ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

1. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΔΥΟ ΦΟΡΤΙΩΝ
Βήμα 1: σχεδιάζουμε τα δυο φορτία που δημιουργούν το πεδίο Coulomb την μεταξύ τους απόσταση
Βήμα 2: γράφουμε την σχέση ου δίνει την δυναμική ενέργεια στο σημείο αυτό $\mathbf{U_{(A)}=}$

Προσοχή : <u>στον τύπο της δυναμικής ενέργειας τα φορτία μπαίνουν με το πρόσημο τους !!!</u>

Βήμα 3: επιλύουμε τον τύπο ως προς τον άγνωστο που ζητά η άσκηση
Βήμα 4: κάνουμε αριθμητική αντικατάσταση και λύνουμε την σχέση

2. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ πολλών ΦΟΡΤΙΩΝ
Βήμα 1: σχεδιάζουμε τα φορτία που δημιουργούν το πεδίο Coulomb την μεταξύ τους απόσταση
Βήμα 2: γράφουμε την σχέση ου δίνει την δυναμική ενέργεια στο σημείο αυτό $\mathbf{U_{(A)1}=}$

Ο τύπος αυτός ισχύει μόνο για δυο φορτία , για αυτό αν έχω περισσότερα από δυο φορτία γράφω τον τύπο κάνοντας συνδυασμούς των φορτίων ανά δύο π.χ αν έχουμε τρία φορτία τότε
$\mathbf{U_{(A)1}=}$ Και $U_{(A)2}=$ και $U_{(A)3}=$

Βήμα 3: Η ολική δυναμική ενέργεια στο σημείο Α είναι απλά το αριθμητικό άθροισμα των παραπάνω σχέσεων δηλαδή : $U_{(A)} = \mathbf{U_{(A)1}} + U_{(A)2} + U_{(A)3}$

3.. Σχέση έργου – δυναμικής ενέργειας
Δυναμική ενέργεια στο άπειρο $\mathbf{U_\infty=0}$

Δυναμική ενέργεια σε ένα σημείο - έργο : $\mathbf{U_{(A)}= W_{A\to\infty}}$

Έργο για την μετακίνηση φορτίου q από ένα σημείο του πεδίου Α σε ένα άλλο σημείο Γ $\mathbf{U_{(A)}- U_{(\Gamma)}= W_{A\to\Gamma}}$
Αν το έργο W>0 παράγεται έργο για την μετακίνηση του φορτίου
Αν το έργο W<0 καταναλώνεται έργο για την μετακίνηση του φορτίου

4. ΔΥΝΑΜΙΚΟ

Βήμα 1: σχεδιάζουμε το φορτίο και σημειώνουμε το σημείο στο οποίο θα υπολογίσουμε το δυναμικό και την μεταξύ τους απόσταση
Βήμα 2: γράφουμε τον τύπο του δυναμικού του ηλεκτρικού πεδίου $\mathbf{V_A=}$

Βήμα 3: επιλύουμε τον τύπο ως προς τον άγνωστο που ζητά η άσκηση
Βήμα 4: κάνουμε αριθμητική αντικατάσταση και λύνουμε την σχέση

Προσοχή : <u>στον τύπο του δυναμικού τα φορτία μπαίνουν με το πρόσημο τους !!!</u>

5. Σχέση δυναμικού – Δυναμικές ενέργειας

Αν γνωρίζουμε το δυναμικό σε ένα σημείο του πεδίου μπορούμε να υπολογίσουμε και την δυναμική του ενέργεια του σημείου αυτού από την σχέση
$\mathbf{V_A=}$ και το αντίστροφο

6.. δυναμικό πεδίου που οφείλεται σε πολλά φορτία
Βήμα 1: σχεδιάζουμε τα φορτία που δημιουργούν το πεδίο Coulomb την μεταξύ τους απόσταση
Βήμα 2: γράφουμε την σχέση ου δίνει το δυναμικό στο σημείο αυτό από το κάθε φορτίο ξεχωριστά   π.χ $\mathbf{V_{A1}=}$

Και $V_{\mathbf{(A)2}}\mathbf{=}$ και $V_{\mathbf{(A)3}}\mathbf{=}$

Βήμα 3:   το ολικό δυναμικό στο σημείο Α είναι απλά το αριθμητικό άθροισμα των παραπάνω σχέσεων   δηλαδή   : $V_{(A)} = \mathbf{V_{(A)1}} + V_{\mathbf{(A)2}} + V_{\mathbf{(A)3}}$

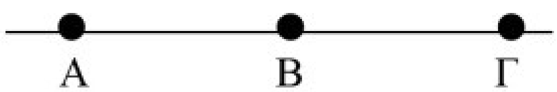
7. Σχέση έργου – δυναμικού
Δυναμικό στο άπειρο $\mathbf{V_\infty=0}$

Δυναμικό σε ένα σημείο - έργο : $\mathbf{V_A= \dfrac{W_{A\to\infty}}{q}}$

Έργο για την μετακίνηση φορτίου q από ένα σημείο του πεδίου Α σε ένα άλλο σημείο Γ $\mathbf{W_{A\to\Gamma}= q.(V_A-V_\Gamma)}$

Αν το έργο W>0 παράγεται έργο για την μετακίνηση του φορτίου
Αν το έργο W<0 καταναλώνεται έργο για την μετακίνηση του φορτίου

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

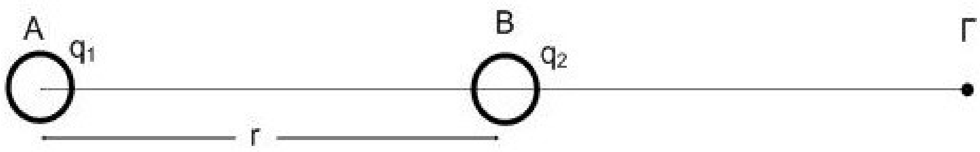


Δύο σημειακά φορτισμένα σώματα με φορτία $q_1 = q_2 = 3\cdot10^{-4}$ C βρίσκονται στις θέσεις Α και Β, πάνω σε οριζόντιο μονωμένο επίπεδο μεγάλων διαστάσεων, για τις οποίες ισχύει ΑΒ = 3 m. Η μάζα του σώματος που βρίσκεται στο σημείο Α είναι m = 0,2 kg .
Δ_1. Να βρείτε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων.
Δ_2. Να βρεθεί η τιμή του φορτίου q τρίτου σημειακού φορτισμένου σώματος, το οποίο πρέπει να τοποθετηθεί στο σημείο Γ της ευθείας ΑΒ, για το οποίο

ισχύει ΒΓ = 3 m, ώστε η ολική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών σωμάτων να είναι μηδενική.
Δ_3. Να εξετάσετε αν σε κάποιο από τα φορτία q_1 , q_2 και q_3 η συνισταμένη δύναμη από τα άλλα είναι μηδέν στις θέσεις Α, Β και Γ αντίστοιχα.
Ακινητοποιούμε τα φορτία q_2 και q_3 στις θέσεις Β και Γ και αφήνουμε το q_1 ελεύθερο να κινηθεί.
Δ_4. Αφού αιτιολογήσετε γιατί το φορτίο q_1 μπορεί να φτάσει στο άπειρο (δηλαδή σε πολύ μεγάλη απόσταση από τα άλλα δύο φορτία), να βρείτε την ταχύτητά του όταν φτάνει στο άπειρο.
Δίνεται $k_c = 9\cdot10^9$ N·m² / C² . Η επίδραση της βαρύτητας, οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέα.

