

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΟΡΙΩΝ

1) Για τη συνάρτηση  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{x^2 - 16}$  να εξετάσετε αν έχει νόημα η αναζήτηση των ορίων

1.  $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$

4.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

2.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

5.  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$

3.  $\lim_{x \rightarrow \frac{5}{2}} f(x)$

6.  $\lim_{x \rightarrow 2000} f(x)$

Να βρείτε επίσης τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  για τις οποίες έχει νόημα η αναζήτηση του  $\lim_{x \rightarrow \lambda} f(x)$

2) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3\beta, & \text{αν } x \geq 3 \\ x - \alpha, & \text{αν } x < 3 \end{cases}$

Να βρείτε τους αριθμούς  $\alpha, \beta$  έτσι ώστε να ισχύει  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 6$

3) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \alpha x + 10, & \text{αν } x > 2 \\ x + 3\alpha, & \text{αν } x < 2 \end{cases}$

Να βρείτε την τιμή του  $\alpha$  έτσι ώστε να υπάρχει το όριο της  $f$  στο  $x_0 = 2$ . Ποιο είναι τότε το όριο αυτό;

4) Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = \begin{cases} x^2 + (a-1)x - a^2, & x < 2 \\ 1, & x = 2 \\ 2x - 1, & x > 2 \end{cases}$ . Να βρείτε τις τιμές του  $a \in \mathbb{R}$ , για

τις οποίες υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .

5) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} x^2 + (\alpha + 2), & x \leq 2 \\ \alpha x - 2(x - \alpha) - 5, & x > 2 \end{cases}$ . Να βρείτε την τιμή του  $\alpha \in \mathbb{R}$ , για την οποία υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

6) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} 2x + 10, & \text{αν } x \leq -3 \\ x^2 - 5, & \text{αν } x > -3 \end{cases}$ . Να υπολογίσετε τα όρια  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ ,

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$

7) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 3x + 1}{|x - 1|}, & \text{αν } x \neq 1 \\ 1, & \text{αν } x = 1 \end{cases}$  δεν έχει όριο στο  $x_0 = 1$ .

8) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{αν } x \leq 1 \\ \frac{x^2 + \lambda x - 1}{x + 1}, & \text{αν } x > 1 \end{cases}$ . Να βρεθεί ο  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε η  $f$  να έχει όριο στο  $x_0 = 1$

9) Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + \alpha x + \beta, & \text{αν } x \leq -1 \\ 3x + 1, & \text{αν } -1 < x < 2 \\ x^2 - \beta x + \alpha - 2, & \text{αν } x \geq 2 \end{cases}$ . Να βρεθούν οι τιμές των πραγματικών αριθμών  $\alpha, \beta$  ώστε να υπάρχουν τα  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  και  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .

10) Να υπολογίσετε τα όρια:

1.  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 4x - 6)$

2.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x + 5}{x^2 + 7}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1} - 3x}{x+1}$

4.  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^3 - 3x^2 - 5)$

5.  $\lim_{x \rightarrow -1} (5x - 2)^2 \cdot (1 - \sqrt{x+5})$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - 3}{x + 1}$

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + x^3 + 5}{x^2 - 7x + 1}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{3x-2}}{(x+2)^2}$

9.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 4 + 3|x|}{x + 1}$

10.  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 2 - 3\eta\mu^2 x)$

11.  $\lim_{x \rightarrow -2} \left( e^{x+2} - \frac{x^2}{4} + 1 \right)$

12.  $\lim_{x \rightarrow e} \left( \frac{x^4 \ln x}{2x - e} \right)$

13.  $\lim_{x \rightarrow \pi} (\eta\mu x + 5\sigma\upsilon\nu^2 x - \varepsilon\phi x)$

14.  $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{e^x - 2}$

**11)** Αποδείξτε ότι (μορφή  $\frac{0}{0}$ )

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - 3x}{x} = -3$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x - 3} = 7$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4} = \frac{8}{3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{1 - (x-3)^2} = 3$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - 1}{x^2 - x} = -3$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 7x + 10} = \frac{10}{3}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2x+1)^2 - 1}{4 - (2-3x)^2} = \frac{1}{6}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 2x}{2x^2 - 5x + 3} = -4$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^3 - 7x + 6} = \frac{12}{5}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - x^2 + 2x - 2} = \frac{2}{3}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5 + 5x^2 - x^3}{2x^2 - 50} = -\frac{6}{5}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x - 5}{4x^3 - 3x + 1} = \frac{-2}{3}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6} = -\frac{2}{5}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{|x| - 2} = 1$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 3x + 2 - |x - 2|}{x - 2} = 2$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - 1 + |x^2 - x|}{x^2 - 1} = 1$$

$$17. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 - 4x - 8}{x^3 + 1} = -\frac{11}{3}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3 + 4x^2 - x - 2}{\frac{x}{2} + 1} = 14$$

$$19. \lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{2x^2 + (1 - 2\alpha)x - \alpha}{x^2 - \alpha^2} = 1 + \frac{1}{2\alpha}, \quad (\alpha \neq 0)$$

$$20. \lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{\alpha^4 - x^4}{x^3 + \alpha^3} = \frac{4\alpha}{3}, \quad \alpha \neq 0$$

