

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ -ΔΥΝΑΜΙΚΟ - ΕΡΓΟ

7. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΔΥΟ ΦΟΡΤΙΩΝ

Βήμα 1: σχεδιάζουμε τα δυο φορτία που δημιουργούν το πεδίο Coulomb την μεταξύ τους απόσταση

Βήμα 2: γράφουμε την σχέση που δίνει την δυναμική ενέργεια στο σημείο

αυτό
$$U_{(A)} = \frac{kQ_1Q_2}{r}$$

Προσοχή : στον τύπο της δυναμικής ενέργειας τα φορτία μπαίνουν με το πρόσημο τους !!!

Βήμα 3: επιλύουμε τον τύπο ως προς τον άγνωστο που ζητά η άσκηση

Βήμα 4: κάνουμε αριθμητική αντικατάσταση και λύνουμε την σχέση

8. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΠΟΛΛΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

Βήμα 1: σχεδιάζουμε τα φορτία που δημιουργούν το πεδίο Coulomb την μεταξύ τους απόσταση

Βήμα 2: γράφουμε την σχέση που δίνει την δυναμική ενέργεια στο σημείο

αυτό
$$U_{(A)1} = \frac{kQ_1Q_2}{r_1}$$

Ο τύπος αυτός ισχύει μόνο για δυο φορτία, για αυτό αν έχω περισσότερα από δυο φορτία γράφω τον τύπο κάνοντας συνδυασμούς των φορτίων ανά δύο π.χ αν έχουμε τρία φορτία τότε

$$U_{(A)1} = \frac{kQ_1Q_2}{r_1} \text{ και } U_{(A)2} = \frac{kQ_3Q_2}{r_2} \text{ και } U_{(A)3} = \frac{kQ_1Q_3}{r_3}$$

Βήμα 3: Η ολική δυναμική ενέργεια στο σημείο A είναι απλά το αριθμητικό άθροισμα των παραπάνω σχέσεων δηλαδή : $U_{(A)} = U_{(A)1} + U_{(A)2} + U_{(A)3}$

9. Σχέση έργου – δυναμικής ενέργειας

Δυναμική ενέργεια στο άπειρο $U_{\infty} = 0$

Δυναμική ενέργεια σε ένα σημείο - έργο : $U_{(A)} = W_{A \rightarrow \infty}$

Έργο για την μετακίνηση φορτίου q από ένα σημείο του πεδίου A σε ένα άλλο σημείο Γ $U_{(A)} - U_{(Γ)} = W_{A \rightarrow Γ}$

Αν το έργο $W > 0$ παράγεται έργο για την μετακίνηση του φορτίου

Αν το έργο $W < 0$ καταναλώνεται έργο για την μετακίνηση του φορτίου

10. ΔΥΝΑΜΙΚΟ

Βήμα 1: σχεδιάζουμε το φορτίο και σημειώνουμε το σημείο στο οποίο θα υπολογίσουμε το δυναμικό και την μεταξύ τους απόσταση

Βήμα 2: γράφουμε τον τύπο του δυναμικού του ηλεκτρικού πεδίου $V_A = \frac{kQ}{r}$

Βήμα 3: επιλύουμε τον τύπο ως προς τον άγνωστο που ζητά η άσκηση

Βήμα 4: κάνουμε αριθμητική αντικατάσταση και λύνουμε την σχέση
Προσοχή : στον τύπο του δυναμικού τα φορτία μπαίνουν με το πρόσημο τους !!!