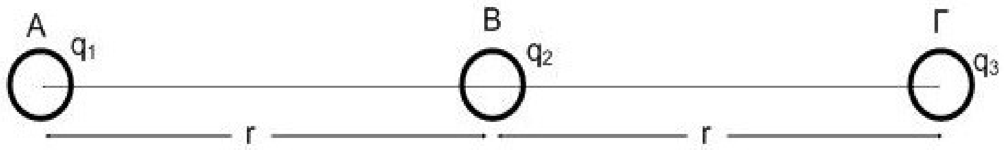
Λύση

Δ_1.



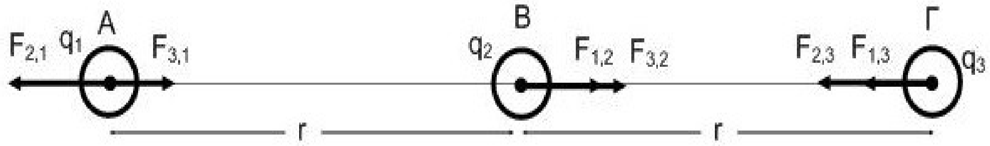
Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων q_1 και q_2 :
(Η δυναμική ηλεκτρική ενέργεια ορίζεται στο σύστημα των φορτίων q_1 και q_2)
$U_{1,2}$ = ⇒ $U_{1,2} = \frac{9\cdot10^9\cdot3\cdot10^{-4}\cdot3\cdot10^{-4}}{3}$ ⇒ $U_{1,2}$ = 270 joule .

Δ_2.
Τοποθετούμε το q_3 στο σημείο Γ.



Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων q_1 , q_2 και q_3 μας δίνεται μηδέν :
$U_{1,2,3} = 0$ ⇒ + + = 0 ⇒ $U_{1,2}$ + + = 0 ⇒
$q_3\cdot$(+) = – $U_{1,2}$ ⇒ $q_3\cdot$() = – $U_{1,2}$ ⇒ q_3 = – 2·r·) ⇒ $q_3 = -\,2\cdot3\cdot270 / (3\cdot9\cdot10^9\cdot3\cdot10^{-4})$ ⇒ $q_3 = -\,2\cdot10^{-4}$ C .

Δ_3.



Αν υπάρχει περίπτωση να μηδενίζεται η ολική δύναμη πάνω σε ένα φορτίο, αυτό είναι το φορτίο q_1 που βρίσκεται στο σημείο Α, οι δυνάμεις Coulomb που ασκούνται πάνω του από τα φορτία q_2 και q_3 είναι αντίρροπες .

$F_{2,1} = \frac{k_c \cdot |q_1 \cdot q_2|}{r^2} \Rightarrow F_{2,1} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{9} \Rightarrow F_{2,1} = 90$ N .

$F_{3,1} = \frac{k_c \cdot |q_1 \cdot q_3|}{(2r)^2} \Rightarrow F_{3,1} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{36} \Rightarrow F_{3,1} = 15$ N .

Η συνισταμένη των δύο δυνάμεων είναι διάφορη του μηδενός :

$\Sigma F_{x,1} = F_{2,1} - F_{3,1} \Rightarrow \Sigma F_{x,1} = 90 - 15 \Rightarrow \Sigma F_{x,1} = 75$ N , με φορά προς τα αριστερά.

Δηλαδή δεν υπάρχει η περίπτωση να μηδενιστεί η δύναμη σε κανένα από τα τρία φορτία .

Δ_4.

Το δυναμικό στο σημείο Α, λόγω των ηλεκτρικών πεδίων που δημιουργούν τα φορτία q_2 και q_3 είναι :

$V_A = V_{A,B} + V_{A,\Gamma} \Rightarrow V_A = + \Rightarrow V_A = 9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-4} / 3 - 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-4} / 6$

$\Rightarrow V_A = 6 \cdot 10^5$ V .

Το θετικό φορτίο q_1 κινείται αυθόρμητα μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο από το σημείο Α με τιμή υψηλού δυναμικού στο άπειρο με τιμή χαμηλού δυναμικού.

Αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας για το φορτίο q_1 :

(μια άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει σε συστήματα που ασκούνται μόνο διατηρητικές δυνάμεις σαν την F_c δύναμη Coulomb)

$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 + U_{1,2,3} = K + U_{2,3} \Rightarrow 0 = ½ \cdot m \cdot \upsilon^2$
$+ U_{2,3} \Rightarrow ½ \cdot m \cdot \upsilon^2 = - U_{2,3} \Rightarrow \upsilon^2 = - 2 \cdot U_{2,3} / m \Rightarrow \upsilon = \sqrt{(- 2 \cdot U_{2,3} / m)} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{(}- 2 \cdot$
$\Rightarrow \upsilon = 30 \cdot \sqrt{2}$ m / s .

Άλλος τρόπος θα μπορούσε να είναι με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το Α στο ∞ :

$\Delta K_{A \to \infty} = W_{Fc, A \to \infty} \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = q_1 \cdot V_A \Rightarrow ½ \cdot m \cdot \upsilon^2 = q_1 \cdot V_A \Rightarrow \upsilon =$
$\Rightarrow \upsilon = 30 \cdot \sqrt{2}$ m / s .

8.Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε ανομοιογενές πεδίο (πεδίο Coulomb)

Έστω ότι ένα φορτισμένο σωματίδιο μάζας m και φορτίου q αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από φορτίο Q . Το φορτίο q θα δεχθεί δύναμη F ίση με την δύναμη Coulomb από το

φορτίο Q . Επειδή η δύναμη Coulomb δεν είναι σταθερή (είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης) το σωματίδιο εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση με μεταβλητή επιτάχυνση η οποία συνεχώς ελαττώνεται όσο αυξάνεται η απόσταση μεταξύ των φορτίων .
Διακρίνουμε δυο περιπτώσεις

Α) το ένα φορτίο είναι ακίνητο και το άλλο κινείται :

Η δύναμη coulomb είναι συντηρητική δύναμη , οπότε μπορούμε να εφαρμόσουμε την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας (συνήθως το βαρυτικό πεδίο παραλείπεται .Αν η άσκηση δεν παραλείπεται , και το βάρος είναι συντηρητική δύναμη , οπότε η μεθοδολογία δεν αλλάζει)

