

## ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΧΡΙΣΤΟΥΓΕΝΝΩΝ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ



1. Δίνεται το σύστημα:  $\begin{cases} (\lambda + 1)x + 2y = 3 \\ 4x + (\lambda - 1)y = -6 \end{cases}$  με παράμετρο  $\lambda \in \mathbb{R}$

- α) Αν  $\lambda = -3$ , να δείξετε ότι το σύστημα έχει άπειρες λύσεις. Να βρείτε μια λύση.  
 β) Αν  $\lambda = 3$ , να δείξετε ότι το σύστημα είναι αδύνατο.  
 γ) Αν  $\lambda = 0$ , να δείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση την οποία και να προσδιορίσετε.

2. Δίνονται οι ευθείες  $(\epsilon_1): 2x + y = 5$ ,  $(\epsilon_2): -2x + 3y = -9$ ,  $(\epsilon_3): 3x + 2y = 7$

- α) i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των  $(\epsilon_1), (\epsilon_2)$   
 ii. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των  $(\epsilon_1), (\epsilon_3)$   
 β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος (α), να δείξετε ότι το κοινό σημείο των  $(\epsilon_2)$  και  $(\epsilon_3)$  είναι σημείο της  $(\epsilon_1)$

3. Ένα θέατρο έχει 25 σειρές καθισμάτων χωρισμένες σε δύο διαζώματα. Η κάθε μια από τις σειρές του κάτω διαζώματος έχει 14 καθίσματα και η κάθε μια από τις σειρές του πάνω διαζώματος έχει 16 καθίσματα, ενώ η συνολική χωρητικότητα του θεάτρου είναι 374 καθίσματα.

- α) Αν  $x$  ο αριθμός σειρών του κάτω και  $y$  ο αριθμός σειρών του πάνω διαζώματος, να εκφράσετε τα δεδομένα του προβλήματος με ένα σύστημα δύο εξισώσεων.  
 β) Πόσες σειρές έχει το πάνω και πόσες το κάτω διάζωμα;

4. α) Να λύσετε αλγεβρικά το σύστημα  $\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ x - y = -1 \end{cases}$

- β) Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά τις λύσεις του συστήματος που βρήκατε στο ερώτημα α).

5. Η γραφική παράσταση μιας γνησίως μονότονης συνάρτησης  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  διέρχεται από τα σημεία  $A(5,2)$  και  $B(4,9)$ .

α) Να προσδιορίσετε το είδος της μονοτονίας της  $f$  αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

β) Να λύσετε την ανίσωση  $f(5-3x) < 2$

6. Δίνεται η συνάρτηση,  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}, x \in \mathbb{R}$

α) Να δείξετε ότι η  $f(x) \leq 1$

β) Είναι το 1 η μέγιστη τιμή της συνάρτησης; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

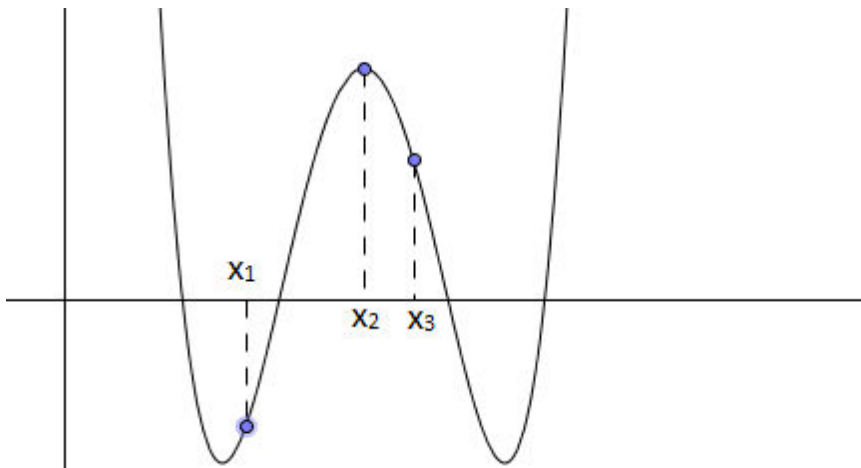
γ) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή.

7. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση  $C_f$  μιας συνάρτησης  $f$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ . Να απαντήσετε τα παρακάτω ερωτήματα:

α) Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους  $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$

β) Είναι η συνάρτηση  $f$  γνησίως μονότονη στο  $\mathbb{R}$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Παρουσιάζει η  $f$  μέγιστο στο σημείο  $x_2$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



8. Έστω γνησίως μονότονη συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , η γραφική παράστασή της οποίας διέρχεται από τα σημεία  $A(2,3)$  και  $B(4,5)$

α) Να προσδιορίσετε το είδος της μονοτονίας της  $f$

β) Αν η γραφική παράστασή της  $f$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο  $-2$ , να δείξετε ότι  $f(0) > 0$

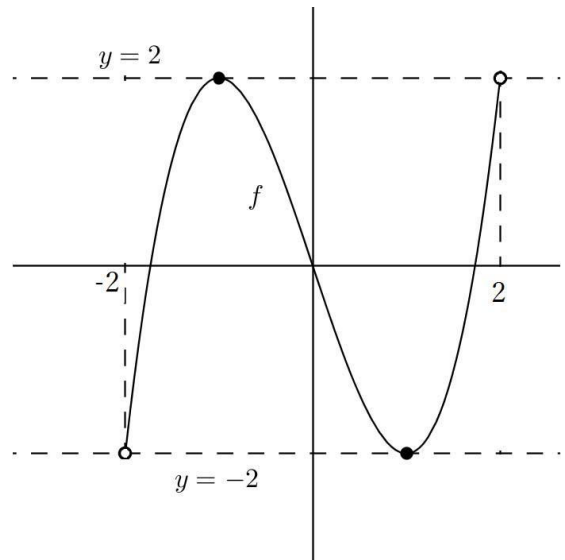
9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = x^3 - 3x, x \in (-2, 2)$$

α) Είναι η  $f$  άρτια ή περιττή; Να αποδείξετε αλγεβρικά τον ισχυρισμό σας.

β) Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση της  $f$ , να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.

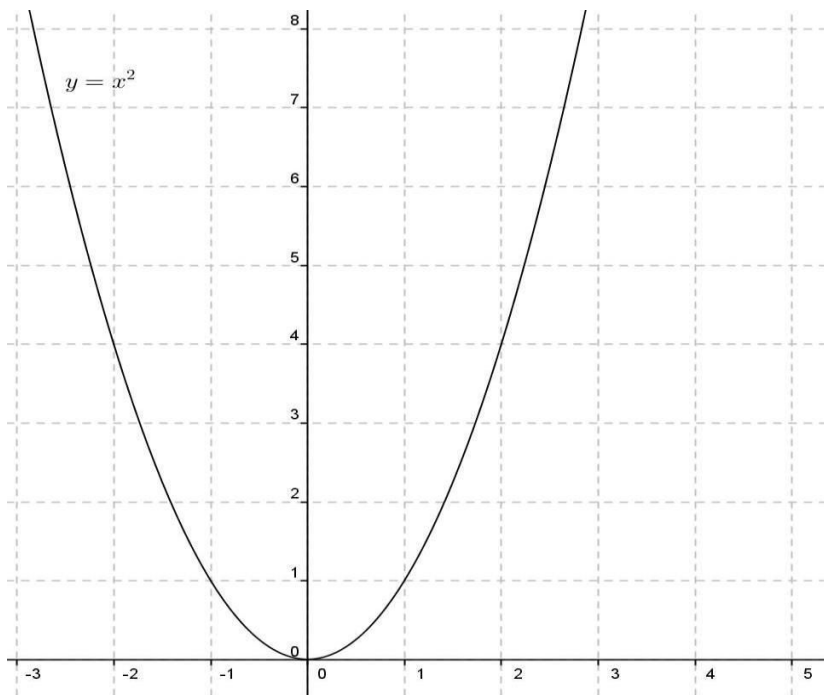
γ) Να βρείτε τις θέσεις των ακρότατων της  $f$ .



10. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - 4x + 5, x \in \mathbb{R}$