11. Σχέση δυναμικού – Δυναμικές ενέργειας

Αν γνωρίζουμε το δυναμικό σε ένα σημείο του πεδίου μπορούμε να υπολογίσουμε και την δυναμική του ενέργεια του σημείου αυτού από την σχέση

$$V_A = \frac{U_A}{q} \text{ και το αντίστροφο}$$

12. Δυναμικό πεδίου που οφείλεται σε πολλά φορτία

Βήμα 1: σχεδιάζουμε τα φορτία που δημιουργούν το πεδίο Coulomb την μεταξύ τους απόσταση

Βήμα 2: γράφουμε την σχέση που δίνει το δυναμικό στο σημείο αυτό από το

κάθε φορτίο ξεχωριστά π.χ $V_{A1} = \frac{kQ}{r}$

Και $V_{(A)2} = \frac{kQ_2}{r_2}$ και $V_{(A)3} = \frac{k_1Q_3}{r_3}$

Βήμα 3: το ολικό δυναμικό στο σημείο A είναι απλά το αριθμητικό άθροισμα των παραπάνω σχέσεων δηλαδή : $V_{(A)} = V_{(A)1} + V_{(A)2} + V_{(A)3}$

2

13. προσδιορισμός σημείου στο οποίο ισχύει $\Sigma V=0$

Βήμα 1: σχεδιάζουμε τα δυο φορτία που δημιουργούν το πεδίο Coulomb την μεταξύ τους απόσταση

Βήμα 2: θεωρούμε ότι το σημείο που μας ενδιαφέρει βρίσκεται σε ένα σημείο που απέχει απόσταση x και $r-x$ από τα άλλα φορτία

Βήμα 3: υπολογίζουμε το δυναμικό χωριστά από τον τύπο του δυναμικού

Π.χ $V_{A1} = \frac{kQ}{r}$ και $V_{(A)2} = \frac{kQ_2}{r-x}$

Τα δυο φορτία θα πρέπει να έχουν αντίθετα πρόσημα για να ισχύσει $\Sigma V=0$

Βήμα 4: θα ισχύει

$$\Sigma V = 0 \rightarrow V_1 - V_2 = 0 \rightarrow V_1 = V_2 \rightarrow \frac{kQ}{r} = \frac{kQ_2}{r-x}$$

Βήμα 5: κάνω απλοποιήσεις ,

Βήμα 6: , κάνω χιαστί και λύνω ως προς τον άγνωστο x

14.. Σχέση έργου – δυναμικού

Δυναμικό στο άπειρο $V_\infty = 0$

Δυναμικό σε ένα σημείο - έργο : $V_A = \underline{W_{A \rightarrow \infty}}$

Έργο για την μετακίνηση φορτίου q από ένα σημείο του πεδίου A σε ένα άλλο σημείο Γ $W_{A \rightarrow \Gamma} = q \cdot (V_A - V_\Gamma)$

Αν το έργο $W > 0$ παράγεται έργο για την μετακίνηση του φορτίου

Αν το έργο $W < 0$ καταναλώνεται έργο για την μετακίνηση του φορτίου

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Δυο σημειακά ηλεκτρικά φορτία $Q_1 = +2 \mu\text{C}$ και $Q_2 = -8 \mu\text{C}$ βρίσκονται στα άκρα ενός ευθύγραμμου τμήματος AB μήκους $(AB) = 6\text{cm}$.

A) Να βρείτε την δυναμική ενέργεια του συστήματος των δυο φορτίων

B) να βρείτε σε ποιο σημείο της ευθείας που περνά από τα A και B η ολική ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργούν τα δυο φορτία είναι μηδέν (σημείο M) και να βρείτε το δυναμικό στο σημείο αυτό

Γ) σε ποιο σημείο Γ του ευθύγραμμου τμήματος AB το δυναμικό του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργούν τα δυο φορτία είναι ίσο με το μηδέν

Δ) να υπολογίσετε το έργο που απαιτείται για την μετακίνηση φορτίου $q = +4 \mu\text{C}$ από το μέσο M στο άπειρο

Ε) να υπολογίσετε το έργο που απαιτείται για την μετακίνηση φορτίου $q = +4 \mu\text{C}$ από το σημείο M στο μέσο N του ευθύγραμμου τμήματος AB

Δίνεται η σταθερά $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Δεδομένα : $Q_1 = +2 \mu\text{C} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$Q_2 = -8 \mu\text{C} = -8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$q = +4 \mu\text{C} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$r = (AB) = 6\text{cm} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ C}$