Χωρίς βαρυτικό πεδίο και χωρίς αρχική ταχύτητα
$E_{(A)}=E_{(B)}$ $K_{(A)}+U_{(A)}=K_{(B)}+U_{(B)}$ $0 + \ = ½ mυ^2 +$
χωρίς βαρυτικό πεδίο με αρχική ταχύτητα
$E_{(A)}=E_{(B)}$ $K_{(A)}+U_{(A)}=K_{(B)}+U_{(B)}$ $½ m + \ = ½ mυ^2 +$
Αν το σωματίδιο φτάνει στο άπειρο $U_{(B)} =U_\infty =0$
$E_{(A)}=E_{(\infty)}$ $K_{(A)}+U_{(A)}=K_{(\infty)}+U_{(\infty)}$ $0 + \ = ½ mυ^2$
Με βαρυτικό πεδίο και χωρίς αρχική ταχύτητα
$E_{(A)}=E_{(B)}$ $K_{(A)}+U_{(A)}+U_{β(A)}=K_{(B)}+U_{(B)} +U_{β(A)}$
$0 + \ +mgr_1= ½ mυ^2 + \ +mgr_2$

Β) και τα δυο φορτία είναι ελεύθερα να κινηθούν

Συνήθως ζητάμε την ελάχιστη απόσταση που θα πλησιάσουν τα δυο φορτία
Σε όλες τις περιπτώσεις εξετάζουμε την περίπτωση που τα δυο φορτία θα αποκτήσουν κοινή ταχύτητα

Βήμα 1: εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής $P_{ολ(πριν)}=P_{ολ(μετά)}$

$m_1υ_1 +m_2υ_2 = (m_1+m_2)v$

Βήμα 2: εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας

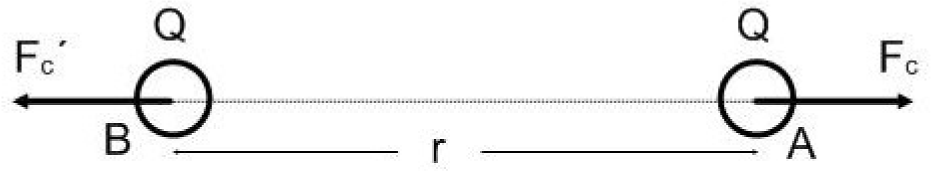
$E_{(A)}=E_{(B)}$ $K_{(A)}+U_{(A)}=K_{(B)}+U_{(B)}$
$½ m_1 +½ m_2 \ + = ½ (m_1+m_2)v^2 +$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ
Δυο μικρές σφαίρες Α και Β με μάζες m_A = 1 g και m_B έχουν ίσα θετικά φορτία Q = 2 μC και συγκρατούνται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό δάπεδο, σε απόσταση r = 15 cm.
$Δ_1$. Να υπολογιστεί η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δυο σφαιρών όταν βρίσκονται σε απόσταση r = 15 cm.
Στη συνέχεια αφήνουμε ελεύθερη τη σφαίρα Α να κινηθεί.
$Δ_2$. Να υπολογίσετε την τιμή της αρχικής επιτάχυνσης της σφαίρας.
$Δ_3$. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητάς της, όταν η απόστασή της από τη σφαίρα Β γίνει r΄ = 4·r
$Δ_4$. Αν οι δυο σφαίρες αφήνονταν ταυτόχρονα ελεύθερες θα απομακρύνονταν μεταξύ τους μέχρι η επίδραση της μιας πάνω στη άλλη να είναι αμελητέα. Αν εκείνη τη στιγμή είχαν αποκτήσει ταχύτητες μέτρου $υ_A$και

$\upsilon_B = 4 \cdot \upsilon_A$, να υπολογίσετε τη μάζα της σφαίρας Β καθώς και την ολική κινητική ενέργεια του συστήματος των δυο σφαιρών όταν θα έχουν απομακρυνθεί μέχρι η επίδραση της μιας πάνω στη άλλη να είναι αμελητέα . Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η τιμή της ηλεκτρικής σταθεράς είναι $k_c = 9 \cdot 10^9$ N·m^2 / C^2 .

Λύση

Δ_1.



Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια των σφαιρών Α και Β σε απόσταση r μεταξύ τους είναι :

$U_{A,B,r} = \;\Rightarrow U_{A,B,r} = 9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6} / 15 \cdot 10^{-2} \Rightarrow U_{A,B,r} = 0{,}24$ joule .

Δ_2.

2ος Newton :

$\Sigma F = m_A \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \;\Rightarrow \alpha = \;\Rightarrow$

(η δύναμη Coulomb δίνεται : $F_c =$

$\Rightarrow \alpha = \Rightarrow \alpha = 9 \cdot 10^9 \cdot (2 \cdot 10^{-6})^2 / (10^{-6} \cdot (15 \cdot 10^{-2})^2) \Rightarrow \alpha = 1600$ m / s^2 .

Δ_3.

Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας :

(άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει μόνο σε σύστημα σωμάτων όπου ασκούνται διατηρητικές δυνάμεις, εφαρμόζετε για αρχική κατάσταση όταν τα σώματα απέχουν κατά r και τελική κατάσταση όταν τα σώματα απέχουν 4·r)

$E_{αρχ} = E_{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow 0 + U_{A,B,r} = ½ \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 + U_{A,B,r΄} \Rightarrow$

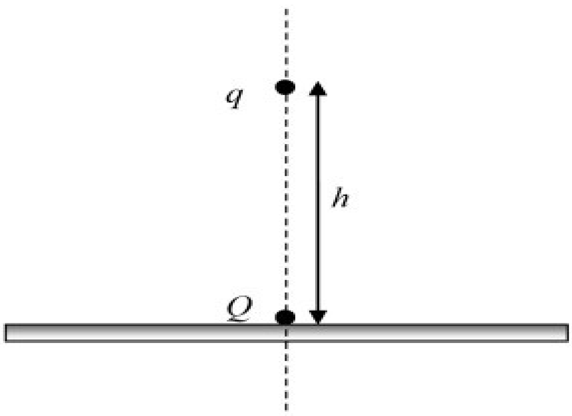
$= ½ \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 + \Rightarrow ½ \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 = - \Rightarrow$

$½ \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 = \Rightarrow \upsilon_A^2 = \Rightarrow \upsilon_A = \Rightarrow \upsilon_A = 6 \cdot \sqrt{10}$ m / s .

Δ_4.

