Ο ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ

Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα ή θεμελιώδης νόμος της Μηχανικής
Μεταξύ της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα και της επιτάχυνσης α με την οποία αυτό κινείται ισχύει η σχέση

ΣF=m.a

Ο συντελεστής αναλογίας της σχέσης αυτής λέγεται **αδρανειακή μάζα** του σώματος ή απλά μάζα και ορίζεται ως **m= F/a**

Συμπεράσματα
Η επιτάχυνση α που αποκτά ένα σώμα
α) έχει την ίδια διεύθυνση και την ίδια φορά με την δύναμη που δέχεται το σώμα
β) είναι ανάλογη με την δύναμη που δέχεται το σώμα
γ) είναι αντίστροφα ανάλογη με την αδρανειακή μάζα του σώματος όταν η δύναμη είναι σταθερή

Μονάδα μέτρησης της δύναμης είναι το 1N
Το 1N ορίζεται ως το μέτρο της δύναμης εκείνης η οποία όταν ασκείται μόνη της σε ένα σώμα μάζας 1kg αυτό κινείται με επιτάχυνση μέτρου $1m/s^2$
Από την σχέση F=m.a προκύπτει ότι $1N= 1kg.1m/s^2$

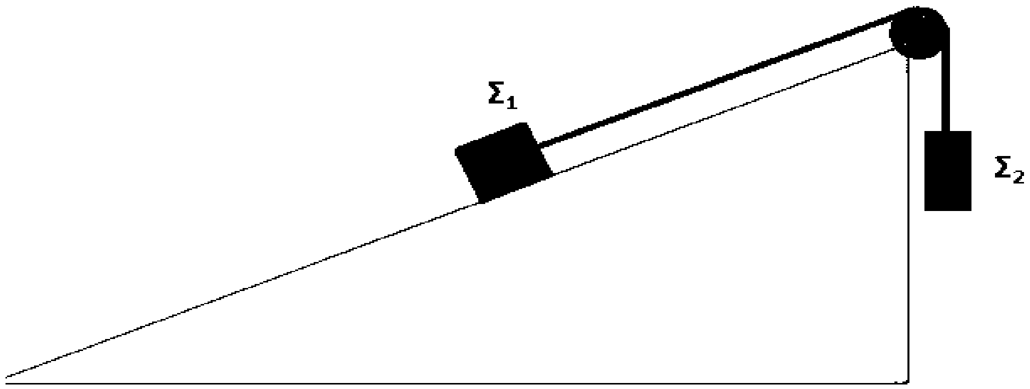
Διερεύνηση της σχέσης ΣF=m.a
α) όταν σε ένα σώμα η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν η επιτάχυνση του α είναι μηδέν οπότε δεν έχουμε αλλαγή στην κινητική του κατάσταση , δηλαδή το σώμα θα είναι συνεχώς ακίνητο ή θα κινείται με σταθερή ταχύτητα
β) όταν η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή τότε
1) αν το σώμα ήταν αρχικά ακίνητο θα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση
2) αν το σώμα αρχικά κινείται και η ΣF έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας τότε η κίνηση θα είναι επιταχυνόμενη
3) αν το σώμα αρχικά κινείται και η ΣF έχει κατεύθυνση αντίθετη της ταχύτητας τότε η κίνηση θα είναι επιβραδυνόμενη
γ) όταν η συνισταμένη δύναμη είναι μεταβαλλόμενη τότε και η επιτάχυνση θα είναι μεταβαλλόμενη και το σώμα θα κάνει μεταβαλλόμενη κίνηση (δεν ισχύουν οι γνωστοί τύποι)

ΒΗΜΑ 1ο	**Σχεδιάζω το σώμα και σημειώνω τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του** , δηλαδή Τις δυνάμεις F που λέει η άσκηση Το βάρος w (με διεύθυνση κατακόρυφα προς τα κάτω) Την κάθετη αντίδραση N (αν το σώμα ακουμπά σε μια επιφάνεια) με διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια , και φορά από την επιφάνεια προς το σώμα Την τριβή T με φορά αντίθετη από την φορά της κίνησης του σώματος (αν το δάπεδο είναι λείο , τότε T=0) Την τάση $T_ν$ του νήματος (αν υπάρχει νήμα) στην διεύθυνση του νήματος με φορά από το σώμα προς τα έξω
ΒΗΜΑ 2ο	**Σχεδιάζω δυο κάθετους άξονες** τον χχ΄ ο οποίος είναι πάντα στην διεύθυνση της κίνησης του σώματος με θετική φορά προς τα εκεί που κινείται το σώμα