$k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$

α) γράφουμε την σχέση που δίνει την δυναμική ενέργεια στο σημείο αυτό

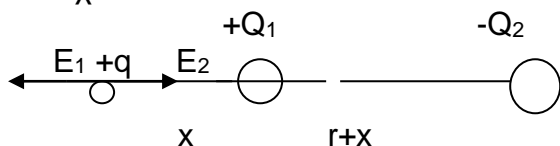
$$U_{(A)} = \frac{kQ_1Q_2}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot (-8 \cdot 10^{-6})}{6 \cdot 10^{-2}} = \frac{-9 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-2}} = \frac{24}{1} \cdot 10^{9-6-6-(-2)} = 24 \cdot 10^{-1} = 0,24\text{J}$$

Βήμα 1: σχεδιάζουμε τα δυο φορτία που δημιουργούν το πεδίο Coulomb

την μεταξύ τους απόσταση και το φορτίο q που θα δεχθεί την δύναμη

Βήμα 2: θεωρούμε ότι το φορτίο που μας ενδιαφέρει βρίσκεται σε ένα σημείο που απέχει απόσταση x από το μικρότερο φορτίο κατά απόλυτη τιμή και $r+x$ από το άλλο φορτίο

Βήμα 3: σχεδιάζουμε την ένταση που ασκεί κάθε φορτίο Q στο φορτίο q π.χ



Βήμα 4: υπολογίζουμε την κάθε ένταση χωριστά από τον τύπο της έντασης

$$\text{Π.χ } \mathbf{E}_1 = \frac{k|Q_1|}{x^2} \quad \text{και} \quad \mathbf{E}_2 = \frac{k|Q_3|}{(r-x)^2}$$

(προσοχή το σχήμα μπορεί να αλλάξει αν τα πρόσημα των φορτίων αλλάξουν)

Βήμα 5: οι εντάσεις έχουν αντίθετη φορά οπότε

$$\Sigma E = 0 \rightarrow E_1 - E_2 = 0 \rightarrow E_1 = E_2 \rightarrow \frac{k|Q_1|}{x^2} = \frac{k|Q_2|}{(r+x)^2} \Leftrightarrow$$

Βήμα 6: κάνω απλοποιήσεις , και γράφω ότι απομένει ως τετράγωνο

$$\text{κάποιου αριθμού} \quad \frac{Q_1}{x^2} = \frac{Q_2}{(r+x)^2} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 10^{-6}}{x^2} = \frac{8 \cdot 10^{-6}}{(6+x)^2} \Leftrightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(6+x)^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(6+x)^2} \Leftrightarrow \frac{1^2}{x^2} = \frac{2^2}{(6+x)^2}$$

Βήμα 7: διώχνω τα τετράγωνα , κάνω χιαστί και λύνω ως προς τον άγνωστο x

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{6+x} \Leftrightarrow 6+x = 2x \Leftrightarrow 6 = -x+2x \Leftrightarrow x=6 \Leftrightarrow x=6\text{cm}$$

Τότε

Βήμα 2: γράφουμε την σχέση που δίνει το δυναμικό στο σημείο αυτό από το κάθε φορτίο ξεχωριστά π.χ

$$V_{M1} = \frac{kQ_1}{x} \Leftrightarrow V_{M1} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-2}} \Leftrightarrow V_{M1} = \frac{9 \cdot 2 \cdot 10^{9-6-(-2)}}{6} \Leftrightarrow V_{M1} = 3 \cdot 10^5 \text{ V} \Leftrightarrow$$

$$\text{Και } V_{(M)2} = \frac{kQ_2}{r+x} \Leftrightarrow V_{M2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-8) \cdot 10^{-6}}{12 \cdot 10^{-2}} \Leftrightarrow V_{M1} = \frac{-72 \cdot 10^{9-6-(-2)}}{12} \Leftrightarrow$$

$$V_{M1} = -6 \cdot 10^5 \text{ V} \Leftrightarrow$$

Βήμα 3: το ολικό δυναμικό στο σημείο A είναι απλά το αριθμητικό άθροισμα των παραπάνω σχέσεων δηλαδή :

$$V_{(M)} = V_{(M)1} + V_{(M)2} = 3 \cdot 10^5 - 6 \cdot 10^5 = -3 \cdot 10^5 \text{ V}$$

