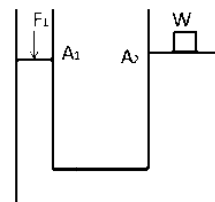


ΘΕΜΑ 1

A. Σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με εξίσωση $x = A \eta \mu \omega t$. Η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση του σώματος είναι της μορφής $F = -b\dot{u}$. Αν f_0 η ιδιοσυχνότητα του συστήματος, τότε αυξάνοντας τη συχνότητα του διεγέρτη από $f_{\delta 1}$ σε $f_{\delta 2}$ το πλάτος της ταλάντωσης:

- α. αυξάνεται αν $f_0 < f_{\delta 1} < f_{\delta 2}$
- β. μειώνεται όσο αυξάνεται η συχνότητα του διεγέρτη
- γ. παραμένει σταθερό
- δ. αυξάνεται αν $f_{\delta 1} < f_{\delta 2} < f_0$

B. Υδραυλικός ανυψωτήρας χρησιμοποιείται για την ανύψωση σώματος βάρους w . Αν το έμβολο μικρής διατομής έχει εμβαδό $A_1 = \frac{A_2}{5}$ η δύναμη F_1 που πρέπει να ασκηθεί για να ανυψωθεί το σώμα έχει μέτρο:



- α) $F_1 = 5w$
- β) $F_1 = \frac{w}{2}$
- γ) $F_1 = \frac{w}{5}$
- δ) $F_1 = 2w$

Γ. Δύο σώματα με ίσες μάζες $m_1 = m_2 = m$ κινούνται με αντίθετες ταχύτητες u_1, u_2 πλησιάζοντας το ένα το άλλο και συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση τα σώματα κινούνται με ταχύτητες:

- α. $u'_1 = 2u_2$ και $u'_2 = \frac{u_1}{2}$
- β. $u'_1 = u_2$ και $u'_2 = u_1$
- γ. $u'_1 = \frac{u_2}{2}$ και $u'_2 = 2u_1$
- δ. $u'_1 = \frac{u_1}{2}$ και $u'_2 = \frac{u_2}{2}$

Δ. Ένας μαθητής της τρίτης λυκείου είναι στο λούνα παρκ με τους φίλους του και παρατηρεί την κίνηση της "ρόδας", από τη στιγμή που έχει επιβιβαστεί σε αυτήν κόσμος και ξεκινώντας την περιστροφή της. Εκείνη τη στιγμή και ενώ παρατηρεί τη ρόδα να περιστρέφεται αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού σκέφτεται ποια μπορεί να είναι η κατεύθυνση των διανυσμάτων της γωνιακής της ταχύτητας $\vec{\omega}$ και της γωνιακής της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}_\gamma$. Η σωστή απάντηση στο συλλογισμό του είναι:

- α. Η γωνιακή επιτάχυνση είναι ομόρροπη της γωνιακής ταχύτητας, με διεύθυνση τον άξονα περιστροφής της ρόδας και φορά από αυτόν προς τη ρόδα
- β. Η γωνιακή επιτάχυνση είναι ομόρροπη της γωνιακής ταχύτητας, με διεύθυνση τον άξονα περιστροφής της ρόδας και φορά από τη ρόδα προς αυτόν
- γ. Η γωνιακή επιτάχυνση είναι αντίρροπη της γωνιακής ταχύτητας με διεύθυνση τον άξονα περιστροφής της ρόδας και φορά της $\vec{\omega}$ από αυτόν προς την ρόδα
- δ. Η γωνιακή επιτάχυνση είναι αντίρροπη της γωνιακής ταχύτητας με διεύθυνση τον άξονα περιστροφής της ρόδας και φορά της $\vec{\omega}$ από τη ρόδα προς αυτόν.

Ε. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;

- α. Ένα στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ροπές είναι αδύνατον να εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.
- β. Όταν μια πηγή ήχου πλησιάζει έναν ακίνητο παρατηρητή, το μήκος κύματος που μετράει ο παρατηρητής είναι μεγαλύτερο από το μήκος κύματος του ηχητικού κύματος που εκπέμπει η πηγή.

