

ΡΗΤΕΣ ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΑΞΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ

ΘΕΜΑ 1° : Να βρείτε το Ε.Κ.Π. και τον Μ.Κ.Δ. των παρακάτω αλγεβρικών παραστάσεων :

α) $\alpha^3\beta - \alpha\beta^3$, $\alpha^4\beta^3 + \alpha^3\beta^4$, $\alpha^3\beta^2 - \alpha^2\beta^3$
β) $\alpha^3 - 36\alpha$, $\alpha^3 + 2\alpha^2 - 48\alpha$

ΘΕΜΑ 2° : Να βρείτε τον Μ.Κ.Δ. των παρακάτω τριωνύμων :

$x^2 + 5x + 6$, $x^2 - 2x - 8$, $x^2 - 4x - 12$

ΘΕΜΑ 3° : Να βρείτε το Ε.Κ.Π. των παρακάτω τριωνύμων :

$x^2 + x - 12$, $x^2 + 2x - 8$, $x^2 - 5x + 6$

ΘΕΜΑ 4° : Να βρείτε τις τιμές των μεταβλητών για τις οποίες ορίζονται οι παρακάτω παραστάσεις :

α) $\frac{5y+10}{(y+3)^2 - (y-1)^2}$, β) $\frac{1}{(x-2)^2 \cdot [3(x+2)-12]}$

ΘΕΜΑ 5° : Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις :

α) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 9}$, β) $\frac{5x - x^2}{x^2 - 4x - 5}$, γ) $\frac{7\alpha^2x - 7\alpha^2y}{5yx^2 - 10y^2x + 5y^3}$
δ) $\frac{2\alpha^2x - 3\alpha x^2}{4\alpha^3x - 9\alpha x^3}$, ε) $\frac{\alpha^3 - 2\alpha\beta^2}{\alpha^4 - 4\alpha^2\beta^2 + 4\beta^4}$

ΘΕΜΑ 6° : Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις :

α) $\frac{x^3 - 3x^2 + x - 3}{x^4 - 8x^2 - 9}$, β) $\frac{(\alpha - \beta)^2 - 2(\alpha - \beta)\gamma + \gamma^2}{\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 - \gamma^2}$
γ) $\frac{3\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 - \beta^3}{4\alpha^2 - 5\alpha\beta + \beta^2}$, δ) $\frac{\sqrt{8} \cdot x^2 - \sqrt{32} \cdot x - \sqrt{72}}{\sqrt{2} \cdot x^2 - \sqrt{162}}$
ε) $\frac{5x^3 - 4x^2 - 1}{2x^3 - 3x^2 + 1}$

ΘΕΜΑ 7° : Δίνεται η παράσταση : $A = \frac{2x^3 + 2x^2 - 8x - 8}{(3x+6)(2x+3)}$

- α) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A .
β) Να απλοποιήσετε την παράσταση A .
γ) Να βρείτε την τιμή της παράστασης A για $x = -1$.

ΘΕΜΑ 8° : Να υπολογίσετε τα παρακάτω γινόμενα :

α) $\frac{xy+2}{12xy-4x^2} \cdot \frac{x^2y-3xy^2}{x^2y^2-4}$, β) $\frac{\beta^2-5\beta}{3\beta-4\alpha} \cdot \frac{16\alpha^2-9\beta^2}{25-\beta^2}$

ΘΕΜΑ 9° : Να κάνετε τις διαιρέσεις :

α) $\frac{\alpha\beta+2\beta+3\alpha+6}{\beta^2+6\beta+9} : \frac{\alpha^2-4}{8-4\alpha}$, β) $\frac{5y+5x}{10\beta-10\alpha} : \frac{3y^2-3x^2}{\alpha x + \beta y - \alpha y - \beta x}$