	τον yy΄ κάθετος στον χχ΄
ΒΗΜΑ 3ο	**Όσες δυνάμεις δεν είναι πάνω στους άξονες τις αναλύω σε κάθετες συνιστώσες** F_x , F_y με την βοήθεια των τριγωνομετρικών αριθμών ημφ και συνφ Η ανάλυση χρειάζεται να είναι γνωστή κάποια γωνία ανάμεσα στην δύναμη και κάποια συνιστώσα της π.χ F_x=Fσυνφ αν η γωνία φ βρίσκεται ανάμεσα στην F και την F_x F_y= F ημφ αν η γωνία φ βρίσκεται ανάμεσα στην F και την F_y Άρα είναι σημαντικό να ξέρουμε μια γωνία . Αν δίνεται κάποια άλλη γωνία στην άσκηση , ψάχνω για γωνίες εντός εναλλάξ (ίσες) , εντός εκτός και επί τα αυτά (ίσες) , γωνίες με πλευρές κάθετες (ίσες) π.χ η γωνία κλίσης ενός κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με την γωνία που σχηματίζει το βάρος w του σώματος (που είναι πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο) με τον άξονα yy΄ (επειδή είναι γωνίες με πλευρές κάθετες) οπότε w_y=w.συνφ = m.g.συνφ w_x= w.ημφ = m.g.ημφ
ΒΗΜΑ 4ο	Στον ένα άξονα το σώμα δεν κινείται (έστω στον yy΄) οπότε γράφουμε $ΣF_y=0$ Από εδώ υπολογίζουμε την κάθετη αντίδραση N
ΒΗΜΑ 5ο	Υπολογίζουμε την τριβή (αν υπάρχει), από την σχέση T=μ.N Αν το επίπεδο είναι λείο τότε δεν υπάρχει τριβή και T=0
ΒΗΜΑ 6ο	Στον άξονα που κινείται (έστω τον χχ΄) γράφουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα : $ΣF_x$ =m.α Αν η άσκηση λέει ότι το σώμα ισορροπεί ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα τότε $ΣF_x$ =0
ΒΗΜΑ 7ο	
7.α	Γράφω τις εξισώσεις κίνησης (αν η άσκηση ζητά χρόνους , μέση ταχύτητα , διαγράμματα <u>ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΤΑΧΥΝΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ</u> **Εξισώσεις κίνησης** **α= σταθερή** **$υ= υ_o + α .Δt$** **$Δχ= υ_o.Δt+ \frac{1}{2} α. Δt^2$** <u>ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΒΡΑΔΥΝΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ</u> **Εξισώσεις κίνησης** **α= σταθερή** **$υ= υ_o - α .Δt$** **$Δχ= υ_o.Δt - \frac{1}{2} α. Δt^2$** ΧΡΗΣΙΜΗ ΣΧΕΣΗ : Αν η αρχική ταχύτητα $υ_o$=0 (στην επιταχυνόμενη κίνηση) ή η τελική ταχύτητα στην επιβραδυνόμενη

	κίνηση είναι υ=0 τότε **s=** $\frac{\upsilon^2}{2.\alpha}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1 (ΔΥΟ ΣΩΜΑΤΑ ΔΕΜΕΝΑ ΜΕ ΣΧΟΙΝΙ)
Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν ίσες μάζες .Ο συντελεστής στατικής τριβής του σώματος Σ_1 με το πλάγιο επίπεδο είναι μ= √3/8 και η γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου είναι φ=30^o

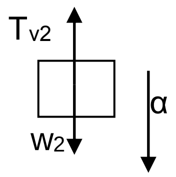


Την χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε τα σώματα ελεύθερα να κινηθούν
α. εξηγήστε προς τα πού θα κινηθούν τα δυο σώματα
Να υπολογίσετε
β. την κοινή τους επιτάχυνση
γ. το μέτρο της δύναμης που ασκεί το σχοινί σε κάθε σώμα αν m= 16 kg
δ. την ταχύτητα του Σ_1 την χρονική στιγμή που το Σ_2 έχει μετατοπιστεί κατά 0,5 m από την αρχική του θέση
Δίνεται g=10m/s^2

