ΕΡΓΟ ΔΥΝΑΜΗΣ

Έργο δύναμης

Όταν μια σταθερή δύναμη F μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της στην κατεύθυνση της κατά χ ορίζουμε ως **έργο** της δύναμης αυτής το γινόμενο

W= F. x

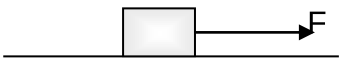
Το έργο μιας δύναμης είναι μονόμετρο μέγεθος , οπότε , για να καθοριστεί πλήρως , χρειάζεται η αλγεβρική του τιμή και η μονάδα μέτρησης του

Μονάδα μέτρησης του έργου είναι το 1 Joule (1J) : 1J= 1N.1m = 1N.m

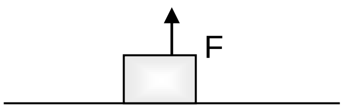
Το 1J είναι το έργο δύναμης 1N για μετατόπιση στην διεύθυνση της δύναμης κατά 1m

Το έργο ως φυσικό μέγεθος εκφράζει την ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σώμα σε ένα άλλο ή που μετατρέπεται από μια μορφή σε μια άλλη

1)Η σχέση **W=F.x** χρησιμοποιείται μόνο όταν η **δύναμη είναι σταθερή** και μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της **κατά την κατεύθυνση της**

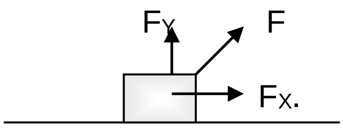


2) όταν μια δύναμη είναι κάθετη στην μετατόπιση το έργο της είναι μηδέν άρα W=0



3) όταν η δύναμη σχηματίζει γωνία θ με την μετατόπιση χ τότε ισχύει

W= F.χ. συνθ



Πράγματι ισχύει $W_F = W_{F_X} + W_{F_Y}$

Όμως W_{F_Y} =0 διότι η F_Y είναι κάθετη Στην μετατόπιση και

$W_{F_X} = F_X.\chi$ = Fσυνθ.χ =Fχσυνθ

4) Έργο της τριβής

Για το έργο της τριβής ισχύει **W_T=-T.x** (από τον γενικό τύπο είναι θ=180° με συν180ο =-1, άρα W_T= T.x.(-1)= -T.x)

5) Θετικό και αρνητικό έργο

Από την σχέση W= F.χ. συνθ

Για **οξείες γωνίες** (0≤θ≤180ο) το συνθ >0 οπότε το **έργο είναι θετικό** που σημαίνει ότι έχουμε προσφορά ενέργειας στο σώμα

Για **αμβλείες γωνίες** (90° ≤θ≤180ο) το συνθ<0 οπότε **το έργο είναι αρνητικό** που σημαίνει ότι αφαιρείται ενέργεια από το σώμα

Έργο του βάρους

Α) όταν το σώμα κινείται **κατακόρυφα προς τα κάτω** κατά h τότε η δύναμη του βάρους Β έχει την κατεύθυνση της μετατόπισης , οπότε το έργο της είναι **θετικό** και δίνεται από την σχέση **W=B.h= m.g.h**

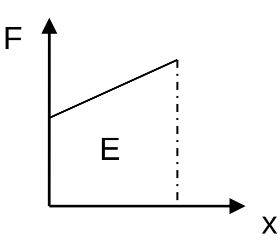
Β) όταν το σώμα κινείται **κατακόρυφα προς τα πάνω** κατά h τότε η δύναμη του βάρους Β έχει κατεύθυνση αντίθετη της μετατόπισης , οπότε το έργο της είναι **αρνητικό** και δίνεται από την σχέση **W= - B.h= - m.g.h**

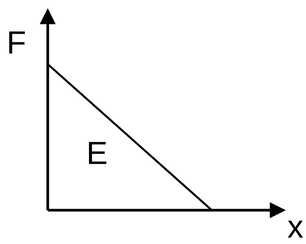
Γ) όταν το σώμα κινείται **οριζόντια** τότε η δύναμη του βάρους είναι συνεχώς κάθετη στην μετατόπιση οπότε το έργο της είναι **μηδέν**
Δ) όταν το σώμα κινείται **τυχαία** τότε η μετακίνηση μπορεί να θεωρηθεί ότι γίνεται με στοιχειώδεις οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις οπότε το έργο του βάρους υπολογίζεται ως το άθροισμα των στοιχειωδών έργων Στις οριζόντιες μετατοπίσεις το έργο είναι 0 οπότε για την συνολική μετατόπιση θα έχουμε $W = m.g.\Delta h = m.g\ (h_1 - h_2)$ όπου h_1-h_2 **η υψομετρική διαφορά της αρχικής και της τελικής θέσης**

6)Έργο δύναμης μεταβλητού μέτρου
Όταν το μέτρο της δύναμης δεν είναι σταθερό αλλά μεταβάλλεται ως συνάρτηση της μετατόπισης υπολογίζεται ως εξής :
Κάνουμε την γραφική παράσταση της δύναμης σε συνάρτηση με την μετατόπιση
Το **εμβαδόν** που περικλείεται από την γραμμή που αποδίδει την δύναμη και από τους αντίστοιχους άξονες **ισούται αριθμητικά με το έργο** της δύναμης .

Π.χ αν

$F = F_o + \alpha.x$ ή αν $F = F_o - \alpha.x$





και τα δυο διαγράμματα παριστούν την γραφική παράσταση της δύναμης ως συνάρτηση της απόστασης x (μεταβλητή δύναμη)
και στις δυο περιπτώσεις το έργο είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του διαγράμματος δηλαδή W= E

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΦΥΣΙΚΗΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΒΗΜΑ 1ο	**Σχεδιάζω το σώμα και σημειώνω τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του** , δηλαδή Τις δυνάμεις F που λέει η άσκηση Το βάρος w (με διεύθυνση κατακόρυφα προς τα κάτω) Την κάθετη αντίδραση N (αν το σώμα ακουμπά σε μια επιφάνεια) με διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια , και φορά από την επιφάνεια προς το σώμα Την τριβή T με φορά αντίθετη από την φορά της κίνησης του σώματος (αν το δάπεδο είναι λείο , τότε T=0) Την τάση T_v του νήματος (αν υπάρχει νήμα) στην διεύθυνση του νήματος με φορά από το σώμα προς τα έξω
ΒΗΜΑ 2ο	**Σχεδιάζω δυο κάθετους άξονες** τον χχ΄ ο οποίος είναι πάντα στην διεύθυνση της κίνησης του σώματος με θετική φορά προς τα εκεί που κινείται το σώμα