γ. Σε μια φθίνουσα μηχανική ταλάντωση ισχύει η σχέση: $\frac{E_5}{E_6} = \frac{E_1}{E_2}$, όπου E_1, E_2, E_5, E_6 οι τιμές της ενέργειας ταλάντωσης που αντιστοιχούν σε χρόνους $t_1 = T, t_2 = 2T, t_5 = 5T$ και $t_6 = 6T$ αντίστοιχα .

δ. Για ένα συγκεκριμένο ελαστικό μέσο, όσο μεγαλύτερη είναι η συχνότητα ενός κύματος, τόσο μικρότερο είναι το μήκος κύματος του κύματος αυτού.

ε. Κατά την πλαστική κρούση δύο σωμάτων δεν ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής του συστήματος διότι η κινητική ενέργεια του συστήματος μειώνεται.

ΘΕΜΑ 2

A. Μια χορδή εκτελεί ταλάντωση σύμφωνα με την εξίσωση $y = 3\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{8}\eta\mu 10\pi t$ (x,y σε cm t σε s). Τη χρονική στιγμή $t = 0.05\text{s}$ τα υλικά σημεία A($x_A=8\text{cm}$) και Γ($x_\Gamma=16\text{cm}$) απέχουν απόσταση:

α. $d = 8\text{cm}$

β. $d = 6\text{cm}$

γ. $d = 10\text{cm}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

B. Σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1\text{Kg}$ βρίσκεται στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου ύψους h και γωνίας κλίσης φ και αφήνεται να ολισθήσει. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος κι επιπέδου είναι μ . Στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου το Σ_1 συναντά λείο οριζόντιο επίπεδο και αφού διανύσει απόσταση ίση με d συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=m_1$, το οποίο είναι συνδεδεμένο με ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά έπειτα από χρόνο:

α. $0,5\pi \text{ sec.}$

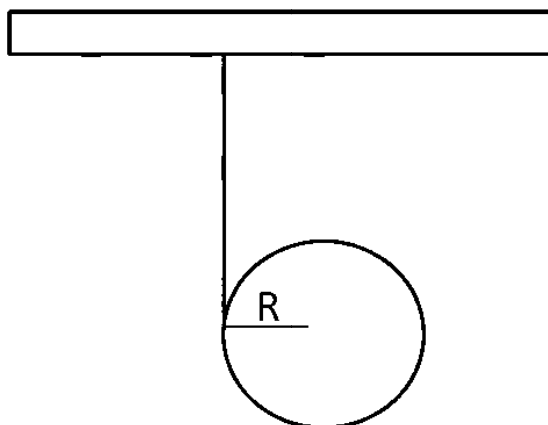
β. $0,1\pi \text{ sec.}$

γ. $0,2\pi \text{ sec.}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Γ. Σε κλειστό δοχείο με υγρό που δέχεται κατακόρυφη προς τα πάνω επιτάχυνση a , να δείξετε ότι ισχύει $P = \rho \cdot h \cdot (g + a)$

ΘΕΜΑ 3



Στην περιφέρεια ενός ομογενούς δίσκου μάζας M και ακτίνας $R=0,2\text{m}$, είναι τυλιγμένο λεπτό, αβαρές, μη εκτατό και μεγάλου μήκους νήμα, το ένα άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στην οροφή. Αρχικά ο δίσκος παραμένει ακίνητος με το άκρο τεντωμένο και κατακόρυφο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αφήνεται ελεύθερος και το νήμα αρχίζει να ξετυλίγεται χωρίς να γλιστρά.