Αφήνουμε τις δύο σφαίρες ελεύθερες από την αρχική τους θέση (όπου απέχουν απόσταση r) και οι σφαίρες φτάνουν σε πολύ μεγάλη απόσταση (όπου απέχουν άπειρη απόσταση) με ταχύτητες υ_A και $4\cdot\upsilon_A$.
Αρχή διατήρησης της ορμής :
(διανυσματική σχέση που ισχύει σε μονωμένο σύστημα, όπου η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν)
$P_{ολ,αρχ} = P_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 = m_A\cdot\upsilon_A - m_B\cdot\upsilon_B \Rightarrow m_A\cdot\upsilon_A = m_B\cdot 4\cdot\upsilon_A \Rightarrow$
$m_B = \frac{1}{4} m_A \Rightarrow m_B = \frac{1}{4}\cdot 10^{-3}$ kg .
Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας :
$E_{αρχ} = E_{τελ} \Rightarrow K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow 0 + U_{A,B,r} = 0 + K_{τελ} \Rightarrow K_{τελ} = 0{,}24$ joule

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (ΜΕ ΒΑΡΥΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ)
Ένα σημειακό φορτίο $Q = 4\cdot10^{-5}$ C βρίσκεται ακίνητο στην επιφάνεια της Γης, και στην κατακόρυφο που διέρχεται από το Q σε ύψος h = 0,1 m από αυτό, κρατείται ακίνητο δεύτερο σημειακό σωματίδιο μάζας m = 0,1 kg και φορτίου $q = 10^{-6}$ C όπως φαίνεται στο σχήμα. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το φορτίο q.



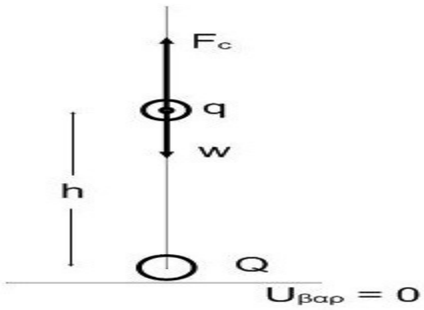
$Δ_1$. Να εξηγήσετε γιατί το φορτίο q θα ξεκινήσει να κινείται προς τα επάνω.
$Δ_2$. Να υπολογίσετε τη μέγιστη απόσταση, από το φορτίο Q, στην οποία θα φθάσει το q.

$Δ_3$. Σε ποια θέση, κατά την άνοδό του, θα αποκτήσει το φορτίο q την μέγιστη ταχύτητα; $Δ_4$. Υπολογίστε αυτή τη μέγιστη ταχύτητα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης g = 10 m / s^2, η σταθερά του νόμου του Coulomb $k_c = 9·10^9$ N m^2 / C^2, και ότι √12,25 = 3,5 .

Λύση

$Δ_1$.

Στο φορτίο ασκούνται δύο δυνάμεις η F_c προς τα πάνω και το βάρος w προς τα κάτω.



Για να κινηθεί το φορτίο q προς τα πάνω πρέπει $F_c > w$. Οι δυνάμεις :

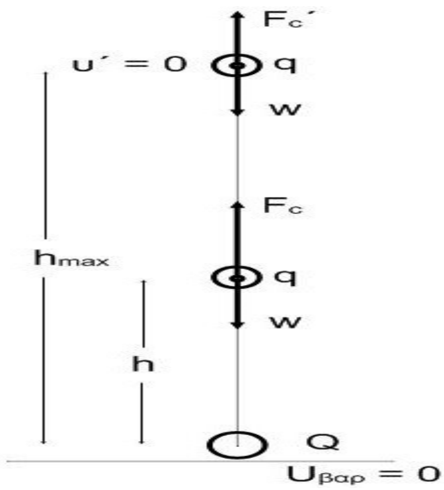
F_c = ⇒ $F_c = \frac{9·10^9·4·10^{-5}·10^{-6}}{(10^{-1})^2} ⇒ F_c = 36$ N .

$w = m·g ⇒ w = 10^{-1}·10 ⇒ w = 1$ N .

Βλέπουμε ότι πράγματι $F_c > w$.

$Δ_2$.

Όταν το φορτίο q φτάσει στην μέγιστη απόσταση από το Q θα σταματήσει στιγμιαία και θα επιστρέψει προς τα κάτω.



Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας :

(άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει σε σύστημα σωμάτων όπου δρουν διατηρητικές δυνάμεις, σαν την δύναμη Coulomb F_c και το βάρος w, την εφαρμόζουμε με αρχική θέση όταν τα φορτία βρίσκονται σε απόσταση h και τελική θέση την μέγιστη απόσταση h_{max})

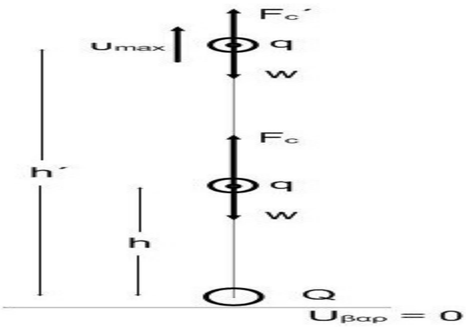
$E_{αρχ} = E_{αρχ} ⇒ K_{αρχ} + U_{Q , q , h} + U_w = K_{τελ} + U_{Q , q , h\ max} + U_{w , h\ max} ⇒$

0 + + m·g·h = 0 ++ m·g·h_{max} ⇒

$$\frac{(k_c·Q·q + m·g·h^2)}{h} = \frac{(k_c·Q·q + m·g·h_{max}^2)}{h_{max}}$$

$\Rightarrow h_{max}\dfrac{(k_c\cdot Q\cdot q + m\cdot g\cdot h^2)}{h} - k_c\cdot Q\cdot q + m\cdot g\cdot h_{max}^2 = 0 \Rightarrow$

$h_{max}^2 - ((9\cdot 4\cdot 10^{-2} + 10^{-2}) / 10^{-1})\cdot h_{max} + 36\cdot 10^{-2} = 0 \Rightarrow h_{max}^2 - 3{,}7\cdot h_{max} + 0{,}36 = 0$.
Η δευτεροβάθμια έχει δύο λύσεις απορρίπτουμε την αρνητική λύση και κάθε λύση που είναι μικρότερη ή ίση από το ύψος h = 0,1 m .
$h_{max\,1,2} = (3{,}7 \pm \sqrt{(3{,}7^2 - 4\cdot 0{,}36)}) / 2 \Rightarrow h_{max\,1} = 3{,}6$ m ή $h_{max\,2} = 0{,}1 = h$ που απορρίπτεται.
Να σημειώσουμε εδώ ότι προκύπτει και η $h_{max\,2} = h$ γιατί είναι η θέση στην οποία έχουμε μηδενική ταχύτητα κατά την κάθοδο του σώματος – φορτίου q.
Δ_3.
Για όσο χρόνο η $F_c΄ > w$ το φορτίο – σώμα q επιταχύνεται, όταν $F_c΄ < w$ το φορτίο – σώμα q επιβραδύνεται, επομένως την μέγιστη ταχύτητα την έχουμε όταν $F_c΄ = w$.
Έστω h΄ η απόσταση από το Q στην οποία το q έχει μέγιστη ταχύτητα $υ_{max}$.