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- **<u>Εφαρμόζω την μεθοδολογία μας για το κάθε σώμα ξεχωριστά</u>**

<u>Για το σώμα Σ_2 :</u>
Βήμα 1^o : Στο σώμα ασκείται το βάρος του W_2 και η τάση του νήματος T_{v2} με w_2=m_2.g = m.g
Βήμα 2: οι δυνάμεις είναι σε έναν μόνο άξονα τον κατακόρυφο



Βήμα 3: δεν έχω δυνάμεις που δεν είναι πάνω στους άξονες
Βήμα 4 : Στον άξονα yy΄ το σώμα κινείται (έστω προς τα κάτω). Τότε από τον Β΄νόμο του Νεύτωνα ΣF_y= m_2.α ⇔ w_2- T_{v2}=m.α ⇔ m.g- T_{v2}=m.α ⇔ T_{v2} = m.g - m.α (σχέση 1)
Βήμα4 : Στον άξονα χχ΄ δεν υπάρχουν δυνάμεις άρα ΣF_x=0

Για το σώμα $Σ_1$:

Βήμα $1^ο$: Στο σώμα ασκείται το βάρος του W_1 η τριβή T η κάθετη αντίδραση N και η τάση του νήματος $T_{ν1}$ όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα με $w_1=m_1.g = m.g$

Βήμα 2: Σχεδιάζω δυο κάθετους άξονες

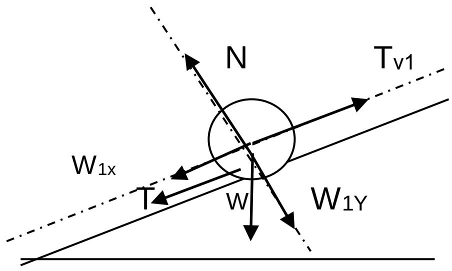
τον χχ΄ ο οποίος είναι πάντα στην διεύθυνση της κίνησης του σώματος με θετική φορά προς τα εκεί που κινείται το σώμα

τον yy΄ κάθετος στον χχ΄

Βήμα 3: Όσες δυνάμεις δεν είναι πάνω στους άξονες τις αναλύω σε κάθετες συνιστώσες η γωνία κλίσης ενός κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με την γωνία που σχηματίζει το βάρος w του σώματος (που είναι πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο) με τον άξονα yy΄ (επειδή είναι γωνίες με πλευρές κάθετες) οπότε

$W_{1y}=w_1.συνφ = m.g.συνφ = m.g.συν\ 30^ο = m.g.\frac{\sqrt{3}}{2}$

$W_{1x}= W_1.ημφ = m.g.ημφ = m.g.ημ\ 30^ο = \frac{1}{2}\ m.g$



Βήμα 4: Στον ένα άξονα το σώμα δεν κινείται (στην άσκηση στον yy΄) οπότε γράφουμε $ΣF_{1y}=0 \Leftrightarrow N- W_{1y} =0 \Leftrightarrow N= W_{1y} \Leftrightarrow N= m.g.\frac{\sqrt{3}}{2}$

Βήμα 5: Υπολογίζουμε την τριβή (αν υπάρχει), από την σχέση

$T=μ.N = μ.\ m.g.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8}\ m.g.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{16}\ m.g$

Βήμα 6: Στον άξονα που κινείται (έστω τον χχ΄) γράφουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα : $ΣF_{1x} =m_1.α \Leftrightarrow T_{ν1}- W_{1x} - T=m.α \Leftrightarrow T_{ν1}= W_{1x} + T+m.α \Leftrightarrow$

$T_{ν1}= \frac{1}{2}\ m.g + \frac{3}{16}\ m.g + m.α \Leftrightarrow T_{ν1}= \frac{11}{16}\ m.g + m.α$ (σχέση 2)

- ***Ψάχνω να βρω μια σχέση η οποία να συνδέει τα δυο σώματα***

Τα δυο σώματα είναι δεμένα με σχοινί το οποίο είναι τεντωμένο .Τα δυο σώματα κινούνται μαζί άρα έχουν την ίδια επιτάχυνση και επειδή το νήμα είναι αβαρές και τεντωμένο ισχύει