**12)** Να υπολογίσετε τα όρια : (μορφή  $\frac{0}{0}$ )

$$1. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^3 - 8}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+3)^3 - 27}{x^2 + x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^2 + 3x - 2}{x^3 - 4x^2 + 2x + 1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 2x^2 - 3x - 2}{x^3 + x^2 + x - 14}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{9 - x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x - \sqrt{x}}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x^2} - 1}{x^2}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{x^2+5} - 3}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\chi - \sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1} - 3}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 5x + 4}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x} - \sqrt{1+2x}}{x}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x^2 - \pi^2)\sigma\upsilon\upsilon\chi}{x^4 - \pi^4}$$

**13)** Να αποδείξετε ότι: (μορφή  $\frac{0}{0}$ )

$$1. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\chi^2 - 16}{\chi - \sqrt{\chi} - 2} = \frac{32}{3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\chi - 4\sqrt{\chi} + 4}{(\chi - 4)^2} = \frac{1}{16}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\chi^2 - \chi}{3\chi - 2\sqrt{\chi} - 1} = \frac{1}{2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{\chi} - 4}{16 - \chi} = -\frac{1}{8}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{\chi} - \sqrt[3]{\chi}}{\sqrt[3]{\chi} - \sqrt[4]{\chi}} = 2$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{\chi} - 2 \cdot \sqrt[3]{\chi}}{\chi - 64} = \frac{1}{48}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[5]{\chi} - 1}{\sqrt[4]{\chi} - 1} = \frac{4}{5}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{\chi} + \sqrt{\chi} - 2}{\chi - 1} = \frac{5}{6}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{\chi^2} - 2 \cdot \sqrt[3]{\chi} + 1}{\chi - 2\sqrt{\chi} + 1} = \frac{4}{9}$$

**14)** Να αποδείξετε ότι: (μορφή  $\frac{0}{0}$ )

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\chi - 3}{1 - \sqrt{\chi} - 2} = -2$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\chi^2 - 1}{\chi^2 - \chi} = 2$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\chi^3 + 8}{3\chi^2 - 12} = -1$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3\chi^2 + 5\chi + 2}{\chi^3 - \chi} = -1/2$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\chi^3 - 7\chi + 6}{\chi^2 - 5\chi + 6} = -5$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\chi e^x - e^x - \chi + 1}{e^x - 1} = -1$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\chi \cdot \eta\mu\chi - 2\chi - \eta\mu\chi + 2}{\chi^2 - 1} = \frac{\eta\mu 1 - 2}{2}$$

**15)** Να βρεθούν, αν υπάρχουν, τα παρακάτω όρια

$$1. \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{\sqrt{x^2 + 6x + 9}}{x + 3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2|x-1| + |x^2 - 6|}{|x+2|}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|\chi - 2| - \chi^2}{\chi^2 - \chi}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|5 - 3\chi| - |3\chi - 1|}{\chi^2 - 1}$$

**16)** Να αποδείξετε ότι:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} = \frac{1}{4}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1+2x}} = -4$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 7x + 6} = 0$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{\sqrt{x} - 2} = 12$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x} - 2} = 32$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x - x^2}{\sqrt{x} - \sqrt{3}} = -6\sqrt{3}$$

**17)** Να αποδείξετε ότι: (όριο και απόλυτα)

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3|x-2| + |\chi^2 - 5| - 1}{|\chi| - 3} = 0$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|\chi - 3| + 2|\chi^2 - 1| - 7}{\chi - 2} = 7$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\chi^2 - |\chi|}{\chi^2 + |\chi|} = -1$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3|\chi - 2| + |\chi^2 - 2\chi| - 7}{2\chi^2 - 12} = \frac{5}{12}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{|\chi^2 - \chi - 12| + |\chi + 3|}{\chi + 3} = -8$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{|\chi - 3| + |2\chi - 1| - |\chi - 8|}{|\chi + 1| - |\chi - 7|} = 2$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|6 - \chi| - |\chi + 1| - |\chi - 4|}{|\chi| - |\chi - 2|} = \frac{-1}{2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{|\chi^2 - 9| + 2\chi + 6}{\chi + 3} = -4$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\chi^2 - 4\chi + 3 + |\chi - 1|}{|\chi| - 1} = -1$$

