

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ 3

- Η ταχύτητα του φωτός στο κενό ή στον αέρα είναι σταθερή και ίση με $c_0=3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- Η ταχύτητα του φωτός οπουδήποτε αλλού είναι c και ισχύει πάντα ότι $c < c_0$
- Το φως κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση .Η απόσταση που διανύει σε χρόνο t είναι **$x=c \cdot t$**

Όπου x η απόσταση που διανύει το φως (m)

c =ταχύτητα του φωτός στο μέσο (m/s)

t = ο χρόνος κίνησης (s)

- Για το φως ισχύει η Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής (σχέση λ, c) **$c = \lambda \cdot f$**

Όπου c = η ταχύτητα του φωτός σε κάποιο οπτικό μέσο (m/s)

λ = το μήκος κύματος του φωτός (m , συχνά δίνεται σε nm , $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$)

f = η συχνότητα του φωτός (Hz)

- Ενέργεια ενός φωτονίου **$E=h \cdot f$** (J)
 h = η σταθερά του Planck $=6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}$
- Αν έχουμε N φωτόνια τότε **$E=N \cdot h \cdot f$**
- Ισχύς μονοχρωματικής ακτινοβολίας **$P= E/t$** (W)

- Όταν αναφερόμαστε στο κενό συμβολίζουμε τα μεγέθη με τον δείκτη ο π.χ c_0, λ_0
- Η συχνότητα f μιας ακτινοβολίας δεν αλλάζει οπουδήποτε και αν βρίσκεται η ακτίνα του φωτός .Ως συνέπεια η ενέργεια $E=h \cdot f$ δεν μεταβάλλεται όταν η ακτίνα μεταβαίνει από ένα μέσο σε κάποιο άλλο

ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 1^η : ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΤΥΠΩΝ

Οι ασκήσεις είναι απλή εφαρμογή των τύπων .Το πιο συχνό είναι να μην δίνει την συχνότητα f και να πρέπει να υπολογίσουμε την ενέργεια , οπότε χρησιμοποιούμε συνδυασμό δυο τύπων .Πάντα ξεκινάμε από το ζητούμενο . Γράφουμε τον τύπο που μας δίνει το ζητούμενο και κοιτάμε αν ξέρουμε τα δεδομένα του τύπου .Αν όχι ψάχνουμε άλλον τύπο που να περιέχει το άγνωστο μέγεθος

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ I

Πηγή μονοχρωματικού φωτός βρίσκεται σε απόσταση 150.109 m και έχει μήκος κύματος στο κενό 600 nm . Εάν η ισχύς της φωτεινής πηγής είναι $P=6,63 \text{ kW}$ Να βρείτε

A) πόσο χρόνο χρειάζεται το φως για να φθάσει σε εμάς

B) Ποια είναι η ενέργεια ενός φωτονίου ;

Γ) πόσα φωτόνια ανά δευτερόλεπτο εκπέμπονται από την πηγή ;

Δ) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στο νερό αν γνωρίζουμε ότι η ταχύτητα του φωτός στο νερό είναι $c= 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Δίνονται ότι η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι $c_0=3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ και η σταθερά του Planck $h=6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

Απάντηση

Δεδομένα
$x=150 \cdot 10^9 \text{m}$
$\lambda_0=600 \text{nm}=600 \cdot 10^{-9} \text{m}$
$P=6,63 \text{ kW}=6,63 \cdot 10^3 \text{W}$
$c_0=3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
$c=2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
$h=6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

A) Το φως διαδίδεται στο κενό, άρα έχει ταχύτητα c_0 και θα ισχύει $x = c \cdot t$
 $t = \frac{x}{c_0} = \frac{150 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^8} = 50 \cdot 10^1 \Rightarrow t = 500 \text{sec}$

B) Η ενέργεια ενός φωτονίου δίνεται από την σχέση $E = h \cdot f$ (1)
(Δεν γνωρίζουμε την f : Η f υπάρχει στην θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής $c = \lambda \cdot f$)

Από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής για το κενό έχουμε $c_0 = \lambda_0 \cdot f \Rightarrow f = c_0 / \lambda_0$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2)

$$E = h \cdot f \Rightarrow E = \frac{h \cdot c_0}{\lambda_0} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{600 \cdot 10^{-9}} \Rightarrow E = 3,315 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Γ) Ισχύει