$\mathbf{T_{ν1}= T_{ν2}}$ και από τις σχέσεις (1) και (2) θα έχουμε

$\frac{11}{16}$ m.g + m.α = m.g - m.α $\Leftrightarrow$ m.α + m.α = m.g - $\frac{11}{16}$ m.g $\Leftrightarrow$ 2 m.α = $\frac{5}{16}$ m.g

$\Leftrightarrow$ α = $\frac{5}{32}$g

A) η επιτάχυνση είναι α>0 άρα είναι όπως αυτή που είναι σχεδιασμένη στα σχήματα μας

B) α = $\frac{5}{32}$g = $\frac{5}{32}$.10= $\frac{25}{16}$ $\frac{m}{s^2}$

Γ) από την σχέση 1 : T_{v2} = m.g - m.α = 16.10 – 16. $\frac{25}{16}$ =160- 25 = 135N

Βήμα 7: Γράφω τις εξισώσεις κίνησης (αν η άσκηση ζητά χρόνους , μέση ταχύτητα , διαγράμματα

Δ) Το $Σ_1$ εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα ($υ_ο$=0) οπότε

$Δχ_1$= $υ_ο$.Δt + $\frac{1}{2}$ α. $Δt^2$ $\Leftrightarrow$ $Δχ_1$= $\frac{1}{2}$ α. $Δt^2$ $\Leftrightarrow$ 0,5 = $\frac{1}{2}\frac{25}{16}$ $Δt^2$ $\Leftrightarrow$ $Δt^2$ = $\frac{16}{25}$ $\Leftrightarrow$

Δt = $\sqrt{\frac{16}{25}}$ $\Leftrightarrow$ Δt = $\frac{4}{5}$ s

Το $Σ_2$ εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα ($υ_ο$=0) οπότε

υ= $υ_ο$ +α .Δt $\Leftrightarrow$ υ= α .Δt $\Leftrightarrow$ υ= $\frac{25}{16}.\frac{4}{5}$ $\Leftrightarrow$ υ= $\frac{5}{4}$ $\frac{m}{s}$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (2) (ΕΝΑ ΣΩΜΑ ΜΕ ΔΥΟ ΚΙΝΗΣΕΙΣ)

Σώμα μάζας m= 2kg αφήνεται από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ=30^o .Το κεκλιμένο επίπεδο έχει ύψος h= 2m και το σώμα εμφανίζει με το κεκλιμένο επίπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ= $\frac{\sqrt{3}}{6}$

Στην συνέχεια το σώμα κινείται στο οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ΄ και διανύει διπλάσια απόσταση από ότι στο κεκλιμένο επίπεδο

Δίνεται g=10 $\frac{m}{s^2}$

Να βρείτε :

A) την επιτάχυνση του όταν το σώμα βρίσκεται στο κεκλιμένο επίπεδο

B) τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μ΄του σώματος με το οριζόντιο επίπεδο

Γ) Να κάνετε την γραφική παράσταση υ=f(t) και α=f(t)

Δ) να βρείτε την μέση ταχύτητα του σώματος σε όλη την διάρκεια της κίνησης του

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

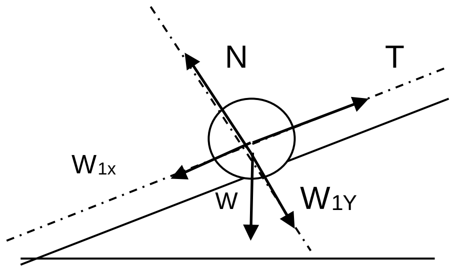
Το σώμα εκτελεί δυο κινήσεις :Μια στο κεκλιμένο επίπεδο και μια στο οριζόντιο επίπεδο

Για την κίνηση στο κεκλιμένο επίπεδο :
Βήμα 1ο : Στο σώμα ασκείται το βάρος του W_1 η τριβή Τ και η κάθετη αντίδραση Ν όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα με $w_1=m_1.g = m.g = 2.10=20N$
Βήμα 2: Σχεδιάζω δυο κάθετους άξονες
τον χχ΄ ο οποίος είναι πάντα στην διεύθυνση της κίνησης του σώματος με θετική φορά προς τα εκεί που κινείται το σώμα
τον yy΄ κάθετος στον χχ΄
Βήμα 3: Όσες δυνάμεις δεν είναι πάνω στους άξονες τις αναλύω σε κάθετες συνιστώσες η γωνία κλίσης ενός κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με την γωνία που σχηματίζει το βάρος w του σώματος (που είναι πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο) με τον άξονα yy΄ (επειδή είναι γωνίες με πλευρές κάθετες) οπότε

