

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΧΡΙΣΤΟΥΓΕΝΝΩΝ**ΑΚΗΣΗ 1**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με βάση $B\Gamma$. Έστω Δ και E τα μέσα των AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα και O το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών B και Γ .

- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΔOB και $EO\Gamma$ είναι ίσα.
- Αν οι προεκτάσεις των ΔO και EO τέμνουν τη $B\Gamma$ στα σημεία K και Λ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $B\Lambda = \Gamma K$.

ΑΚΗΣΗ 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με βάση $B\Gamma$ και σημεία K, Λ των $AB, A\Gamma$ αντίστοιχα, με $BK = \Gamma\Lambda$.

Αν οι διχοτόμοι των γωνιών \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ τέμνονται στο M , να αποδείξετε ότι:

- Το τρίγωνο $BM\Gamma$ είναι ισοσκελές
- Τα τρίγωνα BKM και ΛGM είναι ίσα
- Η AM είναι μεσοκάθετη του τμήματος $K\Lambda$.

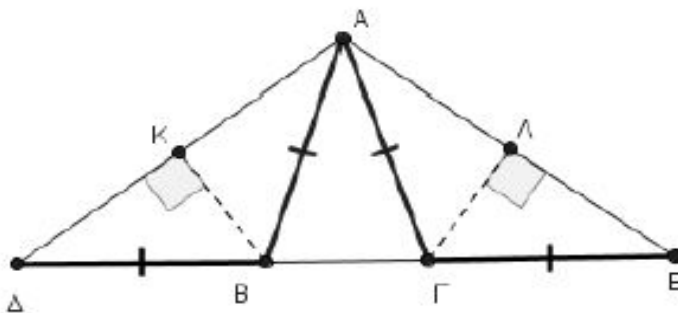
ΑΚΗΣΗ 3 (Τράπεζα Θέμα 2)

Στο ακόλουθο σχήμα ισχύουν $AB = B\Delta = A\Gamma = \Gamma E = 5$, $BK \perp AD$ και $\Gamma\Lambda \perp AE$.

α) Να προσδιορίσετε, ως προς τις πλευρές, το είδος των τριγώνων $AB\Delta$ και $A\Gamma E$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία K και Λ είναι τα μέσα των τμημάτων AD και AE αντίστοιχα.

γ) Αν η περίμετρος του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι 12, να υπολογίσετε το τμήμα $K\Lambda$.



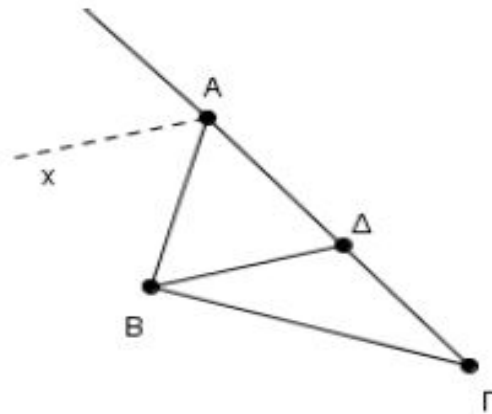
ΑΚΗΣΗ 4 (Τράπεζα Θέμα 2)

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Έστω Ax η διχοτόμος της εξωτερικής του γωνίας $\hat{A}_{εξ} = 120^\circ$. Από την κορυφή B φέρνουμε ευθεία παράλληλη στην Ax , η οποία τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο Δ .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ισόπλευρο.
- ii. $\Delta\Gamma = A\Gamma - AB$

β) Αν η γωνία $\hat{B}\Delta A$ είναι διπλάσια της γωνίας $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $B\Delta\Gamma$.