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow P = \frac{N \cdot h \cdot f}{t} \Rightarrow N = \frac{P \cdot t}{h \cdot f} \Rightarrow N = \frac{6,63 \cdot 10^3 \cdot 1}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{-7}}} \Rightarrow N = 2 \cdot 10^{16} \text{ φωτόνια}$$

Δ) Από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής για το νερό θα έχουμε $c = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = c / f$

Η συχνότητα f δεν αλλάζει είτε το φως είναι στο κενό είτε στον αέρα, οπότε $c_0 = \lambda_0 \cdot f \Rightarrow f = c_0 / \lambda_0 = 3 \cdot 10^8 / 600 \cdot 10^{-9} = 0,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

Οπότε έχουμε: $\lambda = \frac{2 \cdot 10^8}{0,5 \cdot 10^{15}} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 400 \text{ nm}$

ΔΙΑΘΛΑΣΗ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ

- Δείκτης διάθλασης ενός οπτικού μέσου: $n = c_0 / c$ ή $n = \lambda_0 / \lambda$
- Είναι μέγεθος χωρίς μονάδες και πάντα μεγαλύτερο της μονάδας ($n > 1$)
- Στις ασκήσεις χρησιμοποιούμε έναν από τους δυο τύπους ανάλογα με το τι ζητάμε να υπολογίσουμε
- Αν μας δοθούν δυο δείκτες διάθλασης για την ίδια ακτίνα τότε κάνουμε πάντα της διαίρεση των δεικτών διάθλασης

$$n_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad \text{ή} \quad n_1 = \frac{c_2}{c_1} \quad \text{ή} \quad c_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot c_1$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ II

A) Μονοχρωματική ακτίνα φωτός με μήκος κύματος στο κενό $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ διέρχεται μέσα από δοχείο μήκους $d = 20 \text{ m}$ που είναι γεμάτο με γλυκερίνη σε χρόνο t_1 . Αν το φως αυτό χρειάζεται χρόνο t_2 για να διασχίσει το ίδιο δοχείο όταν είναι γεμάτο διθειάνθρακα να προσδιοριστεί η χρονική διαφορά $t_2 - t_1$. Δίνονται οι δείκτες διάθλασης της γλυκερίνης $n_1 = 1,47$ και του διθειάνθρακα $n_2 = 1,63$

B) Να βρείτε τον λόγο των μηκών κύματος της γλυκερίνης και διθειάνθρακα

Απάντηση

Το φως διανύει απόσταση $d=c \cdot t$

Για την γλυκερίνη $d= c_1 t_1$

Και από τον δείκτη διάθλασης της γλυκερίνης $n_1= c_0/c_1 \Rightarrow c_1 = c_0/n_1$

Και έτσι $d= \frac{c_0 \cdot t_1}{n_1} \Rightarrow t_1= \frac{d \cdot n_1}{c_0} = \frac{20 \cdot 1,47}{3 \cdot 10^8} = 9,8 \cdot 10^{-8} \text{s}$

Αν εργαστούμε ανάλογα και για τον διθειάνθρακα θα έχουμε ανάλογα

$d= \frac{c_0 \cdot t_2}{n_2} \Rightarrow t_2= \frac{d \cdot n_2}{c_0} = \frac{20 \cdot 1,63}{3 \cdot 10^8} = 10,8 \cdot 10^{-8} \text{s}$

οπότε $\Delta t= t_2-t_1= 10,8 \cdot 10^{-8} - 9,8 \cdot 10^{-8} = 10^{-8} \text{s}$

Β) Από την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής έχουμε $c= \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = c/f$ οπότε

$\lambda_1= \frac{c_1}{f} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{c_1}{c_2} = \frac{2,04 \cdot 10^8}{1,84 \cdot 10^8} \Rightarrow \lambda_1 = 1,1$

$\lambda_2 = \frac{c_2}{f} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{1,84 \cdot 10^8}{1,84 \cdot 10^8} = 1$

ΑΝΑΛΥΣΗ ΛΕΥΚΟΥ ΦΩΤΟΣ

Το ορατό φως βρίσκεται στην περιοχή μηκών κύματος από 400- 700nm και πιο συγκεκριμένα :

Ερυθρό	700-630nm
Πορτοκαλί	630-590nm
ί	
Κίτρινο	590-560 nm
Πράσινο	560-480nm
Κυανό	480-440nm
Ιώδες	440-400nm