$W_{1y}=w_1.συνφ = m.g.συνφ =m.g.συν\ 30^o = m.g.\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow W_{1y}= 20\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow$

$W_{1y}= 10\sqrt{3}$ N

$W_{1x}= W_1.ημφ = m.g.ημφ = m.g.ημ\ 30^o = \frac{1}{2}$ m.g= . $\frac{1}{2}20 = 10N$



Βήμα 4: Στον ένα άξονα το σώμα δεν κινείται (στην άσκηση στον yy΄) οπότε γράφουμε $ΣF_{1y}=0 \Leftrightarrow N- W_{1y} =0 \Leftrightarrow N= W_{1y} \Leftrightarrow N= 10\sqrt{3}$ N
Βήμα 5: Υπολογίζουμε την τριβή (αν υπάρχει), από την σχέση
$T=μ.N = μ.\ m.g.\frac{\sqrt{3}}{2}= \frac{\sqrt{3}}{6}\ m.g.\frac{\sqrt{3}}{2}= \frac{\sqrt{3}}{5}10\sqrt{3}$ N **=** 6N
Βήμα 6: Στον άξονα που κινείται (έστω τον χχ΄) γράφουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα : $ΣF_{1x} =m_1.α \Leftrightarrow W_{1x} - T=m.α \Leftrightarrow 10-6= 2.α \Leftrightarrow 2.α= 4 \Leftrightarrow$

$α= 2\frac{m}{s^2}$

Βήμα 7: Το $Σ_1$ εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα ($υ_o=0$) Και διανύει στο κεκλιμένο επίπεδο απόσταση $Δχ_1$ η οποία δίνεται από την σχέση :
Το κεκλιμένο επίπεδο είναι ένα ορθογώνιο τρίγωνο με απέναντι κάθετη πλευρά το ύψος h= 2m και υποτείνουσα την απόσταση $Δχ_1$

Άρα $ημφ = \frac{h}{Δx_1} \Leftrightarrow Δχ_1= \frac{h}{ημφ} \Leftrightarrow Δχ_1= \frac{2}{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow Δχ_1= 4m$

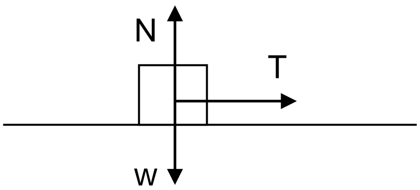
$\Delta\chi_1 = \upsilon_o . \Delta t_1 + \frac{1}{2}\alpha . \Delta t_1^2 \Leftrightarrow \Delta\chi_1 = \frac{1}{2}\alpha . \Delta t_1^2 \Leftrightarrow 4 = \frac{1}{2} 2 . \Delta t_1^2 \Leftrightarrow \Delta t_1^2 = 4 \Leftrightarrow$

$\Delta t_1 = \sqrt{4} \Leftrightarrow \Delta t_1 = 2s$

Και $\upsilon = \upsilon_o + \alpha \, \Delta t_1 \Leftrightarrow \upsilon = 2.\Delta t_1 \Leftrightarrow \upsilon = 2.2 = 4 \; \frac{m}{s}$

Για την κίνηση στο οριζόντιο επίπεδο :
Βήμα 1ο : Στο σώμα ασκείται το βάρος του W_1 η τριβή Τ και η κάθετη αντίδραση Ν όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα με $w_1 = m_1.g = m.g = 2.10 = 20N$
Βήμα 2: Σχεδιάζω δυο κάθετους άξονες
τον χχ΄ ο οποίος είναι πάντα στην διεύθυνση της κίνησης του σώματος με θετική φορά προς τα εκεί που κινείται το σώμα
τον yy΄ κάθετος στον χχ΄

Βήμα 3: Όσες δυνάμεις δεν είναι πάνω στους άξονες τις αναλύω σε κάθετες συνιστώσες (όλες οι δυνάμεις είναι πάνω στους άξονες