$Fc΄ = w \Rightarrow F_c = \; = m\cdot g \Rightarrow \; h΄^{\,2} = \; \Rightarrow$
$h΄ = \; \Rightarrow h΄ = \sqrt{(36\cdot 10^{-2})} \Rightarrow h΄ = 0{,}6$ m .
Δ_4.
Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας :
(άλλη έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει σε σύστημα σωμάτων όπου δρουν διατηρητικές δυνάμεις, σαν την δύναμη Coulomb F_c και το βάρος w, την εφαρμόζουμε με αρχική θέση όταν τα φορτία βρίσκονται σε απόσταση h και τελική θέση την απόσταση h΄, δείτε το σχήμα στο Δ_3)
$E_{αρχ}΄ = E_{αρχ}΄ \Rightarrow K_{αρχ}΄ + U΄_{Q\,,\,q\,,\,h} + U΄_w = K_{τελ}΄ + U΄_{Q\,,\,q\,,\,h}΄ + U΄_{w\,,\,h}΄ \Rightarrow$
$0 + + m\cdot g\cdot h = ½\cdot m\cdot υ_{max}^2 + + m\cdot g\cdot h΄ \Rightarrow (k_c\cdot Q\cdot q + m\cdot g\cdot h^2) / h = ½\cdot m\cdot υ_{max}^2$
$+ (k_c\cdot Q\cdot q + m\cdot g\cdot h΄^{\,2}) / h΄ \Rightarrow$
$½\cdot m\cdot υ_{max}^2 = \dfrac{(k_c\cdot Q\cdot q + m\cdot g\cdot h^2)}{h} / h - \dfrac{(k_c\cdot Q\cdot q + m\cdot g\cdot h΄^{\,2})}{h΄} / h΄$
$\Rightarrow υ_{max}^2 = ()\cdot((\dfrac{k_c\cdot Q\cdot q + m\cdot g\cdot h^2)}{h} - \dfrac{(k_c\cdot Q\cdot q + m\cdot g\cdot h΄^{\,2})}{h΄} / h΄) \Rightarrow$
$\Rightarrow υ_{max} = \; \Rightarrow\Rightarrow υ_{max} = \sqrt{(20\cdot 2{,}5)} \Rightarrow υ_{max} = \sqrt{(25\cdot 2)} \Rightarrow υ_{max} = 5\cdot\sqrt{2}$ m / s .

9. ΦΟΡΤΙΟ ΜΕΣΑ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

9.Α. ισορροπία σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

ΒΗΜΑ 1°	**Σχεδιάζω το σώμα και σημειώνω τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του** και την φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, δηλαδή Τις δυνάμεις F που λέει η άσκηση Την δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου που δίνεται από την σχέση F=E.q (αν το φορτίο q είναι θετικό η δύναμη έχει την φορά της έντασης του πεδίου ενώ αν είναι αρνητικό έχει την αντίθετη φορά) Το βάρος w (με διεύθυνση κατακόρυφα προς τα κάτω) Την κάθετη αντίδραση Ν (αν το σώμα ακουμπά σε μια επιφάνεια) με διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια , και φορά από την επιφάνεια προς το σώμα Την τάση $T_ν$ του νήματος (αν υπάρχει νήμα) στην διεύθυνση του νήματος με φορά από το σώμα προς τα έξω
ΒΗΜΑ 2°	**Σχεδιάζω δυο κάθετους άξονες** τον χχ΄ και τον yy΄ κάθετος στον χχ΄
ΒΗΜΑ 3°	**Όσες δυνάμεις δεν είναι πάνω στους άξονες τις αναλύω σε κάθετες συνιστώσες** F_x , F_y με την βοήθεια των τριγωνομετρικών αριθμών ημφ και συνφ Η ανάλυση χρειάζεται να είναι γνωστή κάποια γωνία ανάμεσα στην δύναμη και κάποια συνιστώσα της π.χ F_x=Fσυνφ αν η γωνία φ βρίσκεται ανάμεσα στην F και την F_x F_y= F ημφ αν η γωνία φ βρίσκεται ανάμεσα στην F και την F_y Άρα είναι σημαντικό να ξέρουμε μια γωνία . Αν δίνεται κάποια άλλη γωνία στην άσκηση , ψάχνω για γωνίες εντός εναλλάξ (ίσες) , εντός εκτός και επί τα αυτά (ίσες) , γωνίες με πλευρές κάθετες (ίσες) π.χ η γωνία κλίσης ενός κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με την γωνία που σχηματίζει το βάρος w του σώματος (που είναι πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο) με τον άξονα yy΄ (επειδή είναι γωνίες με πλευρές κάθετες) οπότε

	w_y=w.συνφ = m.g.συνφ w_x= w.ημφ = m.g.ημφ
ΒΗΜΑ 4^o	Στον ένα άξονα το σώμα δεν κινείται (έστω στον yy΄) οπότε γράφουμε $ΣF_y$=0 Στον άλλο άξονα το σώμα δεν κινείται (έστω στον χχ΄) οπότε γράφουμε $ΣF_X$=0 Για να ισορροπεί γενικά ένα σώμα θα πρέπει ΣF=0
ΒΗΜΑ 5^o	Υπολογίζω όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα από το σύστημα των δυο εξισώσεων

Σχέση έντασης – δυναμικού στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο **Ε=**

9.Β ΣΧΕΣΕΙΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ ΣΕ Ο.Η.Π

Ε=σταθερή ,

F=q.E $a = \frac{q.E}{m}$

$E = \frac{V}{x}$

9.Γ κίνηση φορτίου με ταχύτητα παράλληλη στις δυναμικές γραμμές Ο.Η.Π

I) υ_o□□Ε το φορτίο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με εξισώσεις

$\upsilon=\upsilon_o + \alpha t$,

$x=x_o+\upsilon_o t+ ½ at^2$

II) υ_o □□ Ε το φορτίο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με εξισώσεις

$\upsilon=\upsilon_o - at$,

$x=x_o+\upsilon_o t+ ½ at^2$

III) αν η άσκηση ζητά μόνο την ταχύτητα που θα αποκτήσει το φορτίο μπορούμε να εφαρμόσουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας ΔΚ= W $K_{τελ}$ – $K_{αρχ}$ =W ½ $m\upsilon^2$ - ½ m = qV½ $m\upsilon^2$ - ½ m = q.E.x

9.Δ κίνηση φορτίου με ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές Ο.Η.Π

Η κίνηση μοιάζει με την οριζόντια βολή

Στον άξονα χχ΄ :υ_o= σταθερή

$\chi = \upsilon_o.t$

*Στον άξονα yy΄ :*α= = σταθερή

$y = ½ \ a t^2$

υ_y= a.t

ολικός χρόνος κίνησης ;$L = ½ \ a t_{ολ}^2$

εξίσωση της τροχιάς : $y = \frac{\alpha x^2}{2 \upsilon_o^2}$

Η ταχύτητα σε κάποιο σημείο της τροχιάς :