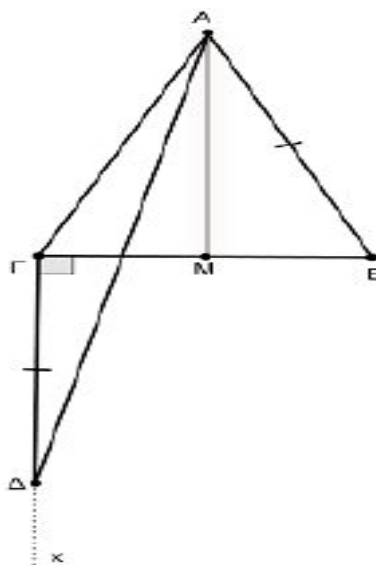


ΑΚΗΣΗ 5 (Τράπεζα Θέμα 2)

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και η διάμεσός του AM . Φέρνουμε ημιευθεία $\Gamma x \perp B\Gamma$ προς το ημιπίπεδο που δεν ανήκει το A και παίρνουμε σε αυτήν τμήμα $\Gamma\Delta = AB$.

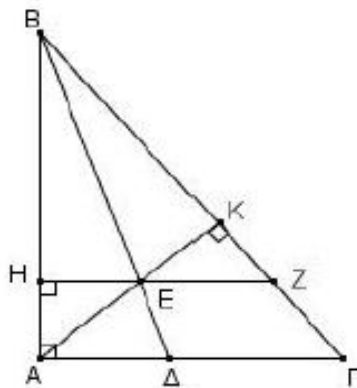
Να αποδείξετε ότι:

- α) Η γωνία $\hat{\Delta}\hat{A}\hat{\Gamma}$ είναι ίση με τη γωνία $\hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{A}$.
- β) Η $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{M}\hat{A}\hat{\Gamma}$.



ΑΚΗΣΗ 6 (Τράπεζα Θέμα 4)

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $B\Delta$ διχοτόμο και AK ύψος, που τέμνονται στο E . Η κάθετη από το E στην AB τέμνει τις AB και $B\Gamma$ στα H και Z αντίστοιχα.



α) Να αποδείξετε ότι:

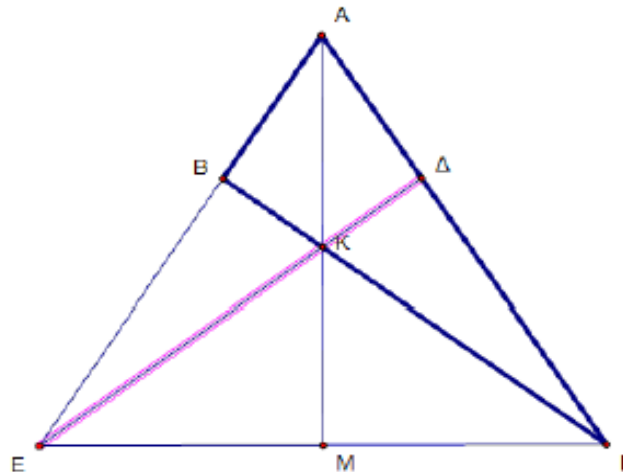
- i. Τα τρίγωνα EHA και EKZ είναι ίσα. (Μονάδες 6)
- ii. Το τρίγωνο BKH είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)
- iii. Η $B\Delta$ είναι κάθετη στην AZ . (Μονάδες 7)

β) Αν επιπλέον το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι και ισοσκελές, να αποδείξετε ότι η ΓE είναι διχοτόμος της γωνίας Γ . (Μονάδες 6)

ΑΚΗΣΗ 7 (Τράπεζα Θέμα 4)

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Στην προέκταση της AB (προς το B) θεωρούμε σημείο E έτσι ώστε $AE = A\Gamma$. Στην πλευρά $A\Gamma$ θεωρούμε σημείο Δ έτσι ώστε $A\Delta = AB$. Αν τα τμήματα ΔE και $B\Gamma$ τέμνονται στο K και η προέκταση της AK τέμνει την $E\Gamma$ στο M , να αποδείξετε ότι:

- α) $B\Gamma = \Delta E$ (Μονάδες 6)
- β) $BK = K\Delta$ (Μονάδες 7)
- γ) Η AK είναι διχοτόμος της γωνίας A . (Μονάδες 6)
- δ) Η AM είναι μεσοκάθετος της $E\Gamma$. (Μονάδες 6)



ΚΑΛΑ ΧΡΙΣΤΟΥΓΕΝΝΑ!!!!

