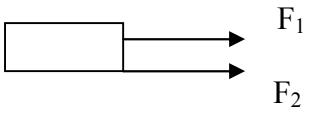
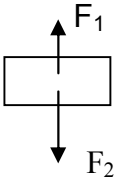
ΣΥΝΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

Συνισταμένη δυο ή περισσοτέρων δυνάμεων οι οποίες ενεργούν ταυτόχρονα σε ένα σώμα λέγεται η δύναμη που επιφέρει τα ίδια μηχανικά αποτελέσματα που επιφέρουν όλες μαζί
Τις δυνάμεις F_1,F_2,.... που δίνουν την συνισταμένη ΣF τις ονομάζουμε **συνιστώσες δυνάμεις**

Οι δυνάμεις διακρίνονται σε
1. συγγραμμικές δυνάμεις οι οποίες είναι οι δυνάμεις που οι διευθύνσεις τους είναι στην ίδια ή σε παράλληλες ευθείες

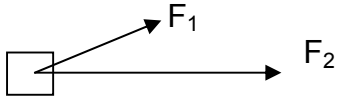


(σχήμα 1)



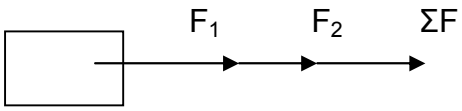
(σχήμα 2)

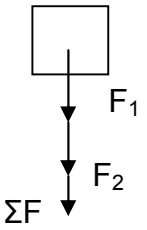
Οι συγγραμμικές δυνάμεις διακρίνονται σε
1.α Ομόρροπες συγγραμμικές δυνάμεις : Είναι οι συγγραμμικές δυνάμεις που έχουν την ίδια φορά (σχήμα 1)
1.β Αντίρροπες συγγραμμικές δυνάμεις : Είναι οι συγγραμμικές δυνάμεις που έχουν αντίθετη φορά (σχήμα 2)
και
2. μη συγγραμικές δυνάμεις : οι οποίες είναι οι δυνάμεις που οι διευθύνσεις τους δεν είναι στην ίδια ή σε παράλληλες ευθείες



♦ ΣΥΝΘΕΣΗ ΣΥΓΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

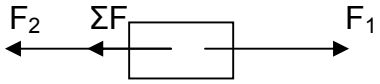
Α) οι δυνάμεις είναι ομόρροπες και συγγραμμικές: Η συνισταμένη δύναμη έχει την ίδια κατεύθυνση με τις συνιστώσες και μέτρο ίσο το άθροισμα των μέτρων των συνιστωσών **$\Sigma F = F_1+F_2$**

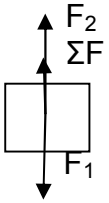




Αν F_1 = 5N και F_2 = 10N τότε $\Sigma F = F_1 + F_2 = 5+10 \Leftrightarrow \Sigma F = 15N$

Β) οι δυνάμεις έχουν αντίθετες κατευθύνσεις(Αντίρροπες συγγραμμικές δυνάμεις): η συνισταμένη δυναμη έχει την φορά της μεγαλύτερης δύναμης και μέτρο ίσο με την διαφορά των μέτρων τους **$\Sigma F = F_1-F_2$**





Αν $F_1 = 5N$ και $F_2 = 10N$ τότε $\Sigma F = F_2 - F_1 = 10-5 \Leftrightarrow \Sigma F = 5N$

Γ) Σύνθεση πολλών συγγραμμικών δυνάμεων : Έστω ότι σε ένα σώμα ασκούνται πολλές συγγραμμικές δυνάμεις .Για να βρούμε την συνισταμένη τους ακολουθούμε την εξής διαδικασία

Βήμα 1^o : επιλέγουμε την θετική φορά

Για τις οριζόντιες δυνάμεις θεωρούμε ως θετική φορά την προς τα δεξιά φορά

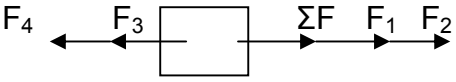
Για τις κατακόρυφες δυνάμεις θεωρούμε ως θετική φορά την προς τα πάνω φορά