$υ_χ = υ_ο$
$υ_y = α.t$
$υ^2 = υ_χ^2 + υ_y^2$
εφ $φ = υ_y / υ_x$

Διαγράμματα

α υx

α υο

t t

y

$υ_y$

t t

y y

t^2

x

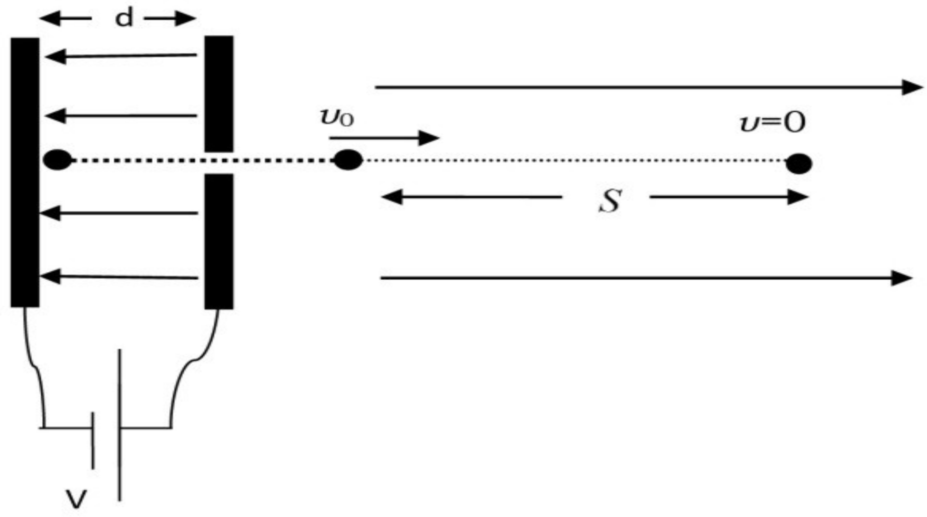
y

φ x^2

εφφ=

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ : ΚΙΝΗΣΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ ΣΤΙΣ ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

Ηλεκτρόνιο ξεκινά από τον αρνητικό οπλισμό ενός πυκνωτή, στο χώρο μεταξύ των οπλισμών του οποίου υπάρχει ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του είναι d = 3,5 cm, και η τάση που εφαρμόζεται στους οπλισμούς του είναι V = 35 V. Τη στιγμή που εξέρχεται από τον θετικό οπλισμό έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $υ_0$. Στη συνέχεια μπαίνει σε δεύτερο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο ομόρροπα με τη φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου.



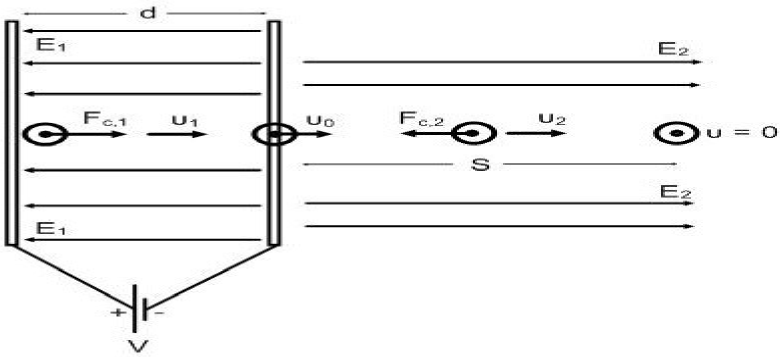
$Δ_1$. Να υπολογίσετε το ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται η ορμή του ηλεκτρονίου κατά τη διάρκεια της κίνησής του μέσα στο πρώτο πεδίο.
$Δ_2$. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας $υ_0$.
$Δ_3$. Να υπολογίσετε την ένταση E του δεύτερου πεδίου ώστε το ηλεκτρόνιο να σταματήσει για πρώτη φορά αφού διανύσει στο δεύτερο πεδίο απόσταση S = 0,07 m.
$Δ_4$. Αν t_1 είναι το χρονικό διάστημα κίνησης του ηλεκτρονίου στο πρώτο πεδίο και t_2 το χρονικό διάστημα κίνησης του ηλεκτρονίου στο δεύτερο πεδίο να υπολογιστεί ο λόγος t_1 / t_2 .
Δίνονται : φορτίο ηλεκτρονίου e = $-1,6\cdot10^{-19}$ C, μάζα ηλεκτρονίου m = $9,1\cdot10^{-31}$ kg, το πηλίκο e / m = $1,75\cdot10^{11}$ C / kg. Οι βαρυτικές δυνάμεις θεωρούνται αμελητέες.

Λύση

$Δ_1$.

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής στο 1ο πεδίο είναι ίσος με την ηλεκτρική δύναμη $F_{c,1}$, ο ρυθμός είναι θετικός γιατί η δύναμη έχει την φορά της κίνησης.
2ος γενικευμένος νόμος του Newton :
 = $F_{c,1} \Rightarrow$
(Ορισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου : E = $\Rightarrow F_{c,1} = E\cdot|e|$)
$\Rightarrow$ = $E\cdot|e|$ $\Rightarrow$
(Σχέση έντασης και διαφοράς δυναμικού σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο E = $\Rightarrow$ = ()$\cdot|e|$ $\Rightarrow$ = $\cdot1,6\cdot10^{-19} \Rightarrow$ = $1,6\cdot10^{-16}$ kg·m / s² .

Δ_2.



Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ή θεώρημα έργου – ενέργειας) : (άλλη διατύπωση της αρχής διατήρησης της ενέργειας, που ισχύει παντού, στη περίπτωση μας την εφαρμόζουμε για να υπολογίσουμε την ταχύτητα του ηλεκτρονίου στο 1ο πεδίο.)

$\Delta K = W_{Fc,1} \Rightarrow K_{τελ} – K_{αρχ} = W_{Fc,1} \Rightarrow ½\cdot m\cdot υ_0^2 – 0 = F_{c,1}\cdot d \Rightarrow ½\cdot m\cdot υ_0^2 = E\cdot|e|\cdot d \Rightarrow ½\cdot m\cdot υ_0^2 = (V / d)\cdot|e|\cdot d \Rightarrow ½\cdot m\cdot υ_0^2 = V\cdot|e| \Rightarrow ½\cdot m\cdot υ_0^2 = V\cdot|e| \Rightarrow υ_0^2 = \Rightarrow υ_0 = \Rightarrow υ_0 = \Rightarrow υ_0 = 3{,}5\cdot 10^6$ m / s² .

Δ_3.