	τον yy΄ κάθετος στον χχ΄
ΒΗΜΑ 3ο	**Όσες δυνάμεις δεν είναι πάνω στους άξονες τις αναλύω σε κάθετες συνιστώσες** F_x , F_y με την βοήθεια των τριγωνομετρικών αριθμών ημφ και συνφ Η ανάλυση χρειάζεται να είναι γνωστή κάποια γωνία ανάμεσα στην δύναμη και κάποια συνιστώσα της π.χ F_x=Fσυνφ αν η γωνία φ βρίσκεται ανάμεσα στην F και την F_x F_y= F ημφ αν η γωνία φ βρίσκεται ανάμεσα στην F και την F_y Άρα είναι σημαντικό να ξέρουμε μια γωνία . Αν δίνεται κάποια άλλη γωνία στην άσκηση , ψάχνω για γωνίες εντός εναλλάξ (ίσες) , εντός εκτός και επί τα αυτά (ίσες) , γωνίες με πλευρές κάθετες (ίσες) π.χ η γωνία κλίσης ενός κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με την γωνία που σχηματίζει το βάρος w του σώματος (που είναι πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο) με τον άξονα yy΄ (επειδή είναι γωνίες με πλευρές κάθετες) οπότε w_y=w.συνφ = m.g.συνφ w_x= w.ημφ = m.g.ημφ
ΒΗΜΑ 4ο	Στον ένα άξονα το σώμα δεν κινείται (έστω στον yy΄) οπότε γράφουμε $\Sigma F_y=0$ Από εδώ υπολογίζουμε την κάθετη αντίδραση Ν
ΒΗΜΑ 5ο	Υπολογίζουμε την τριβή (αν υπάρχει), από την σχέση Τ=μ.Ν Αν το επίπεδο είναι λείο τότε δεν υπάρχει τριβή και Τ=0
ΒΗΜΑ 6ο	Στον άξονα που κινείται (έστω τον χχ΄) γράφουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα : ΣF_x =m.α Αν η άσκηση λέει ότι το σώμα ισορροπεί ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα τότε ΣF_x =0
ΒΗΜΑ 7ο	
7.α	Γράφω τις εξισώσεις κίνησης (αν η άσκηση ζητά χρόνους , μέση ταχύτητα , διαγράμματα <u>ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΤΑΧΥΝΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ</u> **Εξισώσεις κίνησης** **α= σταθερή** **$\upsilon=\upsilon_o+\alpha\,.\Delta t$** **$\Delta\chi=\upsilon_o.\Delta t+\frac{1}{2}\alpha.\,\Delta t^2$** <u>ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΒΡΑΔΥΝΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ</u> **Εξισώσεις κίνησης** **α= σταθερή** **$\upsilon=\upsilon_o-\alpha\,.\Delta t$** **$\Delta\chi=\upsilon_o.\Delta t-\frac{1}{2}\alpha.\,\Delta t^2$** ΧΡΗΣΙΜΗ ΣΧΕΣΗ : Αν η αρχική ταχύτητα υ_o=0 (στην επιταχυνόμενη κίνηση) ή η τελική ταχύτητα στην επιβραδυνόμενη

3

	κίνηση είναι υ=0 τότε **s=** $\frac{\upsilon^2}{2.\alpha}$
7.β	Αν η ασκηση δεν ζητά χρόνους , διαγράμματα εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας $K_{τελ}$- $K_{αρχ}$ =$W_{ΣF}$→ $\frac{m\upsilon^2}{2}$ - $\frac{m\upsilon_o^2}{2}$ =$W_{ΣF}$ ΠΡΟΣΟΧΗ : Κατά τον υπολογισμό του έργου W= F.x έχει σημασία το πρόσημο π.χ το έργο της τριβής είναι πάντα αρνητικό W_T= -T.x Αν η δύναμη είναι μεταβλητή το έργο υπολογίζεται πάντα από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης F-x
7.γ	Αν η άσκηση έχει μόνο συντηρητικές δυνάμεις (κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους , χωρίς τριβές ή άλλες δυνάμεις) μπορούμε εναλλακτικά αντί του θεωρήματος μεταβολής της κινητικής ενέργειας μπορούμε να εφαρμόσουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας μεταξύ δυο θέσεων Α και Γ :E_A=$E_Γ$→ K_A +U_A = $K_Γ$ +$U_Γ$ → $\frac{m\upsilon_o^2}{2}$ + mgh$_A$= $\frac{m\upsilon^2}{2}$ +mgh$_Γ$
7.δ	Αν η άσκηση έχει δυο σώματα τα οποία είναι συνδεδεμένα με νήμα εφαρμόζουμε τα 6 πρώτα βήματα για το κάθε σώμα ξεχωριστά και λύνουμε τις σχέσεις ως προς την τάση του νήματος .Ισχύει ότι $T_{ν1}$=$T_{ν2}$ Όσο τα σώματα είναι συνδεδεμένα έχουν κοινή επιτάχυνση και κοινή ταχύτητα

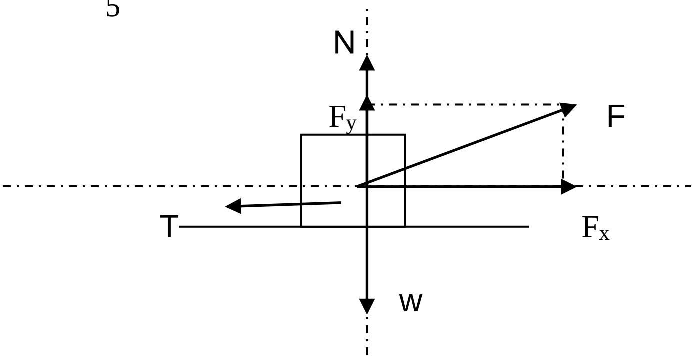
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (ΣΤΑΘΕΡΗ ΔΥΝΑΜΗ)
Σε σώμα μάζας m=5kg που αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκείται σταθερή δύναμη F=25N που σχηματίζει γωνία φ προς τα πάνω με το οριζόντιο δάπεδο με ημφ= 4/5 Αν μ= 0,2 για χρονική διάρκεια Δt=10s να υπολογίσετε
α) την επιτάχυνση του κιβωτίου
β) το έργο της συνισταμένης δύναμης
γ) το έργο της F
δ) το ποσό της ενέργειας που έγινε θερμότητα λόγω τριβών
δίνεται g=10 m/s^2

ΛΥΣΗ

Βήμα 1^o : Στο σώμα ασκείται το βάρος του W_1 η τριβή Τ και η κάθετη αντίδραση Ν όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα με w= m.g = 5.10=50N
Βήμα 2: Σχεδιάζω δυο κάθετους άξονες
τον χχ΄ ο οποίος είναι πάντα στην διεύθυνση της κίνησης του σώματος με θετική φορά προς τα εκεί που κινείται το σώμα
τον yy΄ κάθετος στον χχ΄
Βήμα 3: Όσες δυνάμεις δεν είναι πάνω στους άξονες τις αναλύω σε κάθετες συνιστώσες η δύναμη F δεν είναι πάνω στους άξονες οπότε την αναλύω

F_y=F.ημφ = 25 $\frac{4}{5}$ = 20 N

F_x= F.συνφ = 25 $\frac{3}{5}$ = 15N



Βήμα 4: Στον ένα άξονα το σώμα δεν κινείται (στην άσκηση στον yy΄) οπότε γράφουμε $\Sigma F_y=0 \Leftrightarrow N+F_y-W=0 \Leftrightarrow N=w-F_y \Leftrightarrow N=50-20 \Leftrightarrow N=30N$

Βήμα 5: Υπολογίζουμε την τριβή (αν υπάρχει), από την σχέση T=μ.N = 0,2.30= 6N

Βήμα 6: Στον άξονα που κινείται (έστω τον χχ΄) γράφουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα : $\Sigma F_x = m.\alpha \Leftrightarrow F_x - T = m.\alpha \Leftrightarrow 15-6 = 5.\alpha \Leftrightarrow 5.\alpha = 9 \Leftrightarrow$

α= $\frac{9}{5}\frac{m}{s^2}$

Βήμα 7: Το Σ_1 εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα ($υ_o$=0) Και διανύει στο κεκλιμένο επίπεδο απόσταση $Δχ_1$ η οποία δίνεται από την σχέση :

$Δχ = υ_o.\,Δt + \frac{1}{2}α.\,Δt^2 \Leftrightarrow Δχ = \frac{1}{2}α.\,Δ_1^2 \Leftrightarrow Δχ = \frac{1}{2}\frac{9}{5}.\,10^2 \Leftrightarrow Δχ=90m$

A) α= $\frac{9}{5}\frac{m}{s^2}$

β) W =$ΣF_Χ$.Δχ= (15-6).90= 9.90=810

γ) το έργο της δύναμης F ισούται με το έργο της F_x αφού η F_y είναι κάθετη στην μετατόπιση Δχ οπότε το έργο της είναι ίσο με μηδέν