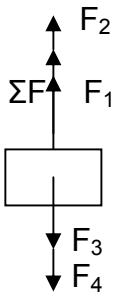
Βήμα 2^o : όσες οριζόντιες δυνάμεις ¨κοιτούν¨ προς τα δεξιά (αντίστοιχα όσες κατακόρυφες δυνάμεις ¨κοιτούν¨ προς τα πάνω) τις βάζω με πρόσημο (+) ενώ όσες οριζόντιες δυνάμεις ¨κοιτούν¨ προς τα αριστερά (αντίστοιχα όσες κατακόρυφες δυνάμεις ¨κοιτούν¨ προς τα κάτω) τις βάζω με πρόσημο (+)

Βήμα 3^o : Αν η συνισταμένη των δυνάμεων ΣF έχει πρόσημο (+) την σχεδιάζω προς τα δεξιά (ή αντίστοιχα προς τα πάνω).

Αν η συνισταμένη των δυνάμεων ΣF έχει πρόσημο (-) την σχεδιάζω προς τα αριστερά (ή αντίστοιχα προς τα κάτω)

Παράδειγμα

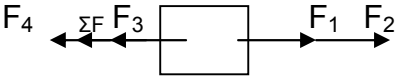




Αν $F_1 = 5N$, $F_2 = 10N$, $F_3 = 8N$, $F_4 = 4N$

$\Sigma F = F_1 + F_2 - F_3 - F_4 = 5+10- 8 -4 = 15- 12 \Leftrightarrow \Sigma F = 3N$ (φορά προς τα δεξιά για το πρώτο σχήμα , ή φορά προς τα πάνω για το 2^o σχήμα)

Παράδειγμα

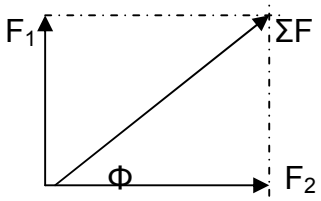


Αν $F_1 = 5N$, $F_2 = 10N$, $F_3 = 18N$, $F_4 = 4N$

$\Sigma F = F_1 + F_2 - F_3 - F_4 = 5+10- 18 -4 = 15- 22 \Leftrightarrow \Sigma F = -7N$ (φορά προς τα αριστερά)

ΣΥΝΘΕΣΗ ΜΗ ΣΥΓΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

Α.1 ΔΥΟ ΚΑΘΕΤΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ : Όταν οι δυνάμεις σχηματίζουν γωνία 90^o , δηλαδή είναι κάθετες μεταξύ τους , η διεύθυνση σχηματικά βρίσκεται από το κανόνα του παραλληλογράμμου (από τα άκρα της κάθε δύναμης φέρουμε διακεκομμένες ευθείες παράλληλες στην άλλη δύναμη . Η συνισταμένη είναι μια δύναμη με αρχή την κοινή αρχή των δυο συνιστωσών δυνάμεων , και τέλος στο σημείο στο οποίο συναντώνται οι διακεκομμένες)



το μέτρο της συνισταμένης βρίσκεται από το Πυθαγόρειο Θεώρημα και είναι

ΣF= $\sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

Και σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια δύναμη που δίνεται από την σχέση

εφφ= $\frac{F_1}{F_2}$ και γενικά ανεξάρτητα από τον συμβολισμό των δυνάμεων **εφφ=** $\frac{\textbf{κατακόρυφη δύναμη}}{\textbf{οριζόντια δύναμη}}$

Παράδειγμα

Αν $F_1 = \sqrt{3}$ N , F_2 = 1N τότε

ΣF= $\sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ = $= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} \Leftrightarrow$ ΣF=2N

Και εφφ= $\frac{F_1}{F_2} = \sqrt{3} \Leftrightarrow$ φ= 30^o

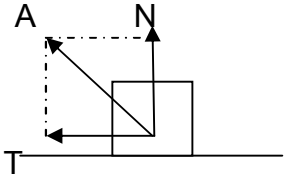
Εφαρμογή της ιδιότητας των κάθετων δυνάμεων .