Για $\lambda < 400\text{nm}$ έχουμε την υπεριώδη ακτινοβολία και για $\lambda > 700\text{nm}$ έχουμε την υπέρυθη ακτινοβολία (αόρατες και οι δυο)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΙΙΙ

Δυο μονοχρωματικές ακτίνες φωτός με μήκη κύματος στο κενό $\lambda_{01}=700\text{nm}$ και $\lambda_{02} =600\text{nm}$ προσπίπτουν σε μια γυάλινη επιφάνεια. Αν ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού για την 1^η ακτινοβολία είναι $n_1=1,35$ και για την δεύτερη $n_2=1,5$. Τι χρώμα είχαν οι ακτινοβολίες πριν πέσουν στο γυαλί και ποιο χρώμα μέσα στο γυαλί ;

Απάντηση

$\lambda_{01}= 700 \text{ nm}$ ερυθρό φως , $\lambda_{02}= 600\text{nm}$ πορτοκαλί φως

$n_1= \lambda_{01}/\lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_{01} /n_1 = 700/ 1,35 = 518 \text{ nm} = \text{πράσινο φως}$

$n_2= \lambda_{02}/\lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_{02} /n_2 = 600/ 1,5 = 400 \text{ nm} = \text{ιώδες φως}$

ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 2^η : ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ ΤΗΣ ΠΟΡΕΙΑΣ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ ΟΤΑΝ ΠΕΣΕΙ ΣΤΗΝ ΔΙΑΧΩΡΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΔΥΟ ΜΕΣΩΝ

Όλες οι γωνίες υπολογίζονται με βάση την πορεία της ακτίνας και την κάθετο στην διαχωριστική επιφάνεια

1) Η ακτίνα πέφτει κάθετα στην διαχωριστική επιφάνεια : Τότε θα συνεχίσει την πορεία της ευθύγραμμα

2) Η ακτίνα προσπίπτει στην διαχωριστική επιφάνεια υπο γωνία θ_{π} ως προς την κάθετο. Τότε διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις

α) $\theta_{\pi} > \theta_{op}$ τότε θα έχουμε μόνο ολική ανάκλαση (με την προϋπόθεση ότι $n_1 > n_2$)

β) $\theta_{\pi} = \theta_{op}$: Τότε δεν συμβαίνει ούτε ανάκλαση ούτε διάθλαση. Η ακτίνα διαδίδεται στην διαχωριστική επιφάνεια των δυο μέσων

γ) Αν $\theta_{\pi} < \theta_{op}$ τότε έχουμε και ανάκλαση και διάθλαση
Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις

I) αν $n_1 < n_2$ \square $\theta_{\delta} < \theta_{\pi}$

II) αν $n_1 > n_2$ \square $\theta_{\delta} > \theta_{\pi}$

Σε όλα τα σχήματα ισχύει $\theta_{\pi} = \theta_{\alpha}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ IV

Οι ακτίνες (1) και (2) του επόμενου σχήματος ανήκουν στην ίδια μονοχρωματική ακτινοβολία και από τον αέρα πέφτουν σε μια γυάλινη πλάκα πάχους $d=2\text{cm}$. Η ακτίνα (1) πέφτει στην πλάκα κάθετα και η ακτίνα (2) πλάγια. Η ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας αυτής στον αέρα είναι $c_0=3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ και στην πλάκα είναι $c=2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

α) Να βρείτε τον δείκτη διάθλασης της Γυάλινης πλάκας για την ακτινοβολία αυτή

β) Να βρείτε το χρόνο που απαιτείται για να φτάσει η ακτίνα (1) από την επιφάνεια ΑΓ στην Επιφάνεια ΔΕ της πλάκας

γ) Αν η ακτίνα (2) χρειάζεται τον διπλάσιο χρόνο

Για να φτάσει στην επιφάνεια ΔΕ από ότι η ακτίνα

(1), ποια είναι η γωνία διάθλασης της ακτίνας ;

δ) Αν η διαθλώμενη ακτίνα σχηματίζει γωνία 40° με την ανακλώμενη να βρείτε την γωνία πρόσπτωσης

Απάντηση

A) Ισχύει $n = \frac{c_0}{c} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^8} = 1,5$