W_F= F_x.Δx = 15.90=1350J

Δ) θερμότητα είναι το έργο της τριβής W_T=-T.Δχ= -6.90=-540J

Και Q= $|W_T| = |-540| = 540J$

Κινητική ενέργεια
Όταν ένα σώμα μάζας m κινείται με ταχύτητα υ έχει κινητική ενέργεια

$$K = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2$$

Η κινητική ενέργεια είναι μονόμετρο μέγεθος με μονάδα μέτρησης το 1J
Για να αποκτήσει ένα σώμα κινητική ενέργεια πρέπει να του προσφέρουμε ενέργεια .Όταν ένα σώμα έχει κινητική ενέργεια , τότε έχει την ικανότητα να μεταδώσει κίνηση , δηλαδή να προσφέρει ενέργεια σε ένα άλλο σώμα

Κατά την ελεύθερη πτώση ενός σώματος η κινητική ενέργεια του σώματος σε μια θέση ισούται με το έργο του βάρους στην θέση αυτή
Απόδειξη
Στην ελεύθερη πτώση ενός σώματος μάζας m κατά h το έργο του βάρους είναι $W = B \cdot h = m \cdot g \cdot h$
Όμως $h = \frac{1}{2} g t^2$ οπότε $W = m \cdot g \cdot \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} m (gt)^2$
Όμως $\upsilon = g \cdot t$ άρα $W = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2 = K$

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας
Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος είναι αλγεβρικά ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων όλων των δυνάμεων που δρουν πάνω του ή ισοδύναμα είναι ίση με το έργο της συνισταμένης δύναμης
Ισχύει $\Delta K = K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W_F = W_{Fολ}$

Β. Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας ή θεώρημα έργου – ενέργειας
Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος είναι αλγεβρικά ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων όλων των δυνάμεων που δρουν πάνω του ή ισοδύναμα είναι ίση με το έργο της συνισταμένης δύναμης
Ισχύει $\Delta K = K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W_F = W_{Fολ}$
Γενικά εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε για να υπολογίσουμε
Την ταχύτητα του σώματος σε κάποια θέση της τροχιάς του
Την απόσταση δυο θέσεων της τροχιάς του σώματος στις οποίες γνωρίζουμε τις τιμές της ταχύτητας του
Το έργο κάποιας μεταβλητής δύναμης που ασκείται στο σώμα

Ακολουθούμε τα εξής βήματα
1ο βήμα : κατασκευάζουμε ένα σχήμα στο οποίο προσδιορίζεται η διαδρομή , η αρχική και η τελική θέση του σώματος
2ο βήμα : σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε τυχαία θέση της διαδρομής του
3ο βήμα :αναλύουμε (όσες αναλύονται) τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα σε άξονες : τον άξονα χχ΄ που έχει την διεύθυνση κίνησης του σώματος και τον άξονα yy΄ που είναι κάθετος σε αυτήν
4ο βήμα : εντοπίζουμε το διάστημα κατά το οποίο ασκείται κάθε δύναμη που ασκείται στο σώμα και γράφουμε την εξίσωση που δίνει το έργο της
5ο βήμα : εφαρμόζουμε την εξίσωση $\Delta K = K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W_F$

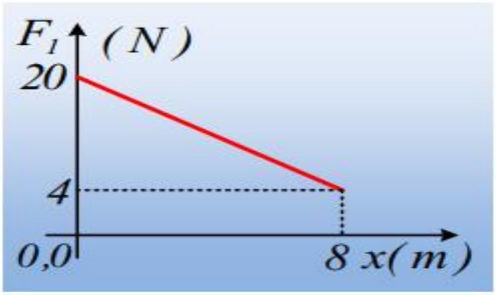
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (ΕΡΓΟ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΚΑΙ Θ.Μ.Κ.Ε)

Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,4, με την επίδραση μιας σταθερής οριζόντιας μέτρου F=12N. Σε μια στιγμή περνάει από μια θέση Α, έχοντας ταχύτητα $υ_1$=2m/s ενώ μετά από μετατόπιση x=8m η ταχύτητά του έχει γίνει $υ_2$ στη θέση Β.

i) Να υπολογιστούν τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη διάρκεια της μετακίνησης από το Α στο Β.

ii) Να βρεθεί η ταχύτητα $υ_2$.

iii)Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα η δύναμη F αντικαθίσταται από άλλη δύναμη F_1, η οποία είναι μεταβλητή, το μέτρο της οποίας δίνεται από την σχέση $F_1=-2x+20$ (μονάδες στο S.I.) και στο διάγραμμα δίνεται το μέτρο της σε συνάρτηση με τη μετατόπιση x από τη θέση Α. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος στη θέση Β.



iv) Ποια είναι η μέγιστη κινητική ενέργεια του σώματος μεταξύ των θέσεων Α και Β;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

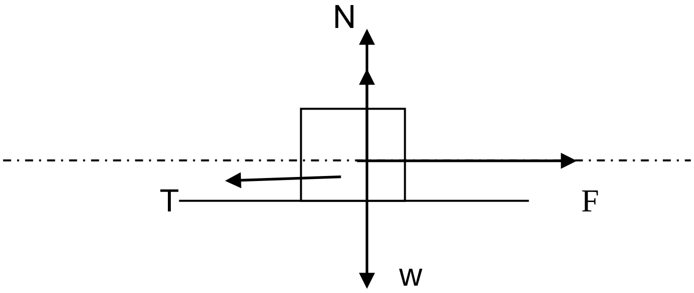
Βήμα 1ο : Στο σώμα ασκείται το βάρος του W_1 η τριβή Τ και η κάθετη αντίδραση Ν όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα με w= m.g = 2.10=20N

Βήμα 2: Σχεδιάζω δυο κάθετους άξονες

τον χχ΄ ο οποίος είναι πάντα στην διεύθυνση της κίνησης του σώματος με θετική φορά προς τα εκεί που κινείται το σώμα

τον yy΄ κάθετος στον χχ΄

Βήμα 3: Όσες δυνάμεις δεν είναι πάνω στους άξονες τις αναλύω σε κάθετες συνιστώσες



Βήμα 4: Στον ένα άξονα το σώμα δεν κινείται (στην άσκηση στον yy΄) οπότε γράφουμε $ΣF_y=0 \Leftrightarrow$ N - W =0 $\Leftrightarrow$ N= w $\Leftrightarrow$ N= 20N

Βήμα 5: Υπολογίζουμε την τριβή (αν υπάρχει), από την σχέση T=μ.N = 0,4.20= 8N

Βήμα 6: Στον άξονα που κινείται (έστω τον χχ΄) γράφουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα : $ΣF_x$ =m.α $\Leftrightarrow$ F - T=m.α $\Leftrightarrow$ 12-8= 2.α $\Leftrightarrow$ 2.α= 4 $\Leftrightarrow$

$\alpha=2\ \frac{m}{s^2}$

Για τα έργα των δυνάμεων ισχύει :

$w_w=w_N$ αφού οι δυνάμεις είναι κάθετες στην μετατόπιση

$w_F=F.x= 12.8=96J$

$w_T=-T.x =-8.8=-64J$

ιι) εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε μεταξύ των θέσεων Α και Β οπότε παίρνουμε

$K_B- K_A= w_F + w_T \Leftrightarrow ½\,m\,\upsilon_2^2 - ½\,m\upsilon_1^2 = w_F + w_T \Leftrightarrow ½\,2\,\upsilon_2^2 - ½\,2\upsilon_1^2 = 96 -64 \Leftrightarrow$

$\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2 = 32 \Leftrightarrow \upsilon_2^2 - 2^2 = 32 \Leftrightarrow \upsilon_2^2 = 32+4 \Leftrightarrow \upsilon_2^2 = 36 \Leftrightarrow \upsilon_2=\sqrt{36} \Leftrightarrow \upsilon_2=6\ \frac{m}{s}$

Ιιι) Η δύναμη είναι μεταβλητή και το έργο της δίνεται από το εμβαδόν του διαγράμματος

$W_F= E = \frac{\beta+B}{2}.\upsilon= \frac{20+4}{2}.8= 96J$

εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε μεταξύ των θέσεων Α και Β οπότε παίρνουμε