Δύναμη που δέχεται από την επιφάνεια ένα σώμα που κινείται πάνω στην επιφάνεια αυτή

Το σώμα του σχήματος δέχεται από την επιφάνεια πάνω στην οποία βρίσκεται δυο δυνάμεις

Α) την κάθετη αντίδραση N

Β) την τριβή ολίσθησης $T_{ολ}$



Η δύναμη αντίδρασης Α που δέχεται το σώμα από το οριζόντιο επίπεδο δίνεται από το διανυσματικό άθροισμα $\vec{A} = \vec{N} + \vec{T_{ολ}}$ και το μέτρο της από την σχέση A= $\sqrt{N^2 + T_{ολ}^2}$

και η διεύθυνση της προσδιορίζεται από την σχέση εφφ= $\frac{N}{T_{ολ}}$

Α.2 ΠΟΛΛΕΣ ΚΑΘΕΤΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

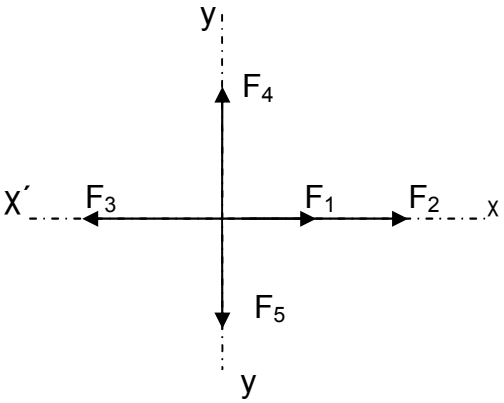
Αν σε ένα σώμα ασκούνται πολλές δυνάμεις που είναι κάθετες μεταξύ τους (οριζόντιες και κατακόρυφες εργαζόμαστε ως εξής :

Βήμα 1^o : κατασκευάζουμε δυο κάθετους άξονες (ορθογώνιο σύστημα αξόνων) που η αρχή τους ταυτίζεται με την αρχή των δυνάμεων

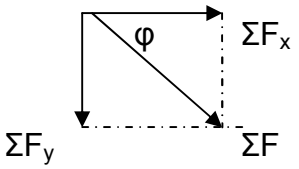
Τον οριζόντιο άξονα χχ΄
Τον κατακόρυφο άξονα yy΄
Βήμα 2^{ο} : Βρίσκω την συνισταμένη των δυνάμεων μόνο στον άξονα χχ΄ (την ΣF_x) . Οι δυνάμεις στον άξονα χχ΄ είναι συγγραμμικές μεταξύ τους
Βήμα 3^{ο} : Βρίσκω την συνισταμένη των δυνάμεων μόνο στον άξονα yy΄ (την ΣF_y) . Οι δυνάμεις στον άξονα yy΄είναι συγγραμμικές μεταξύ τους
Βήμα 4^{ο} : οι ΣF_x και ΣF_y είναι κάθετες μεταξύ τους οπότε χρησιμοποιώ την μεθοδολογία των κάθετων δυνάμεων δηλαδή

$\Sigma F = \sqrt{\Sigma F_X^2 + \Sigma F_Y^2}$ και $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\Sigma F_Y}{\Sigma F_X}$

Παράδειγμα Να βρείτε την συνισταμένη των δυνάμεων αν $F_1 = 5N$, $F_2 = 10N$, $F_3 = 9N$, $F_4 = 4N$, $F_5 = 12N$