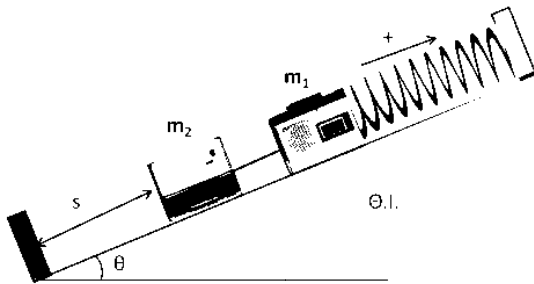
α. Να βρεθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου καθώς και η γωνιακή του επιτάχυνση.

β. Να βρεθεί το μήκος του νήματος που έχει ξετυλιχθεί όταν το κέντρο μάζας του δίσκου έχει αποκτήσει ταχύτητα $u_{cm} = 4 \text{ m/s}$.

γ. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου όταν έχει εκτελέσει $N = \frac{6}{\pi}$ περιστροφές.

Δίνεται για τον δίσκο $I_{CM} = \frac{1}{2}MR^2$ και $g=10\text{m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4



Στο σύστημα του διπλανού σχήματος η συσκευή καταγραφής ήχων μάζας $m_1=1\text{Kg}$ και η ηχητική πηγή μάζας $m_2=2\text{Kg}$ είναι δεμένες μεταξύ τους με αβαρές νήμα. Η συσκευή καταγραφής ήχων είναι δεμένη στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι

στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τα δύο σώματα μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές στο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\theta=30^\circ$ και ισορροπούν αρχικά ακίνητα με το σώμα μάζας m_2 (ηχητική πηγή), να απέχει από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, στην οποία υπάρχει τοίχωμα με σφουγγάρι, απόσταση s . Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ κόβουμε το νήμα, οπότε το σώμα μάζας m_2 , αρχίζει να κινείται προς τα κάτω, ενώ το σώμα μάζας m_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ακινητοποιείται για πρώτη φορά μετά την $t_0=0$, τη χρονική στιγμή που η ηχητική πηγή φτάνει στη βάση του κεκλιμένου

επιπέδου και ακινητοποιείται.

α. Να υπολογίσετε τη χρονική διάρκεια μιας πλήρους ταλάντωσης της συσκευής καταγραφής ήχων m_1 και να υπολογίσετε την απόσταση που διένυσε η ηχητική πηγή για να φθάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

β. Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης, της επιτάχυνσης και της ταχύτητας ταλάντωσης του σώματος μάζας m_1 . (Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω).

γ. Αν η ηχητική πηγή παρήγαγε, από την $t_0=0$, ήχο συχνότητας $f_s=680\text{Hz}$, να βρεθεί η μέγιστη συχνότητα ήχου που καταγράφει η συσκευή καταγραφής ήχων και η χρονική στιγμή που καταγράφεται για δεύτερη φορά αυτή η συχνότητα.

δ. Να υπολογισθεί η συχνότητα που καταγράφει η συσκευή καταγραφής ήχων, όταν περνά για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης της.

Δίνεται $u_{\eta\chi}=340\text{m/s}$ και $g=10\text{m/s}^2$

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1:

A-δ

B-γ

Γ-β

Δ-β

Ε: α-Λ, β-Λ, γ-Σ, δ-Σ, ε-Λ

ΘΕΜΑ 2:

A. Η σωστή απάντηση είναι το γ.

Αν συγκρίνουμε την δοθείσα εξίσωση $y = 3\sigma\upsilon\nu\frac{\pi x}{8}\eta\mu 10\pi t$ (x,y σε cm, t σε sec) με την