$K_B- K_A= w_F + w_T \Leftrightarrow ½\,m\,\upsilon_2^2 - ½\,m\upsilon_1^2 = w_F + w_T \Leftrightarrow ½\,2\,\upsilon_2^2 - ½\,2\upsilon_1^2 = 96 -64 \Leftrightarrow$

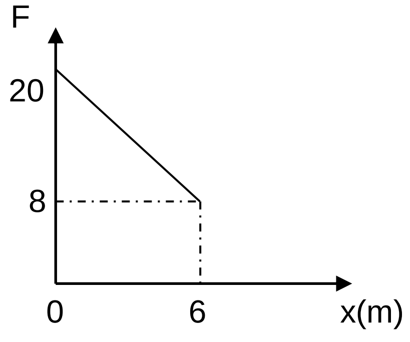
$\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2 = 32 \Leftrightarrow \upsilon_2^2 - 2^2 = 32 \Leftrightarrow \upsilon_2^2 = 32+4 \Leftrightarrow \upsilon_2^2 = 36 \Leftrightarrow \upsilon_2=\sqrt{36} \Leftrightarrow \upsilon_2=6\ \frac{m}{s}$

Ιv) η ασκούμενη δύναμη είναι μεταβλητή οπότε για όσο διάστημα ισχύει F>T το σώμα επιταχύνεται ενώ να F<T το σώμα επιβραδύνεται και η κινητική του ενέργεια μειώνεται .Άρα μέγιστη επιτάχυνση θα αποκτήσει στην οριακή θέση όπου F=T , όπου θα σταματήσει να επιταχύνεται και στη συνέχεια θα αρχίσει να επιβραδύνεται

Άρα

$F=T \Leftrightarrow 8=-2\chi +20 \Leftrightarrow 2\chi=-8 +20 \Leftrightarrow 2\chi=12 \Leftrightarrow \chi=6m$

και το έργο της δίνεται από το εμβαδόν του διαγράμματος



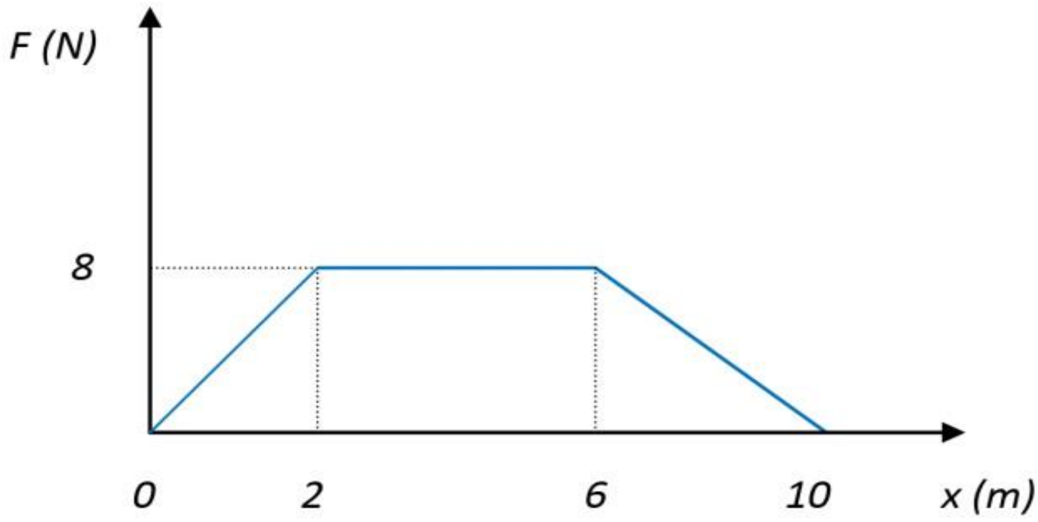
$W_F= E = \frac{\beta+B}{2}.\upsilon= \frac{20+8}{2}.6= 84J$

εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε μεταξύ των θέσεων Α και Β οπότε παίρνουμε

$K_B- K_A= w_F + w_T \Leftrightarrow K_B - ½\,m\upsilon_1^2 = w_F - T.x \Leftrightarrow K_B = ½\,m\upsilon_1^2 + w_F - T.x \Leftrightarrow$

$K_B = ½\,2.2^2 + 84 -8.6= 4+84-48 \Leftrightarrow K_B = 40\ J$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ
Ένα σώμα μάζας $m = 2$ Kg, κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου $υ_0 = 2\cdot\sqrt{2}$ m / s.
Τη χρονική στιγμή $t = 0$, ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη F με κατεύθυνση ομόρροπη της ταχύτητας. Στο σχήμα παριστάνεται το μέτρο της δύναμης F σε συνάρτηση με τη θέση.

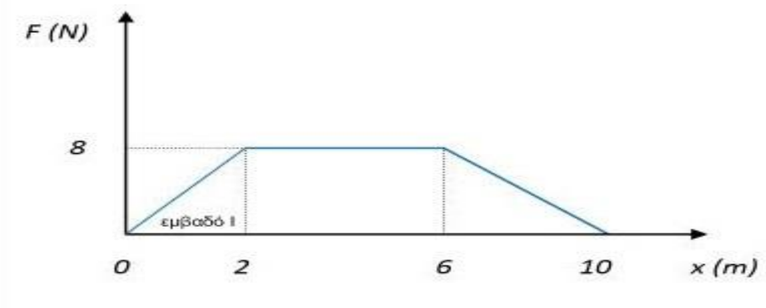


Να υπολογιστούν:
Δ1. το έργο της δύναμης F, όταν το σώμα μετακινείται από τη θέση x = 0 m έως τη θέση x = 10 m,
Δ2. η ταχύτητα του σώματος όταν βρίσκεται στις θέσεις x = 2 m, x = 6 m και x = 10 m ,
Δ3. το χρονικό διάστημα που χρειάζεται το κινητό για να μεταβεί από τη θέση x = 2 m στη θέση x = 6 m. Δίνεται $\sqrt{3} = 1,7$.
Μόλις το σώμα φθάσει στη θέση x = 10 m, η δύναμη F μηδενίζεται και το δάπεδο από τη θέση αυτή και μετά παύει να είναι λείο. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και δαπέδου είναι $μ = 0,1$. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10$ m / s^2.
Δ4. Να βρεθεί το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να σταματήσει το σώμα, καθώς και η θέση στην οποία θα συμβεί αυτό.

Λύση

Δ1.
Η δύναμη F είναι μια μεταβλητή δύναμη, αλλάζει με την θέση του κινητού μάζας m. Το έργο της δύναμης F υπολογίζεται από όλο το εμβαδό της γραφικής παράστασης F – x :
W = εμβαδό F – x ⇒ $W = \frac{1}{2}\cdot(10 + (6 – 2))\cdot 8$ ⇒ W = 56 joule .
Δ2.
Η κίνηση του σώματος με την επίδραση της μεταβλητής δύναμης F είναι απλά επιταχυνόμενη, αφού η F μεταβάλλεται από τον 2ο νόμο του Newton και η επιτάχυνση α μεταβάλλεται , άρα οι εξισώσεις της ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης δεν μπορούν να εφαρμοστούν εδώ (παρά μόνο στο τμήμα της κίνησης από x = 2 m έως x = 6 m όπου η δύναμη είναι σταθερή, άρα και η επιτάχυνση είναι σταθερή)
Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας :

(άλλη έκφραση της γενικότερης αρχής διατήρησης της ενέργειας, που ισχύει παντού και εφαρμόζεται στο σώμα μάζας m μεταξύ των θέσεων x = 0 και x = 2 m. Το έργο της μεταβλητής δύναμης F υπολογίζεται από το εμβαδό της γραφικής παράστασης δύναμης F – θέσης x)

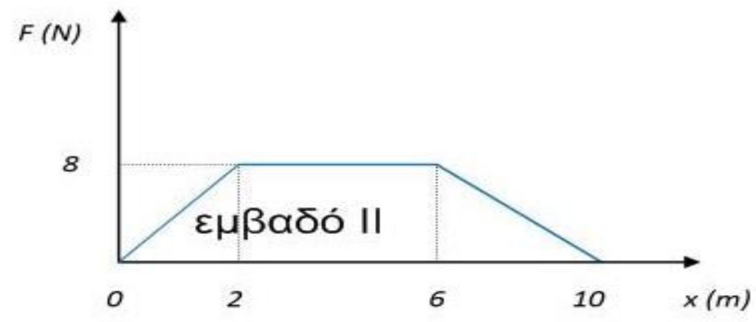


$\Delta K = W_F \Rightarrow K_{τελ} – K_{αρχ} = W_F \Rightarrow ½·m·υ_2^2 – ½·m·υ_0^2 = W_F \Rightarrow ½·m·υ_2^2 = ½·m·υ_0^2 + W_F \Rightarrow υ_2^2 = υ_0^2 + (\frac{2}{m})·W_F \Rightarrow υ_2 = \sqrt{\upsilon_O^2 + \frac{2}{m}W_F} \Rightarrow υ_2 = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (\frac{1}{2}.2.8)\frac{2}{2}}$

$\Rightarrow υ_2 = 4$ m / s .