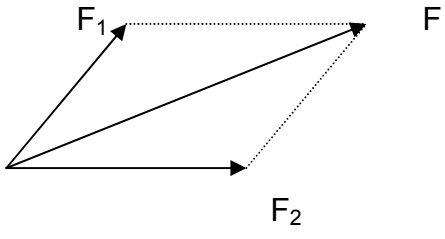
Η συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα χχ΄ είναι $\Sigma F_x = F_1 + F_2 - F_3 = 5+10-9 = 15-9 \Leftrightarrow \Sigma F = 6N$ (φορά προς τα δεξιά)
Η συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα yy΄ είναι $\Sigma F_y = F_4 - F_5 = 4-12 \Leftrightarrow \Sigma F_y = -8N$ (φορά προς τα κάτω)



Και $\Sigma F = \sqrt{\Sigma F_X^2 + \Sigma F_Y^2} \Leftrightarrow \Sigma F = \sqrt{6^2 + (-8)^2} \Leftrightarrow \Sigma F = \sqrt{36+64} \Leftrightarrow \Sigma F = \sqrt{100}$
$\Leftrightarrow \Sigma F = 10N$
Με $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\Sigma F_Y}{\Sigma F_X} = \frac{-8}{6} = \frac{-4}{3}$

Α.3 ΣΥΝΘΕΣΗ ΔΥΟ ΣΥΓΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΠΟΥ ΣΧΗΜΑΤΙΖΟΥΝ ΤΥΧΑΙΑ ΓΩΝΙΑ φ

Για να βρούμε την συνισταμένη δυο δυνάμεων που σχηματίζουν γωνία φ χρησιμοποιούμε την μέθοδο του παραλληλογράμμου Η συνισταμένη F συμπίπτει με την διαγώνιο του παραλληλογράμμου που σχηματίζουν οι F_1 και F_2 Ισχύει ότι



ΣF= $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2.F_1.F_2.\sigma\upsilon\nu\phi}$

Και εφθ = $\frac{F_1\eta\mu\phi}{F_2 + F_1\sigma\upsilon\nu\phi}$

Όπου θ η γωνία που σχηματίζει η συνισταμένη με την οριζόντια δύναμη

Παράδειγμα Να βρείτε την συνισταμένη των δυνάμεων αν $F_1 = \sqrt{3}$ N , F_2 = 2N και φ=30°

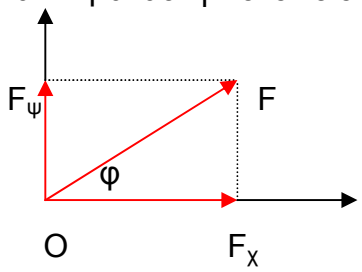
Τότε **ΣF=** $\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2.F_1.F_2.\sigma\upsilon\nu\phi} \Leftrightarrow$ ΣF=$\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2^2 + 2.\sqrt{3}.2\sigma\upsilon\nu 30} \Leftrightarrow$ ΣF= $\sqrt{3+4+4\frac{\sqrt{3}\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow$ ΣF=$\sqrt{7+6} \Leftrightarrow$ ΣF=$\sqrt{13}$ N και

εφθ = $\frac{F_1\eta\mu\phi}{F_2 + F_1\sigma\upsilon\nu\phi}$ = $\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2+\frac{\sqrt{3}}{2}}$ = $\frac{\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$

Α.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΕ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ

Ανάλυση μιας δύναμης σε συνιστώσες είναι η αντικατάσταση της δύναμης από δυο δυνάμεις οι οποίες ασκούμενες αντί για αυτήν στο ίδιο σώμα θα προκαλούσαν το ίδιο αποτέλεσμα .