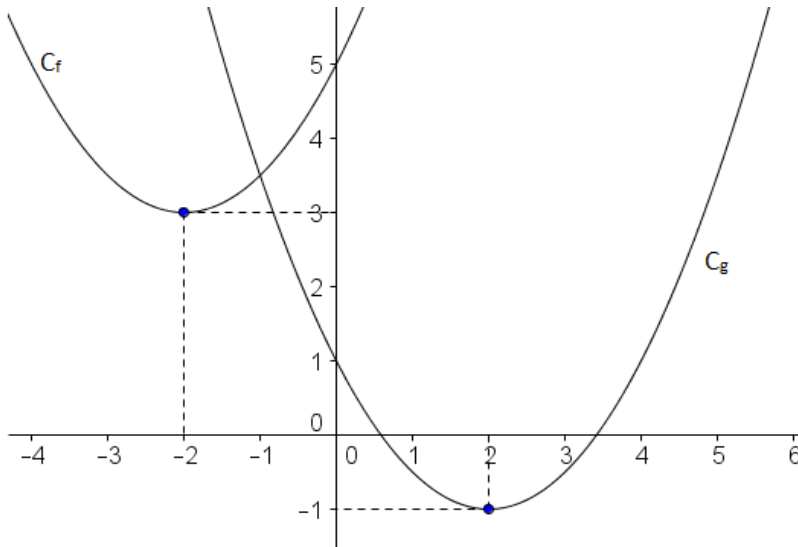
α) Να αποδείξετε ότι η  $f$  γράφεται στη μορφή  $f(x) = (x - 2)^2 + 1$

β) Στο σύστημα συντεταγμένων που ακολουθεί, να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση  $f$ , μετατοπίζοντας κατάλληλα την  $y = x^2$



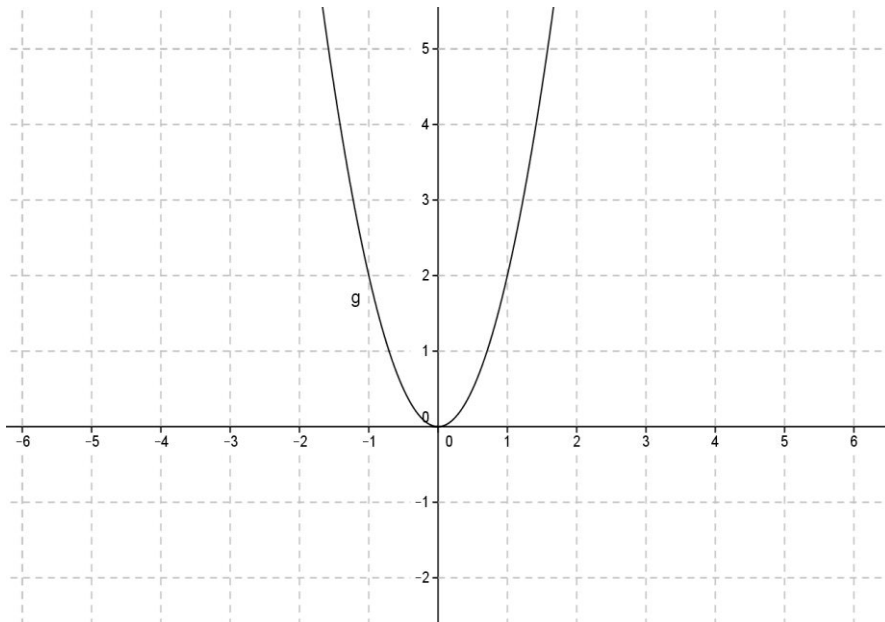
11. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι παραβολές  $C_f$  και  $C_g$  που είναι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f$  και  $g$  αντίστοιχα με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ . Η γραφική παράσταση της  $g$  προκύπτει από τη γραφική παράσταση της  $f$  με οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση. Παρατηρώντας το σχήμα:

- α)** Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας, το είδος του ακρότατου της  $f$  και την τιμή του.
- β)** Να βρείτε μέσω ποιων μετατοπίσεων της  $C_f$  προκύπτει η  $C_g$ .



12. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x^2 - 12x + 19$

- α)** Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  γράφεται στη μορφή:  $f(x) = 2(x - 3)^2 + 1$
- β)** Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = 2x^2$ . Στο ίδιο σύστημα αξόνων, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  και να εξηγήσετε πώς αυτή προκύπτει μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της  $g$ .



13. Αν  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  και  $(2\sigma\upsilon\nu x + 1) \cdot (5\sigma\upsilon\nu x - 4) = 0$ , τότε:

α) Να αποδείξετε ότι  $\sigma\upsilon\nu x = \frac{4}{5}$

β) Να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $x$

14. α) Να αποδείξετε ότι:  $\frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{2}{\eta\mu x}$  όπου  $x \neq k\pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

β) Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{\eta\mu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} + \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} = \frac{4}{\sqrt{3}}$



**ΚΑΛΑ ΧΡΙΣΤΟΥΓΕΝΝΑ!!!!**