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας :

(άλλη έκφραση της γενικότερης αρχής διατήρησης της ενέργειας, που ισχύει παντού και εφαρμόζεται στο σώμα μάζας m μεταξύ των θέσεων x = 0 και x = 6 m. Το έργο της μεταβλητής δύναμης F υπολογίζεται από το εμβαδό ΙΙ της γραφικής παράστασης δύναμης F – θέσης x)



$\Delta K΄ = W_F΄ \Rightarrow K_{τελ}΄ – K_{αρχ}΄ = W_F΄ \Rightarrow ½·m·υ_6^2 – ½·m·υ_0^2 = W_F΄ \Rightarrow ½·m·υ_6^2 = ½·m·υ_0^2 + W_F΄ \Rightarrow υ_6^2 = υ_0^2 + (\frac{2}{m})·W_F \Rightarrow υ_6 = = \sqrt{\upsilon_O^2 + \frac{2}{m}W_F}$

$\Rightarrow υ_6 = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (\frac{1}{2}.(6+4).8)\frac{2}{2}} \Rightarrow υ_6 = 4·\sqrt{3}$ m / s .

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας :

(άλλη έκφραση της γενικότερης αρχής διατήρησης της ενέργειας, που ισχύει παντού και εφαρμόζεται στο σώμα μάζας m μεταξύ των θέσεων x = 0 και x = 10 m. Το έργο της μεταβλητής δύναμης F υπολογίζεται από όλο το εμβαδό της γραφικής παράστασης δύναμης F – θέσης x)

$\Delta K'' = W_F'' \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda}'' - K_{\alpha\rho\chi}'' = W_F'' \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_{10}^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_0^2 = W_F'' \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_{10}^2$
$= \frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon_0^2 + W_F'' \Rightarrow \upsilon_{10}^2 = \sqrt{\upsilon_O^2 + \frac{2}{m}W_F} \Rightarrow \upsilon_{10} = \sqrt{\upsilon_O^2 + \frac{2}{m}W_F}$

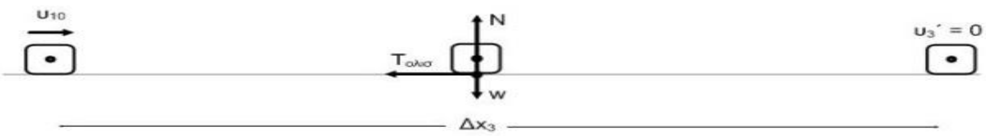
$\Rightarrow \upsilon_{10} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (\frac{1}{2}.(10+4).8)\frac{2}{2}} \Rightarrow \upsilon_{10} = 8 \text{ m / s}$.

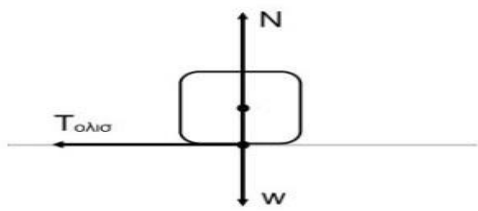
Δ3.
Από την θέση x = 2 m έως τη θέση x = 6 m το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, γιατί η δύναμη F είναι σταθερή, άρα και η επιτάχυνση α είναι σταθερή.
2ος νόμος του Newton :

$\Sigma F_{x,2} = m\cdot\alpha_2 \Rightarrow F_2 = m\cdot\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{F_2}{m}$ $F_2 / m \Rightarrow \alpha_2 = \frac{8}{2} \Rightarrow \alpha_2 = 4 \text{ m / s}^2$.

Η εξίσωση της ταχύτητας με τον χρόνο :
$\upsilon_6 = \upsilon_2 + \alpha_2\cdot\Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \underline{(\upsilon_6 - \upsilon_2)} / \alpha_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \underline{(4\cdot\sqrt{3} - 4)} \Rightarrow \Delta t_2 = \sqrt{3} - 1$
α_2 $\qquad$ 4
$\Rightarrow \Delta t_2 = 1{,}7 - 1 \Rightarrow \Delta t_2 = 0{,}7$ s .

Δ4.
Η δύναμη F δεν ασκείται πια και το κινητό με την επίδραση της τριβής ολίσθησης $T_{o\lambda\iota\sigma}$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.





Το σώμα μάζας m ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα y :
$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = w \Rightarrow N = m\cdot g \Rightarrow N = 2\cdot 10 \Rightarrow N = 20$ N .
Η τριβή ολίσθησης $T_{o\lambda\iota\sigma}$:
$T_{o\lambda\iota\sigma} = \mu\cdot N \Rightarrow T_{o\lambda\iota\sigma} = 0{,}1\cdot 20 \Rightarrow T_{o\lambda\iota\sigma} = 2$ N .
2ος νόμος του Newton :

$\Sigma F_{x,3} = m\cdot\alpha_3 \Rightarrow T_{o\lambda\iota\sigma} = m\cdot\alpha_3 \Rightarrow \alpha_3 = \frac{T_{o\lambda\iota\sigma}}{m} \Rightarrow \alpha_3 = \frac{2}{2} \Rightarrow \alpha_3 = 1 \text{ m / s}^2$.

Η εξίσωση της ταχύτητας υ του σώματος με τον χρόνο t :
(το σώμα σταματάει με την επίδραση της τριβής ολίσθησης)

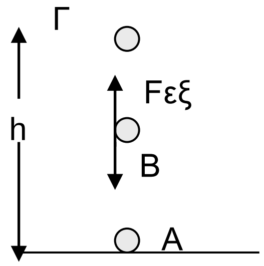
$\upsilon_3' = \upsilon_{10} - \alpha_3\cdot\Delta t_3 \Rightarrow 0 = \upsilon_{10} - \alpha_3\cdot\Delta t_3 \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{\upsilon_{10}}{\alpha_3} \Rightarrow \Delta t_3 = \frac{8}{1} \Rightarrow \Delta t_3 = 8$ s .

Η μετατόπιση Δx_3 του σώματος στο χρονικό διάστημα Δt_3 :
$\Delta x_3 = \upsilon_{10}\cdot\Delta t_3 - \frac{1}{2}\cdot\alpha_3\cdot\Delta t_3^2 \Rightarrow \Delta x_3 = 8\cdot 8 - \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 8^2 \Rightarrow \Delta x_3 = 32$ m .