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ή θεώρημα έργου – ενέργειας) :

$\Delta K = W_{Fc,2} \Rightarrow K_{τελ} – K_{αρχ} = W_{Fc,2} \Rightarrow 0 – ½\cdot m\cdot υ_0^2 = F_{c,2}\cdot S\cdot συν\ 180° \Rightarrow – ½\cdot m\cdot υ_0^2 = – F_{c,2}\cdot S \Rightarrow$

(Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ορίζεται : $E_2 = \Rightarrow F_{c,2} = |e|\cdot E_2$)

$\Rightarrow ½\cdot m\cdot υ_0^2 = |e|\cdot E_2\cdot S \Rightarrow E_2 = \Rightarrow E_2 = \Rightarrow E_2 = 500$ N / C .

Δ_4.

Το ηλεκτρόνιο κινείται στο πρώτο πεδίο και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση :

$υ_0 = υ_{0,2} + α_1\cdot t_1 \Rightarrow$

(Βάλαμε $υ_0$ την τελική ταχύτητα της κίνησης στο πρώτο πεδίο, ενώ η αρχική ταχύτητα στο πρώτο πεδίο είναι μηδέν $υ_{0,2} = 0$, το σώμα είναι αρχικά ακίνητο)

$\Rightarrow υ_0 = 0 + α_1\cdot t_1 \Rightarrow υ_0 = α_1\cdot t_1 \Rightarrow t_1 =$ …(I)

Το ηλεκτρόνιο κινείται στο πρώτο πεδίο και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση :

$υ' = υ_0 – α_2\cdot t_2 \Rightarrow 0 = υ_0 – α_2\cdot t_2 \Rightarrow υ_0 = α_2\cdot t_2 \Rightarrow t_2 =$ …(II)

Διαιρούμε κατά μέλη τις (I) και (II) :

(I) / (II) $\Rightarrow = \Rightarrow =$ …(III)

2ος νόμος του Newton :

$F_{c,2} = m\cdot α_2 \Rightarrow α_2 =$.

$F_{c,1} = m\cdot α_1 \Rightarrow α_1 =$.

Διαιρούμε κατά μέλη :

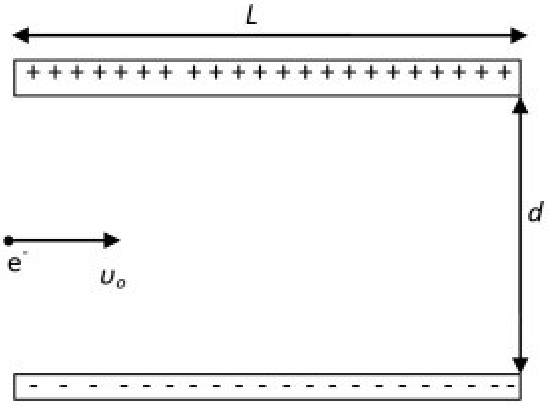
$= \Rightarrow = \Rightarrow = \Rightarrow = \Rightarrow = \Rightarrow =$ …(IV)

Αντικαθιστούμε την (IV) στη (III) :

(IV), (III) $\Rightarrow = \Rightarrow = 5\cdot 10^2\cdot 3{,}5\cdot 10^{-2} / 35 \Rightarrow = ½$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ : ΚΙΝΗΣΗ ΦΟΡΤΙΟΥ ΚΑΘΕΤΑ ΣΤΙΣ ΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΓΡΑΜΜΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

Δύο οριζόντιες μεταλλικές πλάκες έχουν μήκος L = 4 cm, απέχουν απόσταση d = 1,6 cm ενώ η μεταξύ τους διαφορά δυναμικού είναι V = 90 V. Ένα ηλεκτρόνιο εισέρχεται στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των πλακών με ταχύτητα μέτρου $υ_0 = 10^7$ m / s που είναι κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου και εξέρχεται από αυτό.



Να υπολογίσετε:

Δ1. το χρόνο για τον οποίο το ηλεκτρόνιο θα κινείται εντός του πεδίου.

Δ2. την απόσταση από τη θετικά φορτισμένη μεταλλική πλάκα στην οποία πρέπει να εισέλθει το ηλεκτρόνιο ώστε να βγεί οριακά από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

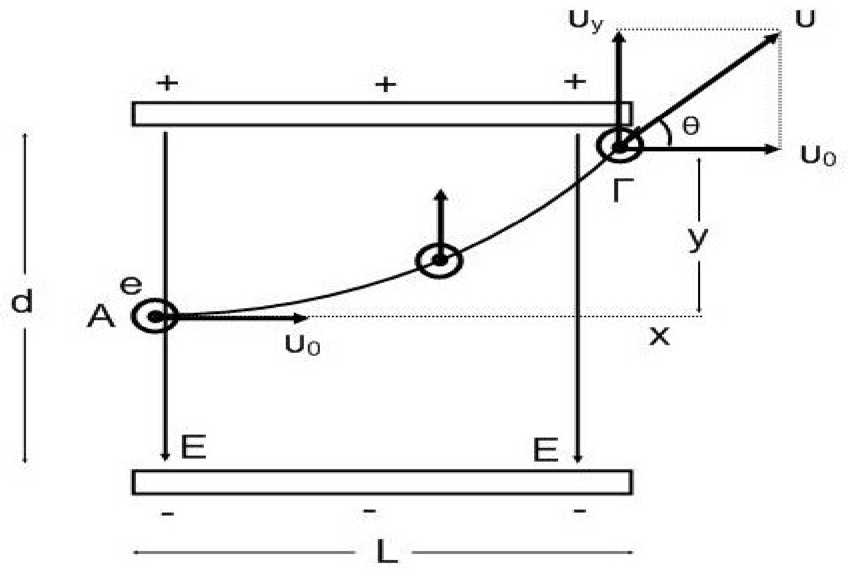
Δ3. τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων εισόδου και εξόδου του ηλεκτρονίου από το πεδίο.

Δ4. τη μεταβολή της ορμής του ηλεκτρονίου κατά την προηγούμενη κίνησή του.

Δίνεται η μάζα του ηλεκτρονίου $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kg και το φορτίο του $q = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Κατά την κίνηση του ηλεκτρονίου να αγνοήσετε τη δύναμη του βάρους του.

Λύση

Δ1.



Το ηλεκτρόνιο εισέρχεται κάθετα στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή και εκτελεί σύνθετη κίνηση. Στον άξονα x, ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα $υ_0$ και στον άξονα y ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Άξονας x :

$x = υ_0 \cdot t \Rightarrow$

(για $t = t_κ \Rightarrow x = L$)

$L = υ_0 \cdot t_κ \Rightarrow t_κ = \Rightarrow t_κ = \Rightarrow t_κ = 4 \cdot 10^{-9}$ s .

$Δ_2$.

Άξονας y :

2ος Newton :

$ΣF = m_e \cdot α \Rightarrow F_c = m_e \cdot α \Rightarrow α = \Rightarrow$

(ορισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου : $E = \Rightarrow F_c = |e| \cdot E$)

$α = \Rightarrow$(σχέση έντασης και διαφοράς δυναμικού, σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο : $E =$)

$α = \Rightarrow α = | \Rightarrow α = \Rightarrow α = \Rightarrow α = 10^{15}$ m / s² .