**18)** Αποδείξτε ότι τα παρακάτω όρια δεν υπάρχουν

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2|x-3| + 5|x-1| - 10}{x^2 - 9}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3|x+1| - |x-2| + 3}{4x+4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 2x|}{x-2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2| + x^2 - 3x + 2}{x-2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{|3x-1| - |x+9|}{|x+2|}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - |x|}{x^2 + x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-3| - |2x-1| - |x-8|}{|x+1| - |x-7|}$$

19) Να αποδείξετε ότι: (μορφή  $\frac{0}{0}$ )

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x-3\sqrt{x}+2} = -2$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{2x^2-18} = \frac{1}{48}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-x+1}{x^3-27} = \frac{-1}{36}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-9} = \frac{1}{24}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{1-\sqrt{x}-2} = -2$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} = -1$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+2}+x}{x+1} = \frac{4}{3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-|x|}{x+|x|} = 0$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+|x|}{x-|x|} = 0$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|-x}{x+|x|} = 0$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = 1$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{|x|}-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} = 0$$

20) Χρησιμοποιώντας την ταυτότητα  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$  αποδείξτε ότι

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{\sqrt[3]{2x+1} - \sqrt[3]{x+4}}{x-3} \right) = \frac{1}{3\sqrt[3]{7^2}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{\sqrt[3]{x+12} - 2}{16-x^2} \right) = \frac{1}{96}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = 3$$

21) Αποδείξτε ότι (άπειρα όρια)

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{|x|} = -\infty$
2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3-2x}{2(x-1)^2} = +\infty$
3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \left| \frac{x+1}{x-2} \right| = +\infty$
4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5-4x}{x^2-4x+4} = -\infty$
5.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^3-8}{(x-1)^3(x+1)} = +\infty$
6.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3+x^2}{x^3 \cdot \ln^2 x} = +\infty$
7.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1-x}{x^2+4x+4} = +\infty$
8.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3-2x^2+x-2}{x^3-3x^2+4} = -\infty$
9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-2}{x^4-2x^2} = +\infty$
10.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{1-\sigma\nu\chi} = +\infty$
11.  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{x-2}{1-\eta\mu\chi} = -\infty$
12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-2}{\sigma\nu\chi^3-1} = +\infty$
13.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left( \frac{4}{1-x^2} - \frac{1}{1-x} \right) = -\infty$
14.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left( \frac{4}{1-x^2} - \frac{1}{1-x} \right) = +\infty$
15.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+\sqrt{x}}{3x^2+5\sqrt{x}} = +\infty$
16.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-1}{x^2} = -\infty$
17.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3-2}{|x|} = -\infty$
18.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+1}{2-x} = -\infty$
19.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2-4x+4}{x^2+4x+4} = +\infty$
20.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+5}{x^3-x^2-x+1} = +\infty$
21.  $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x-5}{x^3-10x^2+25x} = +\infty$
22.  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2-3x}{|x|-2} = -\infty$
23.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+3x}{|x|-1} = +\infty$
24.  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2-4x+4}{2-|x|} = -\infty$
25.  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^3-2x^2+x}{|x|-1} = -\infty$
26.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sigma\nu\chi} = -\infty$
27.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{|x|} \right) = +\infty$
28.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{|x|} \right) = +\infty$
29.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{x\sqrt{x}-x-\sqrt{x}+1} = +\infty$
30.  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{-4}{x\sqrt{x}+27-3x-9\sqrt{x}} = -\infty$

**22)** Να βρεθούν, εφόσον υπάρχουν, τα παρακάτω όρια:

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x+12}{x^2-6x+9}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|\chi+2|-7}{x^2-9}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{x^3+2x^2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x-7}{\sigma\upsilon\nu\chi-1}$$

**23)** Να αποδείξετε ότι τα παρακάτω όρια δεν υπάρχουν

$$1. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{3-x}{\eta\mu\chi}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^2-5x+6}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{|\chi|} - \frac{1}{\chi} \right)$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|\chi+3|-4}{x^2-4}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \right)$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{|\chi|}} \right)$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-1}{x-5\sqrt{x}+6}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x+1}-2}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{(x-1)^2}$$