Όταν θέλουμε να αναλύσουμε μια δύναμη F σε δυο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες εργαζόμαστε ως εξής :



Βήμα 1° : κατασκευάζουμε δυο κάθετους άξονες (ορθογώνιο σύστημα αξόνων) που η αρχή τους ταυτίζεται με το σημείο εφαρμογής της δύναμης F

Τον οριζόντιο άξονα χχ΄

Τον κατακόρυφο άξονα yy΄

Βήμα 2° : Τότε οι συνιστώσες αντιστοιχούν στις προβολές της F στους ορθογώνιους άξονες (Φέρνουμε διακεκομμένες ,κάθετες στους άξονες . Οι συνιστώσες F_x,F_y ξεκινούν από το σημείο εφαρμογής της δύναμης F και καταλήγουν στο σημείο που οι διακεκομμένες συναντούν τους άξονες)

Αν γνωρίζουμε την γωνία φ που σχηματίζει η F με έναν από τους άξονες μπορούμε να υπολογίσουμε τις συνιστώσες με την βοήθεια των τριγωνομετρικών αριθμών :

συνφ = $\frac{F_X}{F} \Rightarrow$ **F_X=F.συνφ** και ημφ= $\frac{F_Y}{F}$ F_ψ/F $\Rightarrow$ **F_Y=F.ημφ**

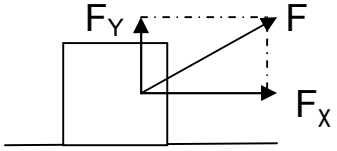
Παράδειγμα :Αν F= 10N και φ=60° τότε

F_X=F.συνφ $\Leftrightarrow$ F_X= 10. συν60° $\Leftrightarrow$ F_X= $10.\frac{1}{2} \Leftrightarrow$ F_X=5N και

F_Y=F.ημφ $\Leftrightarrow$ F_Y=10.ημ60° $\Leftrightarrow$ F_Y=$10.\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow$ F_Y=$5\sqrt{3}$ N

ΜΕΡΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ ΠΟΥ ΘΑ ΣΥΝΑΝΤΗΣΟΥΜΕ

Α.4.1 Σώμα κινείται σε οριζόντιο επίπεδο υπό την επίδραση πλάγιας δύναμης F που σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο δάπεδο



τότε $F_X=F.συνφ$

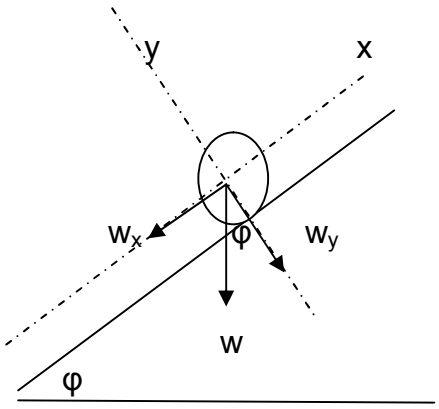
Και $F_Y=F.ημφ$

Α.4.2 Σώμα βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ .Εδώ αναλύουμε το βάρος w

Παρατηρήσεις

Α) ο άξονας χχ΄ βρίσκεται κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και ο yy΄κάθετος σε αυτόν

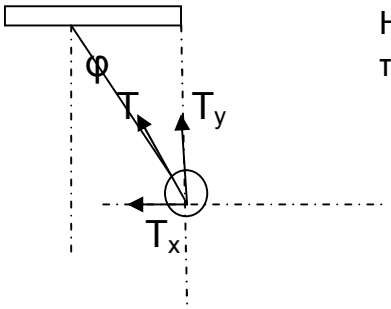
Β) η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με την γωνία που σχηματίζεται ανάμεσα στο βάρος w και τον άξονα yy΄



και **w_x = w.ημφ**

w_y = w. συνφ

Α.4.3 Σώμα το οποίο κρέμεται δεμένο από νήμα που σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφο



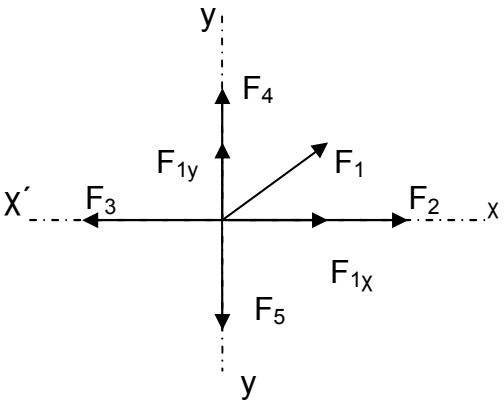
Η γωνία φ είναι ίση με την γωνία ανάμεσα στην τάση του νήματος και τον άξονα yy΄