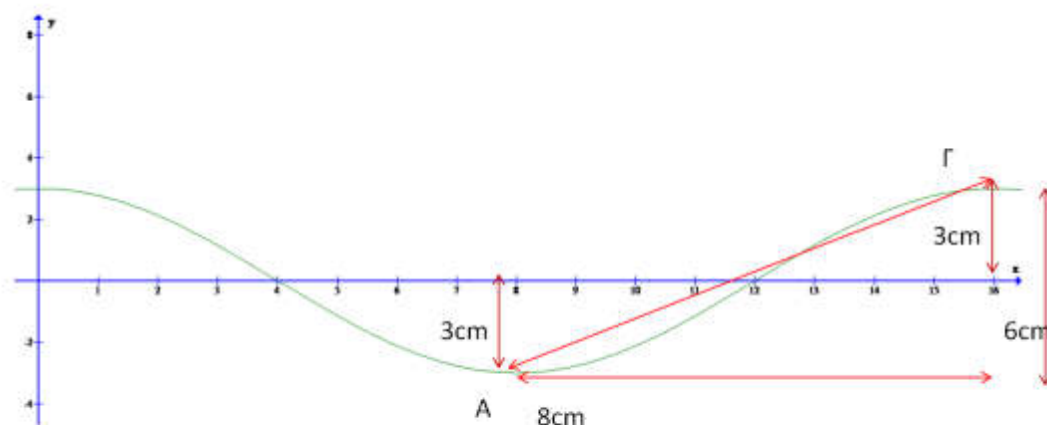
εξίσωση του στάσιμου κύματος $y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi x}{\lambda}\eta\mu\frac{2\pi t}{T}$ συμπεραίνουμε ότι :

- $A_{\max} = 2A = 3\text{cm}$ άρα $A = 1,5\text{cm}$
- $\frac{\pi}{8} = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = 16\text{cm}$
- $\frac{2\pi}{T} = 10\pi \rightarrow T = 0,2\text{sec}$

Τη χρονική στιγμή $t = 0,05\text{sec}$ το υλικό σημείο A βρίσκεται στη θέση

$y_A = 3\sigma\upsilon\nu\frac{\pi \cdot 8}{8}\eta\mu\frac{\pi}{2} = -3\text{cm}$ ενώ το υλικό σημείο Γ βρίσκεται στη θέση

$y_\Gamma = 3\sigma\upsilon\nu\frac{\pi \cdot 16}{8}\eta\mu\frac{\pi}{2} = 3\text{cm}$.

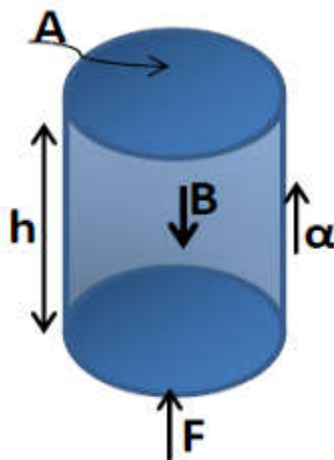


όπως φαίνεται και από το παραπάνω σχήμα η ζητούμενη απόσταση ΑΓ είναι:

$$A\Gamma = \sqrt{8^2 + 6^2} \text{ cm} = 10\text{cm} \text{ άρα } d = 10\text{cm}.$$

Β. Σωστή απάντηση είναι το β.

Λίγο πριν τη σύγκρουση το σώμα Σ_1 έχει ταχύτητα u_1 ενώ το σώμα Σ_2 είναι ακίνητο. Επειδή τα σώματα έχουν ίσες μάζες και η κρούση είναι κεντρική και ελαστική, αλλάζουν ταχύτητες με αποτέλεσμα το σώμα Σ_1 αμέσως μετά την κρούση να παραμένει ακίνητο ενώ το σώμα Σ_2 , που βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του, ξεκινάει ταλάντωση με $u'_2 = u_1$. Τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0.1\pi \text{ sec}$ διότι το σώμα Σ_2 στο χρονικό διάστημα αυτό φτάνει στην ακραία θέση ταλάντωσης κι επιστρέφει στη Θ.Ι. οπότε και θα συγκρουστεί για δεύτερη φορά με το Σ_1 .