Η κατακόρυφη απόκλιση :

$y = ½ \cdot α \cdot t_κ^2 \Rightarrow y = ½ \cdot 10^{-15} \cdot (4 \cdot 10^{-9})^2 \Rightarrow y = 8 \cdot 10^{-3}$ m ή 0,8 cm .

Το ηλεκτρόνιο εισέρχεται στον πυκνωτή από το μέσο της απόστασης των δύο οπλισμών του.

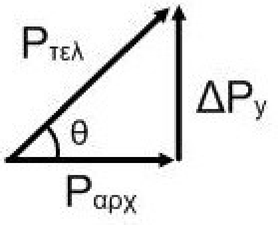
$Δ_3$.

Ορισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου :

$E =$και $E = \Rightarrow\ = \Rightarrow |V_{ΑΓ}| = ()\cdot y \Rightarrow |V_{ΑΓ}| = ()\cdot(½\, d) \Rightarrow |V_{ΑΓ}| = \Rightarrow |V_{ΑΓ}| = 45$ V και η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων εισόδου Α και εξόδου Γ από το ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή είναι αρνητική, γιατί το ηλεκτρόνιο κινείται από χαμηλή τιμή δυναμικού προς υψηλή τιμή δυναμικού.

$Δ_4$.

Η μεταβολή της ορμής στον y άξονα είναι :



$ΔP_y = m_e·υ_y \Rightarrow ΔP_y = m_e·(α·t_κ) \Rightarrow ΔP_y = 9·10^{-31}·(10^{15}·4·10^{-9}) \Rightarrow ΔP_y = 36·10^{-25}·kg·m / s$.
Με διεύθυνση κατακόρυφη και φορά προς τον θετικό οπλισμό του πυκνωτή.

10.. ΠΥΚΝΩΤΕΣ

ΤΥΠΟΙ

Χωρητικότητα πυκνωτή	**C= ή C= ε.ε$_o$.**	F
Ενέργεια πυκνωτή	**U= ½ C.V^2 = ½ = ½ Q.V**	J

Η χωρητικότητα του πυκνωτή εξαρτάται μόνο από τα κατασκευαστικά του στοιχεία και το υλικό που υπάρχει ανάμεσα στους οπλισμούς του (**C= ε.ε$_o$.**) και όχι από το φορτίο ή την τάση V . Αν αλλάξει το φορτίο και η τάση V η χωρητικότητα θα παραμείνει σταθερή C= =
Άρα για να αλλάξει η χωρητικότητα θα πρέπει να αλλάξει ένα από τα μεγέθη S,L,ε

Q C

Φ V q ή V

εφφ= C

10.Α αν αλλάξουμε τα στοιχεία του πυκνωτή αλλά οι οπλισμοί του είναι συνδεδεμένοι στους πόλους της πηγής τότε η τάση του παραμένει σταθερή

10 Β Αποσύνδεση από την πηγή και σύνδεση με άλλον πυκνωτή .
Όταν το σύστημα των δυο πυκνωτών ηρεμήσει οι δυο πυκνωτές θα έχουν την ίδια τάση . Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης του Φορτίου για το σύστημα των δυο πυκνωτών
$Q_{ολ(πριν)}=Q_{ολ(μετά)}$ $Q_1+Q_2= Q_1' +Q_2'$ $C_1V_1 +C_2V_2 = (C_1+C_2)V$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ
Δύο φορτισμένα σωμάτια με ετερώνυμα φορτία για τα οποία ισχύει $|q_1|$ = $|q_2|$ = q βρίσκονται στο κενό και απέχουν απόσταση d = 10 cm. Η απόσταση των οπλισμών ενός επίπεδου πυκνωτή, ο οποίος δεν είναι συνδεδεμένος με πηγή είναι d = 10 cm και το φορτίο του επίσης q. Η ενέργεια του πυκνωτή είναι κατ' απόλυτη τιμή ίση με την ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων.
$Δ_1$. Να βρεθεί η χωρητικότητα του πυκνωτή.
$Δ_2$. Να βρεθεί το εμβαδόν των οπλισμών του.
$Δ_3$. Αν q = 20 / 9 μC, να βρεθεί η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή.
$Δ_4$. Αν απομακρυνθούν οι οπλισμοί του πυκνωτή σε διπλάσια απόσταση να βρεθεί η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας που αποθηκεύεται στον πυκνωτή.
Δίνεται $ε_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\ C^2 / (N\cdot m^2)$ και $k_c = 9\cdot10^9\ N\cdot m^2 / C^2$.

Λύση
$Δ_1$.
Η ενέργεια του πυκνωτή είναι κατ' απόλυτη τιμή ίση με την ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων :
$U_E = |U_{ηλ}|$ ⇒ ½·(q² / C) = ⇒ C = ⇒ C = ⇒ C = F .
$Δ_2$.
Η χωρητικότητα του πυκνωτή σε σχέση με τα γεωμετρικά του στοιχεία :
C =$ε_o$ ⇒ A = ⇒ A = ⇒ A = $63\cdot10^{-3}$ m² .
$Δ_3$.
Ορισμός της χωρητικότητας του πυκνωτή :
C = ⇒ V_c = .

Η σχέση της έντασης και της διαφοράς δυναμικού σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο :

$E = \Rightarrow E = \ \Rightarrow E = \ \Rightarrow E = (20 / 9)\cdot 10^{-6} / ((10^{-10} / 18)\cdot 10^{-1}) \Rightarrow E = 4\cdot 10^{6}$ N / C .

Δ_4.

Διπλασιάζεται η απόσταση μεταξύ των οπλισμών άρα μεταβάλλεται η χωρητικότητα :

Η χωρητικότητα πριν την απομάκρυνση των οπλισμών :

$C = \varepsilon_o$.

Η χωρητικότητα μετά την απομάκρυνση των οπλισμών :

$C' = C = \varepsilon_o \ \Rightarrow C' = \varepsilon_0\cdot() \Rightarrow C' = \ ½\ C$.

Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό του πυκνωτή πριν την απομάκρυνση των οπλισμών :

$U_E = ½\cdot(q^2 / C)$

Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό του πυκνωτή μετά την απομάκρυνση των οπλισμών :

$U_E' = ½\cdot() \Rightarrow U_E' = ½\cdot() \Rightarrow U_E' = 2\cdot U_E$.

Η μεταβολή της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή :

$\Delta U_E = U_E' - U_E \Rightarrow \Delta U_E = 2\cdot U_E - U_E \Rightarrow \Delta U_E = U_E \Rightarrow \Delta U_E = ½\cdot(q^2 / C) \Rightarrow \Delta U_E = ½\cdot(()^2\cdot(10^{-6})^2 / (10^{-10} / 18)) \Rightarrow \Delta U_E =$ joule .