(ως εντός εναλλάξ)

οπότε **T_y=T.συνφ** και **T_x=T. ημφ**

Α.5 ΣΥΝΘΕΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

Παράδειγμα : Να βρείτε την συνισταμένη των δυνάμεων αν $F_1 = 5\sqrt{2}$ N , F_2 = 10N , F_3 = 9N , F_4 = 4N , F_5 = 12N



Για να λύσουμε μια τέτοια άσκηση εργαζόμαστε ως εξής :

Βήμα 1ο : κατασκευάζουμε δυο κάθετους άξονες (ορθογώνιο σύστημα αξόνων) που η αρχή τους ταυτίζεται με την αρχή των δυνάμεων

1) Τον οριζόντιο άξονα χχ΄ 2)Τον κατακόρυφο άξονα yy΄

Βήμα 2ο : Αναλύουμε την δύναμη που δεν βρίσκεται πάνω στους άξονες σε συνιστώσες

Π.χ στο σχήμα μας η F_1 δεν βρίσκεται πάνω στους άξονες οπότε αναλύεται σε $F_{1χ}=F_1.συνφ \Leftrightarrow F_{1χ}= 5\sqrt{2}\,.\,συν45^o \Leftrightarrow F_{1χ}= 5\sqrt{2}\,.\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow F_{1χ}=5N$ και

$F_{1Y}=F.ημφ \Leftrightarrow F_{1Y}=5\sqrt{2}\,.ημ60^o \Leftrightarrow F_{1Y}=5\sqrt{2}\,.\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow F_{1Y}=5$ N

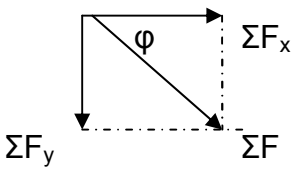
Βήμα 3ο : Βρίσκω την συνισταμένη των δυνάμεων μόνο στον άξονα χχ΄ (την $ΣF_x$) . Οι δυνάμεις στον άξονα χχ΄ είναι συγγραμμικές μεταξύ τους

Π.χ Η συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα χχ΄ είναι $ΣF_x= F_{1χ}+ F_2 - F_3 = 5+10- 9 = 15- 9 \Leftrightarrow ΣF= 6N$ (φορά προς τα δεξιά)

Βήμα 4ο : Βρίσκω την συνισταμένη των δυνάμεων μόνο στον άξονα yy΄ (την $ΣF_y$) . Οι δυνάμεις στον άξονα yy΄είναι συγγραμμικές μεταξύ τους

Π.χ Η συνισταμένη των δυνάμεων στον άξονα yy΄ είναι $ΣF_y= F_4 – F_5 = 4-12 \Leftrightarrow ΣF_y= -8N$ (φορά προς τα κάτω)

Βήμα 5ο : οι $ΣF_x$ και $ΣF_y$ είναι κάθετες μεταξύ τους οπότε χρησιμοποιώ την μεθοδολογία των κάθετων δυνάμεων δηλαδή $ΣF= \sqrt{ΣF_X^2 + ΣF_Y^2}$ και $εφφ= \frac{ΣF_Y}{ΣF_X}$



Και $ΣF= \sqrt{ΣF_X^2 + ΣF_Y^2} \Leftrightarrow ΣF=\sqrt{6^2 + (-8)^2} \Leftrightarrow ΣF= \sqrt{36+64} \Leftrightarrow ΣF=\sqrt{100} \Leftrightarrow ΣF= 10N$

Με $εφφ= \frac{ΣF_Y}{ΣF_X} = \frac{-8}{6} = \frac{-4}{3}$