B) Η ακτίνα (1) προσπίπτει κάθετα στην διαχωριστική επιφάνεια άρα θα συνεχίσει ευθύγραμμα διανύοντας απόσταση d

Έτσι $d = c \cdot t \Rightarrow t = \frac{d}{c} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^8} = 10^{-10} \text{ s}$

Γ) Η ακτίνα (2) πέφτει στην διαχωριστική επιφάνεια υπο γωνία άρα θα υποστεί ανάκλαση και διάθλαση και επειδή η ακτίνα περνά από το αραιό μέσο στο πυκνό θα έχουμε :

Η ακτίνα (2) καλύπτει την απόσταση ΟΛ σε χρόνο $t' = 2t$

Άρα $ΟΛ = c \cdot t' \Rightarrow ΟΛ = x = 2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-10} = 4 \cdot 10^{-2} \text{m}$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΟΚΛ θα έχουμε

$\text{συν}\theta_\delta = \frac{ΟΚ}{ΟΛ} = \frac{x}{d} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_\delta = 60^\circ$

$$\frac{ΟΚ}{ΟΛ} = \frac{x}{d} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-2}} = \frac{1}{2}$$

Δ) Ξέρουμε ότι η γωνία $\Lambda Ο Μ = 40^\circ$ οπότε

$\Lambda Ο Μ + \theta_\delta + \theta_\alpha = 180^\circ \Rightarrow \theta_\alpha = 180^\circ - \Lambda Ο Μ - \theta_\delta \Rightarrow \theta_\alpha = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ \Rightarrow \theta_\alpha = 80^\circ$

Και επειδή $\theta_\pi = \theta_\alpha \Rightarrow \theta_\pi = 80^\circ$

- Όταν η άσκηση ζητά το ποσό μεταβολής ενός μεγέθους A ή δίνει το ποσοστό αυτό τότε γράφουμε την σχέση $A_{\text{τελ}} = A_{\text{αρχ}} (1 \pm x)$ όπου το x είναι το % ποσοστό μεταβολής, το + αναφέρεται σε αύξηση του μεγέθους και το - σε ελάττωση του μεγέθους A

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ V

Να βρεθεί ο δείκτης διάθλασης ενός μέσου στο οποίο η ακτίνα του φωτός παθαίνει μεταβολή του μήκους κύματος της κατά 10%, όταν περνά στο μέσο αυτό από τον αέρα

Απάντηση

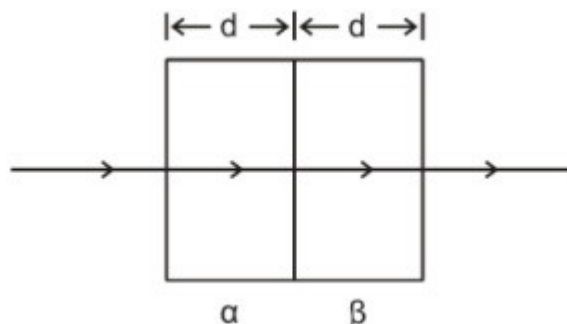
Αν το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στον αέρα είναι λ_0 (λαρχ) τότε όταν η ακτίνα μπαίνει στο μέσο το μήκος κύματος ελαττώνεται και γίνεται λ (λτελ) οπότε θα ισχύει

$$\lambda = \lambda_0(1-x) \Rightarrow \lambda = \lambda_0(1 - \frac{10}{100}) \Rightarrow \lambda = \lambda_0(1-0,1) \Rightarrow \lambda = 0,9\lambda_0$$

και ο δείκτης διάθλασης θα είναι $n = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{\lambda_0}{0,9\lambda_0} = \frac{1}{0,9} = 1,1$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Μονοχρωματική δέσμη φωτός με συχνότητα $f = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ διαπερνά κάθετα σε δυο διαφανή υλικά α και β πάχους $d = 10 \text{ cm}$ το καθένα. Το μήκος κύματος της ακτινοβολίας μέσα στο υλικό α είναι $\lambda_\alpha = 500 \text{ nm}$.



Δίνονται: η ταχύτητα του φωτός

στο κενό $c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ και η σταθερά του Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$.

Δ₁. Να υπολογίσετε την ενέργεια ενός φωτονίου αυτής της ακτινοβολίας όταν διαδίδεται στο υλικό α.

Δ₂. Να υπολογίσετε το δείκτη διάθλαση του υλικού α.