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ - ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

Δυναμική ενέργεια

Το σώμα του σχήματος , μάζας m , στην θέση Α δεν έχει ενέργεια .Για να φέρουμε το σώμα στην θέση Γ πρέπει να ασκήσουμε δύναμη Fεξ τουλάχιστον αντίθετη από το βάρος B=m.g .Το έργο της δύναμης είναι WF= F.h = m.g.h Το έργο της Fεξ εκφράζει την ενέργεια που ξοδέψαμε για αυτή την μετακίνηση Που πηγε όμως αυτή η ενέργεια ; Το σώμα στην θέση Γ έχει κάποια ενέργεια ,΄κάτι που γίνεται φανερό από το γεγονός ότι αν αφήσουμε το σώμα στην θέση Γ αυτό θα κινηθεί Την ενέργεια που έχει το σώμα στην θέση αυτή την ονομάζουμε δυναμική ενέργεια



Δυναμική ενέργεια U ενός σώματος μάζας m το οποίο βρίσκεται σε ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης ονομάζουμε την ενέργεια που έχει το σώμα λόγω της θέσης του Ισχύει **U= m.g.h**

Απόδειξη της σχέσης $U_{αρχ}$- $U_{τελ}$ = W_B

Έστω ένα σώμα μάζας m που βρίσκεται στην θέση Α σε ύψος h_1 από το έδαφος Το σώμα στην θέση Α έχει δυναμική ενέργεια $U_{(A)}=m.g.h_1$ Αν αφήσουμε το σώμα ελεύθερο αυτό περνά από την θέση Γ που βρίσκεται σε ύψος h_2 πάνω από το έδαφος και θα έχει δυναμική ενέργεια $U_{(Γ)}=m.g.h_2$

Στην διαδρομή Α→Γ το έργο του βάρους του σώματος είναι

$W_B= m.g(h_1-h_2) = mgh_1-mgh_2 =U_{(A)}-U_{(Γ)}$

Δηλαδή για οποιαδήποτε κίνηση μέσα στο πεδίο βαρύτητας ισχύει

$U_{αρχ}$- $U_{τελ}$ = W_B

Ορίζουμε αυθαίρετα ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας (U=0) το επίπεδο το οποίο περνά από την κατώτατη θέση του σώματος στο πρόβλημα που μελετάμε

Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας είναι ανεξάρτητη από το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας

Συντηρητικές ή διατηρητικές δυνάμεις

Όταν ένα σώμα το ρίξουμε κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $υ_o$ τότε κατά την άνοδο του το έργο είναι $W_B^{(A→Γ)}$= -B.h ενώ κατά την κάθοδο του είναι $W_B^{(Γ→A)}$= B. h

Στην κλειστή διαδρομή Α→Γ→Α το έργο του βάρους είναι

$W_B^{(A→Γ→A)}= W_B^{(A→Γ)} + W_B^{(Γ→A)}$= B. h -B. h=0

Συντηρητική ή διατηρητική θα λέμε μια δύναμη όταν το έργο της σε μια κλειστή διαδρομή είναι μηδέν .

Το έργο των συντηρητικών δυνάμεων είναι ανεξάρτητο της διαδρομής .

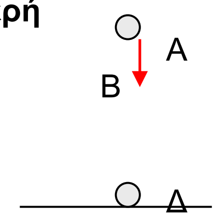
Όταν ένα σώμα πάει από την θέση Α στην θέση Γ ακολουθώντας οποιαδήποτε διαδρομή θα ισχύει $W_B= m.g(h_1-h_2) = mgh_1-mgh_2 =U_{(A)}-U_{(Γ)}$

Δηλαδή το έργο εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική θέση και όχι από την διαδρομή

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Ως **μηχανική ενέργεια Ε** ενός σώματος ή ενός συστήματος σωμάτων ορίζουμε το άθροισμα της κινητικής ενέργειας Κ και της δυναμικής ενέργειας U αυτού δηλαδή **E= K+U**

Αν ένα σώμα κινείται μόνο υπό την επίδραση του βάρους του , η μηχανική του ενέργεια παραμένει συνεχώς σταθερή



Πράγματι για την διαδρομή Α→Δ του σχήματος

Από το θεώρημα της κινητικής ενέργειας έχουμε

$W_B^{(A\to\Delta)} = \Delta K$

Το βάρος είναι συντηρητική δύναμη , οπότε

$W_B^{(A\to\Delta)} = -\Delta U$

Άρα $\Delta K = -\Delta U \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0$

Δηλαδή το άθροισμα της μεταβολής της κινητικής ενέργειας και της μεταβολής της δυναμικής ενέργειας είναι μηδέν.

Αλλά $\Delta K = K_{τελ} - K_{αρχ}$ και $\Delta U = U_{τελ} - U_{αρχ}$ οπότε

$K_{τελ} - K_{αρχ} + U_{τελ} - U_{αρχ} = 0 \Rightarrow K_{τελ} + U_{τελ} = K_{αρχ} + U_{αρχ} \Rightarrow$ **$E_{τελ} = E_{αρχ}$**

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Σώμα μάζας 1 Kg αφήνεται από ύψος 20 m πάνω από την επιφάνεια του εδάφους. Το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ m / s^2$. Ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας λαμβάνεται η επιφάνεια του εδάφους.

Δ1. Να υπολογισθούν ο χρόνος μέχρι το σώμα να φτάσει το έδαφος, καθώς και η ταχύτητα με την οποία φτάνει το έδαφος.

Δ2. Ποια η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που η βαρυτική δυναμική του ενέργεια έχει γίνει ίση με την κινητική του.

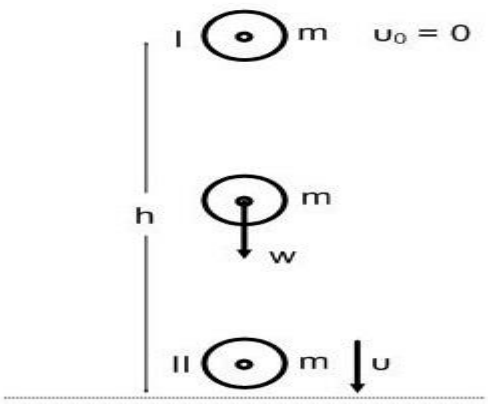
Το σώμα φτάνει στο έδαφος και αναπηδά κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα ίση με το μισό της ταχύτητας με την οποία φτάνει στο έδαφος.

Δ3. Να υπολογισθεί το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει το σώμα.

Δ4. Πόση μηχανική ενέργεια μετατράπηκε σε άλλη μορφή ενέργειας κατά την αναπήδηση του σώματος;

Λύση

Δ1.

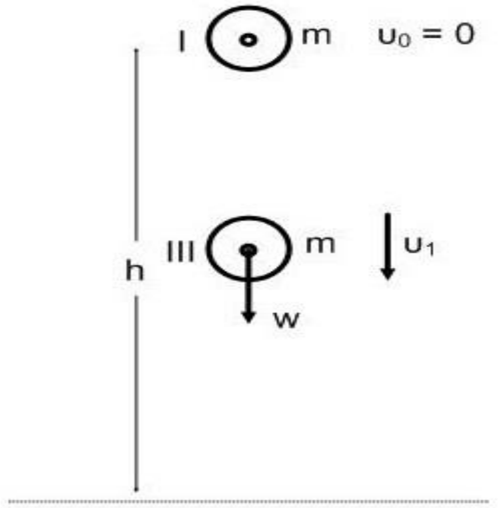


Το σώμα μάζας m εκτελεί ελεύθερη πτώση , το ύψος h σε συνάρτηση με τον χρόνο t :

$h = ½·g·t^2 \Rightarrow 2·h = g·t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2h}{g} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2.20}{10}} \Rightarrow t = 2$ s .

Η ταχύτητα του σώματος :
$υ = g·t \Rightarrow υ = 10·2 \Rightarrow υ = 20$ m / s.

Δ2.