$$\Sigma F = m \cdot a \Rightarrow$$

$$F - B = m \cdot a \Rightarrow$$

$$F = B + ma \Rightarrow$$

$$F = mg + ma \Rightarrow$$

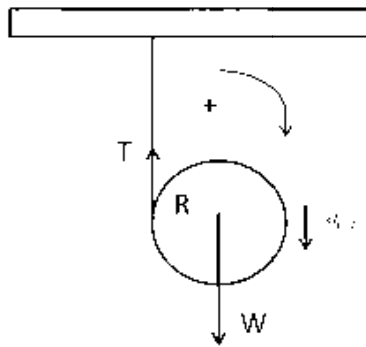
$$F = m(g + a) \Rightarrow$$

$$\frac{F}{A} = \frac{\rho \cdot V \cdot (g + a)}{A} \Rightarrow$$

$$P = \frac{\rho \cdot A \cdot h \cdot (g + a)}{A} \Rightarrow$$

$$P = \rho \cdot h \cdot (g + a)$$

ΘΕΜΑ 3.



α. Ο δίσκος εκτελεί σύνθετη κίνηση. Κατά τη διάρκεια αυτής της σύνθετης κίνησης ο δίσκος δέχεται την τάση του νήματος T και το βάρος του W όπως φαίνεται στο σχήμα.

Από θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$\Sigma F = M \cdot a_{CM} \Rightarrow W - T = M \cdot a_{CM} \quad (1)$$

Από θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης έχουμε:

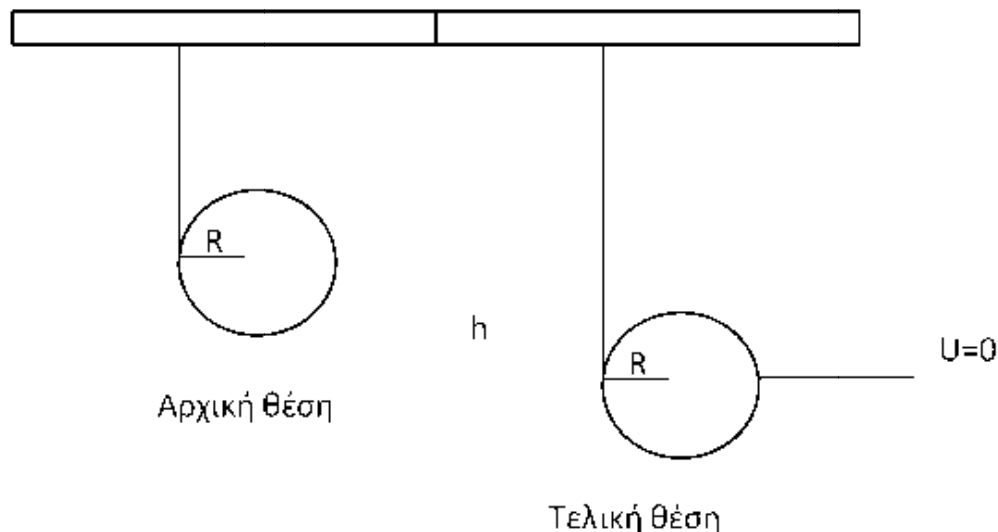
$$\Sigma \tau = I_{CM} \cdot \alpha_{\gamma} \rightarrow T \cdot R = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \alpha_{\gamma} \Rightarrow T = \frac{1}{2} M \cdot R \cdot \alpha_{\gamma} \quad (2)$$

$$a_{CM} = \alpha_{\gamma} \cdot R \quad (3)$$

$$\text{Από (1), (2), (3)} \Rightarrow M \cdot g - \frac{1}{2} M \cdot \alpha_{CM} = M \cdot \alpha_{CM} \Rightarrow \alpha_{CM} = \frac{2}{3} \cdot g \rightarrow \alpha_{CM} = \frac{20}{3} \frac{m}{s^2}$$

$$\text{Και } \alpha_{\gamma} = \frac{\alpha_{CM}}{R} = \frac{100}{3} \frac{rad}{s^2}.$$

β.



Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης:

$$K_{\text{Τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_T + W_W \quad (4)$$

Όμως $W_T = 0$ και $K_{\text{αρχ}} = 0$ άρα η (4) γράφεται:

$$\frac{1}{2} I_{CM} \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{CM}^2 = Mgh \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} MR^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{CM}^2 = Mgh \text{ κι επειδή } u_{CM} = \omega \cdot R$$

$$\text{Έχουμε } h = \frac{3 \cdot u_{CM}^2}{4 \cdot g} = 1.2m \text{ άρα και το μήκος του νήματος που έχει ξετυλιχθεί είναι } l = 1.2m.$$

γ. Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. μεταξύ αρχικής και τελικής θέσης:

$$K_{\text{Τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_T + W_R \quad (4)$$

Όμως $W_T = 0$ και $K_{\text{αρχ}} = 0$ άρα η (4) γράφεται:

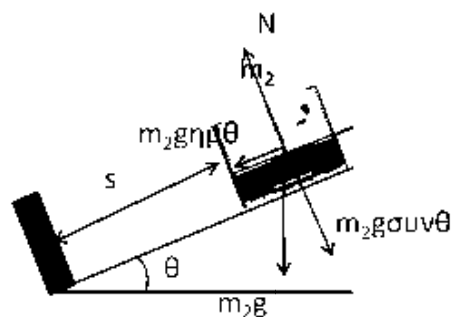
$$\frac{1}{2} I_{\text{CM}} \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{\text{CM}}^2 = Mgh \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} MR^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} M u_{\text{CM}}^2 = Mgh \quad \text{όμως}$$

$$h = l = R \cdot \theta \Rightarrow h = R \cdot 2\pi N \quad \text{και} \quad \omega = \frac{u_{\text{CM}}}{R}$$

$$\text{Τελικά έχουμε: } \frac{3}{4} \cdot MR^2 \cdot \omega^2 = Mg \cdot R \cdot 2\pi N \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{8\pi g N}{3R}} \rightarrow \omega = 20\sqrt{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

ΘΕΜΑ 4.

Μετά την κοπή του νήματος η συσκευή καταγραφής ήχων εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο $T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} \rightarrow T = 0.2\pi \text{ sec}$. Ο χρόνος κίνησης της ηχητικής πηγής είναι $\Delta t = \frac{T}{2} = 0.1\pi \text{ sec}$ καθώς το σώμα 1 που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μεταβαίνει από την αρνητική ακραία θέση στην θετική ακραία θέση ταλάντωσης του.



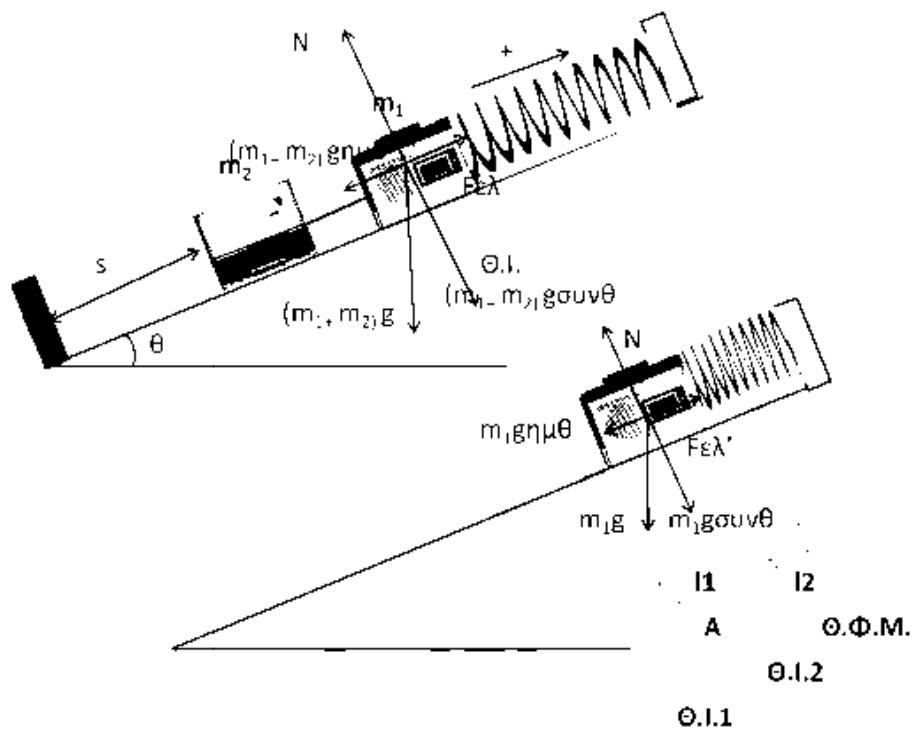
από θεμελιώδη νόμο της μηχανικής έχουμε:

$$m_2 \cdot g \cdot \eta \mu 30^\circ = m_2 \cdot a \rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2}$$

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση άρα:

$$s = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 = 0.25m$$

β. Ταλάντωση συσκευής καταγραφής ήχων:



Θ.Ι.1: $(m_1 + m_2)g \cdot \eta\mu\theta = kl_1$ (1)

Θ.Ι.2: $m_1g \cdot \eta\mu\theta = kl_2$ (2)

$$A = \frac{(m_1 + m_2)g \cdot \eta\mu\theta}{k} - \frac{m_1g \cdot \eta\mu\theta}{k} \Rightarrow A = \frac{m_2g \cdot \eta\mu\theta}{k} = 0.1m$$

Επίσης $\omega = \frac{2\pi}{T} = 10 \frac{rad}{s}$.

Την $t=0$ η συσκευή καταγραφής ήχων βρίσκεται στην αρνητική ακραία θέση άρα

$$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2} rad$$

Οι ζητούμενες εξισώσεις είναι:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \rightarrow x = 0.1\eta\mu(10t + \frac{3\pi}{2})(S.I.)$$

$$u = \omega A\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) \rightarrow u = 1\sigma\upsilon\nu(10t + \frac{3\pi}{2})(S.I.)$$

$$\alpha = -\omega^2 \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \rightarrow \alpha = -10 \eta \mu(10t + \frac{3\pi}{2}) (S.I.)$$

γ. μέγιστη συχνότητα ήχου θα καταγράφει η συσκευή αφού η πηγή φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, καθώς μέχρι εκείνη τη στιγμή, πηγή και παρατηρητής κινούνται με αντίθετες ταχύτητες άρα $f_A < f_s$.

Από τη στιγμή που η πηγή ακινητοποιείται, μέγιστη συχνότητα καταγράφει η συσκευή, όταν διέρχεται από τη Θ.Ι. με φορά προς την ηχητική πηγή. Το μέτρο της ταχύτητας της ως προς την πηγή είναι $u_A = |-u_{\max}| = 1 m/s$

$$\text{Άρα } f_A = \frac{u_{\eta\chi} + u_A}{u_{\eta\chi}} \cdot f_s = 682 Hz$$

Για δεύτερη φορά η συσκευή καταγράφει αυτή τη συχνότητα την χρονική στιγμή $t = \frac{3T}{4} + T = \frac{7T}{4} = 0.35\pi \text{ sec.}$

δ. όταν η συσκευή καταγραφής ήχων περνά για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης της, την χρονική στιγμή $t_1 = \frac{T}{4} = 0.05\pi \text{ sec.}$, έχει ταχύτητα $u_A = u_{\max} = 1 m/s$ και απομακρύνεται ως προς την ηχητική πηγή. Η ηχητική πηγή με τη σειρά της απομακρύνεται ως προς την συσκευή καταγραφής με ταχύτητα

$$u_s = a \cdot t_1 = 5 \frac{m}{s^2} \cdot 0.05\pi s = 0.25\pi \frac{m}{s} = \frac{\pi}{4} \frac{m}{s} = \frac{3.14}{4} \frac{m}{s} = 0.785 \frac{m}{s}.$$

Η συχνότητα που καταγράφει η συσκευή καταγραφής την t_1 είναι:

$$f_A = \frac{u_{\eta\chi} - u_A}{u_{\eta\chi} + u_s} \cdot f_s = 676.44 Hz$$