ΘΕΜΑ 10° : Να κάνετε τις πράξεις :

$$\begin{array}{ll} \alpha) \left(\frac{-6x-3\alpha}{\alpha x-\alpha^2} : \frac{9x^2-4\alpha^2}{x-\alpha} \right) : \frac{2x+\alpha}{3\alpha x+2\alpha^2} & \beta) \frac{x^2 y + xy}{xy-y} \cdot \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^{-1} \\ \gamma) \frac{x^2 y^2 - 9}{4x^3 - x} : \left[\left(\frac{2x^2 + x}{xy+3} \right)^{-1} : x \right] & \delta) \frac{\frac{x+2}{x^2+x-6}}{\frac{4x+8}{3x-6}} : \frac{x-3}{x^2-9} \end{array}$$

ΘΕΜΑ 11° : α) Να αποδείξετε ότι το $x+2$ είναι παράγοντας των τριωνύμων :

$$2x^2 + 7x + 6 \quad \text{και} \quad 3x^2 + 5x - 2$$

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση $A = \frac{2x^2 + 7x + 6}{9 - 4x^2} : \frac{3x^2 + 5x - 2}{1 - 9x^2}$

ΘΕΜΑ 12° : Να κάνετε τις πράξεις :

$$\begin{array}{ll} \alpha) \frac{\alpha}{\alpha^2 - 2\alpha + 1} - \frac{1}{\alpha - 1} & \beta) \frac{5}{x-2} - \frac{4x}{x^2 - x - 2} \\ \gamma) \frac{2x+y}{x^2 - y^2} - \frac{2x-y}{x^2 + 2xy + y^2} & \delta) \frac{1}{y^2 - 2y - 3} + \frac{3(y+2)}{y^2 - y - 6} \\ \epsilon) \frac{1}{\alpha^2 - 6\alpha + 9} - \frac{1}{\alpha^2 - 5\alpha + 6} & \sigma\tau) \frac{\alpha - \beta}{\alpha^2 - 2\alpha\beta - 3\beta^2} - \frac{\alpha + \beta}{\alpha^2 - 4\alpha\beta + 3\beta^2} \end{array}$$

ΘΕΜΑ 13° : Να κάνετε τις πράξεις :

$$\begin{array}{ll} \alpha) \frac{4x+3y}{4x^2-9y^2} - \frac{1}{2x+3y} - \frac{1}{2x-3y} & \beta) \frac{3}{\alpha^3-\alpha} + \frac{2}{\alpha^2+\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} \\ \gamma) \frac{2\alpha}{\alpha\beta-\beta^2} - \frac{2\beta}{\alpha^2-\alpha\beta} + \frac{\alpha+\beta}{2\alpha\beta} & \delta) \frac{1+2\alpha}{3-3\alpha} - \frac{3\alpha^2+2\alpha}{2-2\alpha^2} + 1 \end{array}$$

ΘΕΜΑ 14° : Να αποδείξετε ότι :

$$\begin{array}{ll} \alpha) \left(\frac{\alpha^2 x - \beta^2}{x^2 - 1} + \frac{\beta^2 x - \alpha^2}{1 - x^2} \right) \cdot \frac{x^2 - 2x + 1}{\alpha x + \beta x - \alpha - \beta} = \alpha - \beta \\ \beta) \left(\frac{\alpha x + 6}{x^2 - 4} - \frac{3x + 2\alpha}{4 - x^2} \right) : \frac{\alpha^2 - 9}{x^2 - 5x + 6} = \frac{x-3}{\alpha-3} \end{array}$$

ΘΕΜΑ 15° : Αν για τις πλευρές α, β, γ ενός τριγώνου $AB\Gamma$ ισχύει : $\frac{\beta}{\alpha+\gamma} - \frac{\gamma}{\alpha+\beta} = 0$

να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές .

ΘΕΜΑ 16° : Αν ισχύει : $\frac{\alpha-5}{\beta+1} + \frac{\beta+1}{\alpha-5} = 2$, να αποδείξετε ότι : $\alpha - \beta = 6$.

ΘΕΜΑ 17° : Αν ισχύει : $\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = 4$, να αποδείξετε ότι :

$$(\alpha + \beta) \cdot \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) \cdot \left(\frac{\alpha^2}{\beta^2} + \frac{\beta^2}{\alpha^2} \right) = 84$$

Επιμέλεια : Παπαδόπουλος Κων/νος – Μαθηματικός