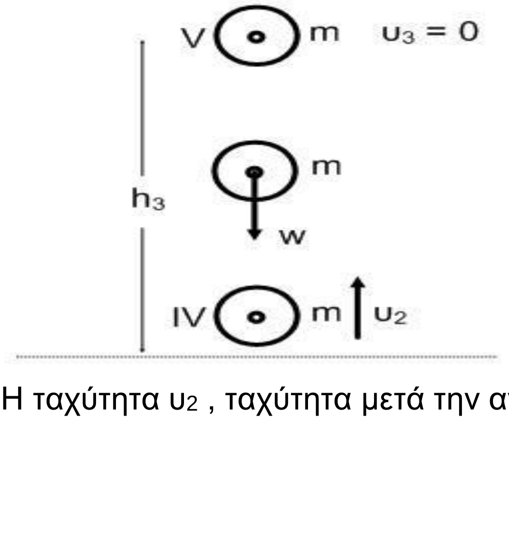


Η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας είναι :
(μια έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει σε συστήματα που δρουν διατηρητικές δυνάμεις, όπως το βάρος w)
$E_I = E_{III} \Rightarrow K_I + U_I = K_{III} + U_{III} \Rightarrow$
(εφαρμόζετε μεταξύ των θέσεων I και III , το σώμα αφήνεται από ύψος h άρα $K_I = 0$ αφού η αρχική ταχύτητα είναι μηδέν ενώ $U_I = w·h \Rightarrow U_I = m·g·h$, η εκφώνηση αναφέρει ότι $K_{III} = U_{III}$)
$0 + U_I = K_{III} + K_{III} \Rightarrow U_I = 2·K_{III} \Rightarrow K_{III} = ½\, U_I \Rightarrow K_{III} = ½\, m·g·h \Rightarrow K_{III} = ½\, 1·10·20 \Rightarrow K_{III} = 100$ joule .
Η κινητική ενέργεια ορίζεται :

$K_{III} = ½·m·υ_1^2 \Rightarrow 2·K_{III} = m·υ_1^2 \Rightarrow υ_1^2 = 2·K_{III} / m \Rightarrow υ_1 = \sqrt{\frac{2K_{III}}{m}} \Rightarrow υ_1 = \sqrt{\frac{2.100}{1}}$

$\Rightarrow υ_1 = \sqrt{200} \Rightarrow υ_1 = 10·\sqrt{2}$ m / s .

Δ3.



Η ταχύτητα $υ_2$, ταχύτητα μετά την αναπήδηση :

$\upsilon_2 = ½\ \upsilon \Rightarrow \upsilon_2 = ½\ 20 \Rightarrow \upsilon_2 = 10$ m / s .
Η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας είναι :
(μια έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας που ισχύει σε συστήματα που δρουν διατηρητικές δυνάμεις, όπως το βάρος w, εφαρμόζετε μεταξύ των θέσεων IV και V)
$E_{IV} = E_V \Rightarrow K_{IV} + U_{IV} = K_V + U_V \Rightarrow$
(στη θέση IV το σώμα βρίσκεται στο επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας άρα $U_{IV} = 0$ ενώ στη θέση V το σώμα έφτασε στο μέγιστο του ύψος άρα $K_V = 0$)
$K_{IV} + 0 = 0 + U_V \Rightarrow K_{IV} = U_V \Rightarrow U_V = ½\cdot m\cdot\upsilon_2^2 \Rightarrow U_V = ½\cdot 1\cdot 10^2 \Rightarrow U_V = 50$ joule .
Η δυναμική βαρυτική ενέργεια στη θέση V δίνεται :
$U_V = w\cdot h_3 \Rightarrow U_V = m\cdot g\cdot h_3 \Rightarrow h_3 = \frac{U_v}{m.g} \Rightarrow h_3 = \frac{50}{1.10} \Rightarrow h_3 = 5$ m .

Δ4.
Αρχή διατήρησης της ενέργειας, πριν και μετά την σύγκρουση του σώματος με το έδαφος :
(η γενικότερη μορφή, όπως ακριβώς ισχύει στη φύση η ενέργεια μετατρέπεται και μετασχηματίζεται αλλά ούτε δημιουργείται, ούτε καταστρέφεται)
$K_{πριν} = Q + K_{μετα} \Rightarrow Q = K_{πριν} – K_{μετα} \Rightarrow$
(όπου $K_{πριν} = K_{II}$: η κινητική ενέργεια πριν την κρούση, $K_{μετα} = K_{IV}$: η κινητική ενέργεια μετά την κρούση, Q : η συνολική ενέργεια που χάνεται κατά την κρούση και γίνεται θερμότητα, ενέργεια που προκαλεί ήχο και διάφορες άλλες μορφές που δεν αφορούν την ύλη της σχολικής τάξης της Α΄ λυκείου)
$Q = K_{II} – K_{IV} \Rightarrow Q = 200 – 50 \Rightarrow Q = 150$ joule .

ΙΣΧΥΣ

Ισχύς ενός κινητήρα ονομάζεται το πηλίκο του έργου που παράγει ο κινητήρας προς το χρονικό διάστημα στο οποίο αυτό παράγεται

$$P=W/t$$

Είναι μονόμετρο μέγεθος και εκφράζει τον ρυθμό με τον οποίο ο κινητήρας παράγει έργο
Μονάδα μέτρησης είναι το 1Watt(1W)   1Watt= 1 Joule/s
Μια μηχανή έχει ισχύ 1 Watt όταν αποδίδει ή καταναλώνει ενέργεια με ρυθμό 1J/s

Για ένα όχημα που κινείται με σταθερή ταχύτητα υ η ισχύς του κινητήρα του δίνεται από την σχέση $P=F_{κιν} \cdot υ$

<u>Απόδειξη</u>
Αν το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα τότε $F_{κιν} = F_{αντ}$ Σε χρόνο t το αυτοκίνητο μετατοπίζεται κατά χ οπότε από την σχέση
$P=W/t \Rightarrow P= F_{kiv}.x/t \Rightarrow P=F_{kiv}.(x/t) \Rightarrow P= Fkiv.υ$

Η κιλοβατώρα είναι μονάδα ενέργειας Είναι η ενέργεια που αποδίδεται ή καταναλώνεται από μηχανή ισχύος 1kW όταν αυτή λειτουργεί για μια ώρα Ισχύει $1kWh= 1kW.1h = 10^3W.3600s =36.10^5J$

Η ισχύς που **προσφέρεται στην μηχανή** , δηλαδή ο ρυθμός με τον οποίο ξοδεύουμε ενέργεια για να λειτουργήσει η μηχανή , την λέμε **καταναλισκόμενη $P_{κατ}$** 16
Η ισχύς που **αποδίδεται από την μηχανή** , δηλαδή ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανή μας δίνει ενέργεια για τον σκοπό για τον οποίο λειτουργεί , την λέμε **ωφέλιμη ισχυ $P_{ωφελ}$**
Το πηλίκο της ωφέλιμης προς την καταναλισκόμενη ισχύ αποτελεί τον συντελεστή απόδοσης της μηχανής $α= P_{ωφελ}/ P_{κατ}$
Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής είναι αριθμός μικρότερος της μονάδας α<1 και εκφράζει την ποιότητα της μηχανής

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ
Μεταλλικός κύβος έλκεται με τη βοήθεια ενός ηλεκτροκινητήρα, πάνω σε ένα οριζόντιο διάδρομο. Στον κύβο ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη και κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση. Με τη βοήθεια συστήματος φωτοπυλών παίρνουμε την πληροφορία ότι το μέτρο της ταχύτητας του κύβου τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s είναι ίσο με 2 m / s και τη χρονική στιγμή $t_1= 2$ s είναι ίσο με 12 m / s. Η μέση ισχύς του ηλεκτροκινητήρα (ο μέσος ρυθμός προσφερόμενης ενέργειας στον κύβο μέσω του έργου της δύναμης), στο παραπάνω χρονικό διάστημα των 2 s είναι $P_μ = 98$ W. Επίσης, έχει μετρηθεί πειραματικά ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κύβου και του διαδρόμου και βρέθηκε μ = 0,2.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m / s^2$ και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
Να υπολογίσετε:
$Δ_1$. το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται ο κύβος,

$Δ_2$. την ενέργεια που μεταφέρθηκε στον κύβο μέσω του έργου της δύναμης στο χρονικό διάστημα των 2 s.
$Δ_3$. το μέτρο της δύναμης.
$Δ_4$. τη μάζα του κύβου.

Λύση

$Δ_1$.