Γ)

Βήμα 1: σχεδιάζουμε τα δυο φορτία που δημιουργούν το πεδίο Coulomb την μεταξύ τους απόσταση

Βήμα 2: θεωρούμε ότι το σημείο που μας ενδιαφέρει βρίσκεται σε ένα σημείο που απέχει απόσταση x και r-x από τα άλλα φορτία

Βήμα 3: υπολογίζουμε το δυναμικό χωριστά από τον τύπο του δυναμικού

$$\text{Π.χ } V_{A1} = \frac{kQ}{r} \quad \text{και} \quad V_{(A)2} = \frac{kQ_2}{r-x}$$

Τα δυο φορτία θα πρέπει να έχουν αντίθετα πρόσημα για να ισχύσει $\Sigma V = 0$

Βήμα 4: θα ισχύει

$$\Sigma V = 0 \rightarrow V_1 - V_2 = 0 \rightarrow V_1 = V_2 \rightarrow \frac{kQ_1}{r} = \frac{kQ_2}{r-x}$$

Βήμα 5: κάνω απλοποιήσεις ,

$$\frac{Q_1}{x} = \frac{Q_2}{(r-x)} \Leftrightarrow \frac{2 \cdot 10^{-6}}{x} = \frac{8 \cdot 10^{-6}}{(6-x)} \Leftrightarrow \frac{2}{x} = \frac{8}{(6-x)} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{4}{(6-x)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{4}{(6-x)}$$

Βήμα 6:, κάνω χιαστί και λύνω ως προς τον άγνωστο x

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \end{array} \begin{array}{l} 6-x=4x \\ 6=\chi+4\chi \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \end{array} \begin{array}{l} 5\chi=6 \\ \chi=1,2\text{cm} \end{array}$$

Δ) Έργο για την μετακίνηση φορτίου q από ένα σημείο του πεδίου M στο άπειρο

$$W_{M \rightarrow \infty} = q \cdot (V_M - V_\infty) = 4 \cdot 10^{-6} \cdot (-3 \cdot 10^5 - 0) = -3 \cdot 4 \cdot 10^{-6+5} = -12 \cdot 10^{-1} = -1,2\text{J}$$

Ε)

Βήμα 2: γράφουμε την σχέση που δίνει το δυναμικό στο σημείο αυτό από το κάθε φορτίο ξεχωριστά π.χ

$$V_{N1} = \frac{kQ_1}{x} \Leftrightarrow V_{M1} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-2}} \Leftrightarrow V_{M1} = \frac{9 \cdot 2 \cdot 10^{9-6-(2)}}{3} \Leftrightarrow V_{M1} = 6 \cdot 10^5 \text{ V} \Leftrightarrow$$

$$\text{Και } V_{(M)2} = \frac{kQ_2}{x} \Leftrightarrow V_{M2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-8) \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-2}} \Leftrightarrow V_{M2} = \frac{-72 \cdot 10^{9-6-(2)}}{3} \Leftrightarrow$$

$$V_{M2} = -24 \cdot 10^5 \text{ V} \Leftrightarrow$$

Βήμα 3: το ολικό δυναμικό στο σημείο A είναι απλά το αριθμητικό άθροισμα των παραπάνω σχέσεων δηλαδή :

$$V_{(M)} = V_{(M)1} + V_{(M)2} = 24 \cdot 10^5 - 6 \cdot 10^5 = 18 \cdot 10^5 \text{ V}$$

Έργο για την μετακίνηση φορτίου q από ένα σημείο του πεδίου M στο σημείο N

$$W_{M \rightarrow N} = q \cdot (V_M - V_N) = 4 \cdot 10^{-6} \cdot (-3 \cdot 10^5 - 18 \cdot 10^5) = -21 \cdot 4 \cdot 10^{-6+5} = -84 \cdot 10^{-1} = -8,4\text{J}$$