**24)** Να υπολογίσετε τα όρια (όριο στο άπειρο)

$$1. \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 - 5x + 7)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - x^2 + 7 - 4x^3)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -\infty} (10x^3 + 8x^2 - 7)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{3x^2 + x + 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{5x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - x + 3})$$

$$6. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 - 3x + 4}{5x^2 - 2x + 1}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - 12x^2 + 4}{4x^2 - 2x}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x - 4}{6x^2 + 5x^4 + 1}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^5 + x + 4}{3x^2 + x + 1}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2-1}{3x-1} - \frac{x^2+x}{3x+2} \right)$$

$$11. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^2+3}{x} - \frac{x^2-4}{x-1} \right)$$

$$12. \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - x + 1} + x)$$

$$13. \lim_{x \rightarrow -\infty} (|3-x| - |x^2-3x+2|)$$

$$14. \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2+x+1})$$

$$15. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x\sqrt{x^2+7} - x^2)$$

$$16. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{|\chi+1|-|3-\chi|}{2\chi+1} \cdot (\chi+1) \right]$$



25) Να υπολογίσετε τα όρια

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3^x + 5x - 1)$

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \left( \frac{2}{5} \right)^x - x^2 + 1 \right)$

3.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{2x}{3} - \left( \frac{2}{3} \right)^x \right)$

4.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \left( \frac{5}{4} \right)^x - \left( \frac{3}{2} \right)^x \right)$

5.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \left( \frac{2}{7} \right)^x - \left( \frac{3}{8} \right)^x \right)$

6.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (5^x - 4^x)$

7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3^x - 10^x)$

8.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \left( \frac{e}{2} \right)^x + 5x^2 - 1 \right)$

26) Αποδείξτε ότι

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|3x - 6| - |1 - x| + 2}{x - 5} = 2$

2.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3|2 - x| - |x^2 - 4| + 1}{x^2 - x + 2} = -1$

3.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|\chi - 5| - |9 - \chi^2| + 2}{3\chi - 6} = -\infty$

4.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|2\chi - 1| - 3|4 - 2\chi| + 1}{5\chi^4 + 2} = 0$

27) Να βρείτε τα παρακάτω όρια (όλες οι περιπτώσεις ορίων)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3x^2 - 9x - 2}{x^3 - x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 2x^4 + x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}} \right) \quad \text{ΑΠ. } -1/2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^3}{x^2 - 1} - \frac{x^2}{x + 1} \right) \quad \text{ΑΠ. } 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{4x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1 + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2 - 1}} \quad \text{ΑΠ. } \sqrt{2}/2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - 2} \quad \text{ΑΠ. } 12/5$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x} - 3}{\sqrt[5]{x} - \sqrt{x}} \quad \text{ΑΠ. } -65/18$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[5]{x}} \quad \text{ΑΠ. } 5/3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{8x} - \sqrt{x^2 + 32}}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{5x+4} + \sqrt{x}}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x^2 - 3x| + x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x|x|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^3 \eta \mu \alpha}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x| - 1}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{x^2 + 1} - 1}{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}} \quad \text{ΑΠ. } \sqrt{2}/2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x - 2| - 1}{|2x + 2| - |x - 5|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6-x} - \sqrt{x+6}}{x+2} \quad \text{ΑΠ. } -1/3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x+6} - 2}{\sqrt{x+7} - 3} \quad \text{ΑΠ. } 1/2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x - 2| + |2x - 1| - |4x - 5|}{|x + 2| - |3x - 2|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x - 3| + |x - 2| - 2x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x - 2| + |x^2 - 4| + x - 2}{x^2 + x + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x + 2| + |x - 1| - x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x^2 - 9| + |x - 3|}{|x + 2| - 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - x| + x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|-x^2 + 2x| - |x - 2|}{x^3 - 8}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x - 2| - |x^2 - 2|}{|x + 1| - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{3x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|\chi^2 + 2\chi| + 1 - 3\chi}{|\chi^2 - 2\chi| + |\chi|}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \left( \frac{1}{2} \right)^x \cdot \frac{x^2 - 3}{2x^2 + 1} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 2x + 1}}{4x - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\chi + \sqrt{\chi^2 + 1}}{\chi + \sqrt{\chi^2 - 1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x + 3)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{16x^2 + 8x + 7} + 4x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - 2x + 5) \quad (\alpha\pi. \cdot -\infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2-x} + 2x}{x^2 - 1} \quad \text{ΑΠ. } 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} + 2x + 1) \quad \text{ΑΠ. } 3/4$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 5} + \sqrt{4x^2 + 5x + 6} - 3x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 8x + 5} + \sqrt{9x^2 + 12x + 8} + 5x)$$