Δ₃. Αν κατά τη μετάβαση της ακτινοβολίας από το υλικό α στο υλικό β το μήκος κύματος της μειώνεται κατά 20%, να υπολογίσετε το δείκτη διάθλασης του υλικού β καθώς και τον αριθμό μηκών κύματος αυτής της ακτινοβολίας που αντιστοιχούν στο πάχος d του υλικού β.

Δ₄. Αν η ακτινοβολία αυτή διαπερνά το υλικό α σε χρόνο t_α ενώ το υλικό β σε χρόνο t_β να υπολογίσετε το λόγο t_α / t_β .

Λύση

Δ₁.

Η ενέργεια ενός φωτονίου της ακτινοβολίας όταν διαδίδεται στο κενό δίνεται :

$$E = h \cdot f \Rightarrow E = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14} \Rightarrow E = 33,15 \cdot 10^{-20} \text{ joule .}$$

Η συχνότητα δεν αλλάζει από το κενό στο οπτικό μέσο α ή στο οπτικό μέσο β , εξαρτάται μόνο από την φωτεινή πηγή που δημιούργησε την μονοχρωματική ακτινοβολία .

Δ₂.

Η βασική κυματική εξίσωση :

$$c_{\alpha} = \lambda_{\alpha} \cdot f \Rightarrow c_{\alpha} = \lambda_{\alpha} \cdot f \Rightarrow c_{\alpha} = 500 \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^{14} \Rightarrow c_{\alpha} = 2,5 \cdot 10^8 \text{ m / s .}$$

Ο δείκτης διάθλασης είναι :

$$n_{\alpha} = c_0 / c_{\alpha} \Rightarrow n_{\alpha} = 3 \cdot 10^8 / 2,5 \cdot 10^8 \Rightarrow n_{\alpha} = 1,2 .$$

Δ₃.

Κατά τη μετάβαση της ακτινοβολίας από το υλικό α στο υλικό β το μήκος κύματος της μειώνεται κατά 20 % :

$$\lambda_{\beta} = \lambda_{\alpha} - (20 / 100) \cdot \lambda_{\alpha} \Rightarrow \lambda_{\beta} = (80 / 100) \cdot \lambda_{\alpha} \Rightarrow \lambda_{\beta} = 0,8 \cdot \lambda_{\alpha} \Rightarrow \lambda_{\beta} = 0,8 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \Rightarrow \lambda_{\beta} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m .}$$

Ισχύει :

$$\lambda_{\beta} / \lambda_{\alpha} = n_{\alpha} / n_{\beta} \Rightarrow n_{\beta} = n_{\alpha} \cdot \lambda_{\alpha} / \lambda_{\beta} \Rightarrow n_{\beta} = 1,2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} / (4 \cdot 10^{-7}) \Rightarrow n_{\beta} = 1,5 .$$

N_β είναι ο αριθμός των μηκών κύματος στο υλικό β .

Για το πάχος του υλικού έχουμε :

$$d = N_{\beta} \cdot \lambda_{\beta} \Rightarrow N_{\beta} = d / \lambda_{\beta} \Rightarrow N_{\beta} = 10 \cdot 10^{-2} / (4 \cdot 10^{-7}) \Rightarrow N_{\beta} = 25 \cdot 10^4 \text{ μήκη κύματος .}$$

Δ₄.

Ισχύει :

$$n_{\beta} = c_0 / c_{\beta} \Rightarrow c_{\beta} = c_0 / n_{\beta} \Rightarrow c_{\beta} = 3 \cdot 10^8 / 1,5 \Rightarrow c_{\beta} = 2 \cdot 10^8 \text{ m / s .}$$

Η ταχύτητα της φωτεινής ακτίνας στο υλικό β :

$$c_{\beta} = d / t_{\beta} .$$

Η ταχύτητα της φωτεινής ακτίνας στο υλικό α :

$$c_{\alpha} = d / t_{\alpha} .$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις :

$$c_{\beta} / c_{\alpha} = (d / t_{\beta}) / (d / t_{\alpha}) \Rightarrow t_{\alpha} / t_{\beta} = c_{\beta} / c_{\alpha} \Rightarrow t_{\alpha} / t_{\beta} = 2 \cdot 10^8 / (2,5 \cdot 10^8) \Rightarrow$$

$$t_{\alpha} / t_{\beta} = 0,8 .$$