Ο ορισμός της επιτάχυνσης είναι :

$α = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow α = \frac{12-2}{2} \Rightarrow α = 5\ m / s^2$.

$Δ_2$.

Η μέση ισχύς του ηλεκτροκινητήρα :
(ο μέσος ρυθμός προσφερόμενης ενέργειας στον κύβο μέσω του έργου της δύναμης),

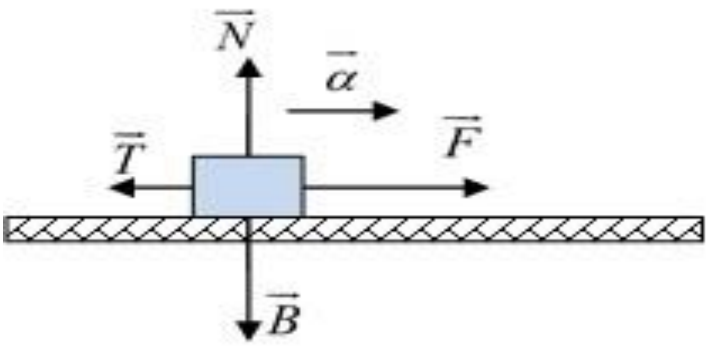
$P_μ = \frac{W_F}{\Delta t} \Rightarrow W_F = P_μ \cdot \Delta t \Rightarrow W_F = 98 \cdot 2 \Rightarrow W_F = 196$ Watt .

$Δ_3$.

Η μετατόπιση δίνεται :
$\Delta x = \upsilon_0 \cdot t + ½ \cdot α \cdot t^2 \Rightarrow \Delta x = 2 \cdot 2 + ½ \cdot 5 \cdot 2^2 \Rightarrow$
$\Delta x = 4 + 10 \Rightarrow \Delta x = 14$ m .
Το έργο ορίζεται :

$W_F = F \cdot \Delta x \Rightarrow F = \frac{W_F}{\Delta x} \Rightarrow F = \frac{196}{14} \Rightarrow F = 14$ N .

$Δ_4$.

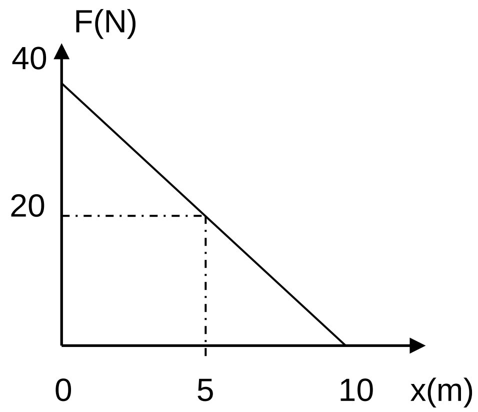


Η τριβή ολίσθησης δίνεται :
$T = μ \cdot N$
2ος νόμος του Newton :
$ΣF_x = m \cdot α \Rightarrow F - T = m \cdot α \Rightarrow$
(το σώμα ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα
$ΣF_y = 0 \Rightarrow N - B = 0 \Rightarrow N = B \Rightarrow N = m \cdot g$)
$F - μ \cdot m \cdot g = m \cdot α \Rightarrow F = m \cdot (μ \cdot g + α) \Rightarrow$

$m = \frac{F}{\mu . g + \alpha} \Rightarrow m = \frac{14}{0,2.10 + 5} \Rightarrow m = 2$ kg .

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5 .Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μεταβλητής οριζόντιας δύναμης F , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με την μετατόπιση του σώματος όπως στο διάγραμμα

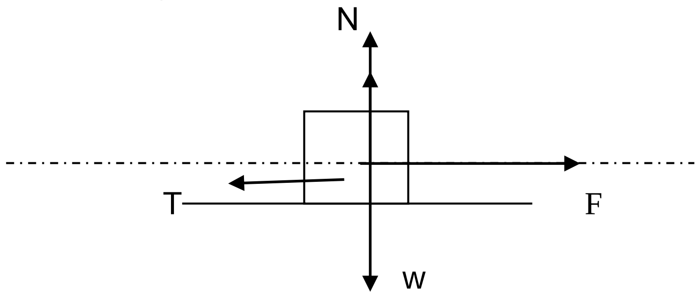


A) να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος την χρονική στιγμή που το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά χ=5m
B) για την παραπάνω χρονική στιγμή να βρεθούν
1) η στιγμιαία ισχύς της δύναμης F
2) ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα εξαιτίας της τριβής
3) ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος
3) πόσο θα μετατοπιστεί το σώμα συνολικά;

Δίνεται g=10 $\frac{m}{s^2}$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Βήμα 1ο : Στο σώμα ασκείται το βάρος του W_1 η τριβή T και η κάθετη αντίδραση N όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα με w= m.g = 2.10=20N
Βήμα 2: Σχεδιάζω δυο κάθετους άξονες
τον χχ΄ ο οποίος είναι πάντα στην διεύθυνση της κίνησης του σώματος με θετική φορά προς τα εκεί που κινείται το σώμα
τον yy΄ κάθετος στον χχ΄
Βήμα 3: Όσες δυνάμεις δεν είναι πάνω στους άξονες τις αναλύω σε κάθετες συνιστώσες



Βήμα 4: Στον ένα άξονα το σώμα δεν κινείται (στην άσκηση στον yy΄) οπότε γράφουμε $\Sigma F_y=0 \Leftrightarrow$ N - W =0 $\Leftrightarrow$ N= w $\Leftrightarrow$ N= 20N
Βήμα 5: Υπολογίζουμε την τριβή (αν υπάρχει), από την σχέση T=μ.N = 0,5.20= 10N

Για τα έργα των δυνάμεων ισχύει :

$w_W = w_N$ αφού οι δυνάμεις είναι κάθετες στην μετατόπιση
$w_T = -T.x = -10.5 = -50J$

Η δύναμη είναι μεταβλητή και το έργο της δίνεται από το εμβαδόν του διαγράμματος
$W_F = E = \frac{\beta + B}{2}.υ = \frac{20+40}{2}.5 = 150J$

εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε μεταξύ των θέσεων Α και Β οπότε παίρνουμε
$K_B - K_A = w_F + w_T \Leftrightarrow$ ½ m $\upsilon_2^2 -$ ½ m$\upsilon_1^2 = w_F + w_T \Leftrightarrow$ ½ 2 $\upsilon_2^2 -$ ½ 2.0= 150 -50 $\Leftrightarrow$

$\upsilon_2^2 = 100 \Leftrightarrow \upsilon_2^2 = 100 \Leftrightarrow υ_2 = \sqrt{100} \Leftrightarrow υ_2 = 10\frac{m}{s}$

Β.1 Η ισχύς της δύναμης F είναι $P = F.\ υ_2 = 20.10 = 200W$

Β.2 $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = |P_T| = T.\ υ_2 = 10.10 = 100\frac{J}{s}$

Β.3 $\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta W_{ΟΛ}}{\Delta t} = ΣF.υ_2 = (F-T)\ υ_2 = (20-10).10 = 100\frac{J}{s}$

Γ. Η δύναμη είναι μεταβλητή και το έργο της δίνεται από το εμβαδόν του διαγράμματος
$W_F = E =$ ½ β.υ = ½ 10.40= 200J
Η ενέργεια που έχει πάρει το σώμα λόγω της δύναμης F μετατρέπεται σε θερμότητα εξαιτίας του έργου της τριβής $w_T = -T.x = -10.χ$
εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε μεταξύ της αρχικής και της τελικής θέσης οπότε παίρνουμε
$K_T - K_A = w_F + w_T \Leftrightarrow$ ½ m $\upsilon_2^2 -$ ½ m$\upsilon_1^2 = w_F + w_T \Leftrightarrow$ ½ 2 0– ½ 2.0= 200 -10χ $\Leftrightarrow$

0= 200- 10χ $\Leftrightarrow$ 10χ=200 $\Leftrightarrow$ χ= 20m