Βήμα 4: Στον ένα άξονα το σώμα δεν κινείται (στην άσκηση στον yy΄) οπότε γράφουμε $\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow N - W = 0 \Leftrightarrow N = W \Leftrightarrow N = 20 \text{ N}$
Βήμα 5: Υπολογίζουμε την τριβή (αν υπάρχει), από την σχέση
$T = \mu.N = \mu.\, m.g. = 20\mu$
Βήμα 6: Στον άξονα που κινείται (έστω τον χχ΄) γράφουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα : $\Sigma F_x = m_1.\alpha \Leftrightarrow T = m.\alpha \Leftrightarrow 20\mu = 2.\alpha \Leftrightarrow \alpha = 10\mu$ (σχέση 1)
Βήμα 7: Το Σ_1 εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα

($\upsilon_o = 4\frac{m}{s}$) Γράφουμε τις εξισώσεις κίνησης της επιβραδυνόμενης κίνησης

$\upsilon = \upsilon_o - \alpha\Delta t_2 \Leftrightarrow$ και επειδή το σώμα σταματά θα ισχύει $\upsilon = 0 \Leftrightarrow 0 = \upsilon_o - \alpha\Delta t_2 \Leftrightarrow$

$\alpha\Delta t_2 = \upsilon_o \Leftrightarrow \Delta t_2 = \frac{\upsilon_o}{\alpha}$ (σχέση 2)

Και διανύει στο οριζόντιο επίπεδο απόσταση $\Delta\chi_2 = 2.\, \Delta\chi_1 = 8 \text{ m}$ η οποία δίνεται από την σχέση :

$\Delta\chi_2 = \upsilon_o.\Delta t_2 - \frac{1}{2}\alpha . \Delta t_2^2 \Leftrightarrow \Delta\chi_2 = \upsilon_o . \frac{\upsilon_o}{\alpha} - \frac{1}{2}\alpha . (\frac{\upsilon_o}{\alpha})^2 \Leftrightarrow 8 = \frac{\upsilon_o^2}{2.\alpha} \Leftrightarrow 2.\alpha = \frac{4^2}{8}$

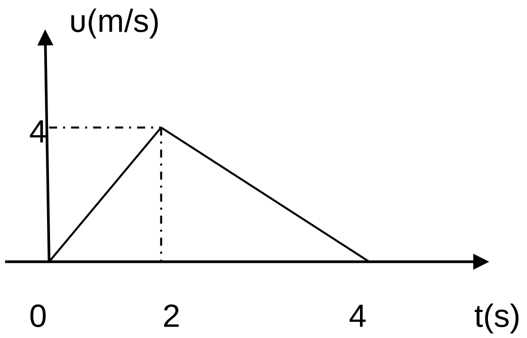
$\Leftrightarrow 2.\alpha = 2 \Leftrightarrow \alpha = 1\frac{m}{s^2}$

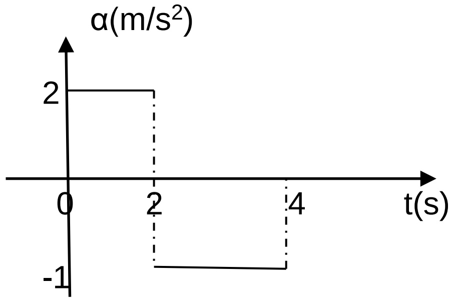
Από την σχέση (2) $\Delta t_2 = \frac{4}{1} \Leftrightarrow \Delta t_2 = 4s$

Από την σχέση (1) : α= 10μ $\Leftrightarrow$ 1= 10μ $\Leftrightarrow$ μ= $\frac{1}{10}$

Προσοχή : *<u>Αν ένα σώμα εκτελεί διαδοχικές κινήσεις τα τελικά μεγέθη της μιας κίνησης (υ, s, t) είναι αρχικά για την επόμενη κίνηση</u>*

Οι γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης ως συνάρτηση του χρόνου φαίνονται στα παρακάτω σχήματα





Ο ολικός χρόνος κίνησης είναι $\Delta t_{ολ}= \Delta t_1 + \Delta t_2= 2+4 = 6s$

Το ολικό διάστημα που διανύει το σώμα είναι $s_{ολ}= \Delta χ_1 + \Delta χ_2 = 4+8 =12m$

Και η μέση ταχύτητα του σώματος είναι

$υ_μ = \frac{s_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} = \frac{12}{6} \Leftrightarrow υ_μ = 2\frac{m}{s}$