = 1.440

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τον ΔΤ για κάθε έτος από τον τύπο :

$$\text{ΑΕΠ σε σταθερές τιμές} = \frac{\text{ΑΕΠ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100$$

Έτος	ΑΕΠ σε σταθερές τιμές 2019	ΑΕΠ σε τρέχουσες τιμές	ΔΤ %
2018	1.860	1.395	75
2019	1.420	1.420	100
2020	1.280	1.690	132
2021	720	1.440	200

$$\text{ΑΕΠ}_{2018} \text{ σε σταθερές τιμές}_{2019} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{2018} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow 1.860 = \frac{1.395}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Delta T_{2018}=75$$

$$\text{ΑΕΠ}_{2019} \text{ σε σταθερές τιμές}_{2019} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{2019} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow 1.420 = \frac{1.420}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Delta T_{2019}=100$$

$$\text{ΑΕΠ}_{2020} \text{ σε σταθερές τιμές}_{2019} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{2020} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow 1.280 = \frac{1.690}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Delta T_{2020}=132$$

$$\text{ΑΕΠ}_{2021} \text{ σε σταθερές τιμές}_{2019} = \frac{\text{ΑΕΠ}_{2021} \text{ σε τρέχουσες τιμές}}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow 720 = \frac{1.440}{\Delta T} \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Delta T_{2021}=150$$

(Μονάδες 12)

γ) Ποσοστιαία μεταβολή του επιπέδου των τιμών μεταξύ των ετών 2019-2021 =

$$\frac{\Delta T_{2021} - \Delta T_{2019}}{\Delta T_{2019}} \cdot 100 = \frac{200 - 100}{100} \cdot 100 = 100\%. \text{ Άρα το γενικό επίπεδο τιμών διπλασιάστηκε}$$

μεταξύ των ετών 2019 και 2021.

(Μονάδες 5)