Επαναληπτικά - Συνδυαστικά Θέματα

Επαναληπτικά - Συνδυαστικά Θέματα

Θέμα 1ο

Αν $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\beta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ και $\sigma\upsilon\nu\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sigma\upsilon\nu\beta = -\frac{3}{5}$, να υπολογιστούν τα:

$\eta\mu(\alpha-\beta)$, $\sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta)$, $\varepsilon\varphi(\alpha+\beta)$

Θέμα 2ο

Αν $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$, να βρεθούν τα: $\eta\mu\alpha$, $\eta\mu 2\alpha$, $\sigma\upsilon\nu 2\alpha$, $\eta\mu 4\alpha$

Θέμα 3ο

Να δειχθεί ότι οι συναρτήσεις:

i. $f(x) = \sigma\upsilon\nu(60^o - x)\sigma\upsilon\nu(45^o + x) - \eta\mu(60^o - x)\sigma\upsilon\nu(45^o + x)$

ii. $g(x) = \sigma\upsilon\nu^2 x - 2\sigma\upsilon\nu\alpha\ \sigma\upsilon\nu x\ \sigma\upsilon\nu(\alpha + x) + \sigma\upsilon\nu^2(\alpha + x)$

είναι σταθερές (δηλαδή ανεξάρτητες του x)

Θέμα 4ο

Αν εφα, εφβ είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 3x - 5 = 0$ να βρεθεί η αριθμητική τιμή της $\varepsilon\varphi(\alpha+\beta)$ και κατόπιν της $\eta\mu^2(\alpha+\beta) - 3\eta\mu(\alpha+\beta)\sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta) - 5\sigma\upsilon\nu 2(\alpha+\beta)$.

Θέμα 67

Αν $\eta\mu\alpha + \eta\mu\beta + \eta\mu\gamma = 0$ να δειχθεί ότι: $\frac{\eta\mu\alpha\ \eta\mu\beta\ \eta\mu\gamma}{\eta\mu 3\alpha + \eta\mu 3\beta + \eta\mu 3\gamma} = -\frac{1}{12}$

Θέμα 5ο

Να δειχθεί ότι η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu^4 x + \sigma\upsilon\nu^4\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sigma\upsilon\nu^4\left(x + \frac{2\pi}{4}\right) + \sigma\upsilon\nu^4\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ είναι σταθερή.

Θέμα 6ο

Να λύσετε την εξισώση: $\sigma\upsilon\nu\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\sigma\upsilon\nu\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ στο διάστημα $[0,2\pi]$

Θέμα 7ο

Να λύσετε τις εξισώσεις: **i.** $\eta\mu 2x+\sigma\upsilon\nu 2x-1=\sqrt{3}(\eta\mu x+\sigma\upsilon\nu x)$

ii. $\eta\mu x\sigma\upsilon\nu^3 x-\eta\mu^3 x\sigma\upsilon\nu x=\frac{1}{8}$

Θέμα 8ο

Να προσδιοριστούν τα $\alpha,\beta\in R$ ώστε το πολυώνυμο $P(x)=\alpha x^3+(5\alpha+\beta)x^2-(2\alpha-\beta)x-12$ να έχει ρίζες τους αριθμούς 2 και -1.

Θέμα 9ο

Έστω πολυώνυμο $P(x)$ για το οποίο γνωρίζουμε ότι $P\left[(x+1)^2\right]=[P(x)]^2+3$ και $P(0)=0$. Να υπολογιστεί το $P(25)$.

Θέμα 10ο

Να βρείτε τις τιμές των $\alpha,\beta\in R$ για τις οποίες τα πολυώνυμα:

$P(x)=(2\alpha+3\beta)x^3-x^2+(12\alpha-5\beta)x+1$ και $Q(x)=5x^3+(4\alpha-5\beta)x^2-3x+1$

είναι ίσα.

Θέμα 11ο

i. Να βρείτε τα $\alpha,\beta\in R$ ώστε να ισχύει $\frac{1}{x(x+2)}=\frac{\alpha}{x}+\frac{\beta}{x+2}$ γιακάθε $x\in R-\{-2,0\}$.

ii. Με τη βοήθεια του προηγούμενου ερωτήματος να υπολογίσετε το άθροισμα:

$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{\nu(\nu+2)}$$

Θέμα 12ο

Δίνεται το πολυώνυμο: $P(x)=x^4+4x^3+\alpha x-2\beta$, όπου $\alpha,\beta\in R$. Να βρεθεί το πολυώνυμο $Q(x)$ ώστε η διαφορά $P(x)-[Q(x)]^2$ να είναι πολυώνυμο 1ου βαθμού. Στη συνέχεια να προσδιοριστούν τα α και β ώστε το πολυώνυμο $P(x)$ να είναι τέλειο τετράγωνο πολυωνύμου.

Θέμα 13ο

Πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με το $x-1$ δίνει υπόλοιπο 2. Αν ισχύει $P(x)=P(3x-5)$ για κάθε $x \in R$, να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-2$.

Θέμα 14ο

Να αποδείξετε ότι τα παρακάτω πολυώνυμα δεν έχουν παράγοντες της μορφής $x-\rho$.

i. $P(x)=3x^8+5x^4+7$ **ii.** $Q(x)=-x^6-3x^2-1$

Θέμα 15ο

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ με $Q(x)=P(x-3)+x^2+x-3$. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x+2$ είναι 1, να αποδείξετε ότι το $x-1$ είναι παράγοντας του $Q(x)$.

Θέμα 16ο

Με τη βοήθεια του σχήματος Horner να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο:

$$P(x)=x^4+3x^3-3x^2-7x+6$$

έχει παράγοντα το $(x-1)^2$.

Θέμα 17ο

Να βρεθούν τα $\alpha,\beta \in R$ συναρτήσει του ν ώστε το πολυώνυμο $P(x)=\alpha x^{\nu}-\beta x^{\nu-1}+2$ να έχει παράγοντα το πολυώνυμο $Q(x)=x^2-2x+1$.

Θέμα 18ο

Δίνεται η εξίσωση: $x^3-2\alpha x^2+\alpha x+2=0,\ \alpha \in Z$

Να βρείτε για ποιες ακέραιες τιμές του α η εξίσωση έχει ακέραιες ρίζες και στη συνέχεια για τις τιμές που θα βρείτε να λύσετε την εξίσωση.

Θέμα 19ο

Να βρείτε για ποιες τιμές των $\alpha,\beta \in R$ το πολυώνυμο $P(x)=2x^4-\alpha x^3-17x^2+27-\beta$ έχει ρίζες το 1 και το -3. Στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$.

Θέμα 20ο

Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $(x^2+x+2)^2-7x(x^2+x+2)+12x^2=0$

ii. $6\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+25\left(x-\frac{1}{x}\right)+12=0$

Θέμα 21ο

Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $2\eta\mu^3 x - 3\eta\mu^2 x - 3\eta\mu x + 2 = 0$

ii. $2\sigma\upsilon\nu^3 x + 7\sigma\upsilon\nu^2 x + 7\sigma\upsilon\nu x + 2 = 0$

iii. $2\sigma\upsilon\nu^4 2x - 5\eta\mu^2 2x + 2 = 0$

Θέμα 22ο

Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $\dfrac{x+1}{x-1} + \dfrac{x^2+3}{x^2-4x+3} = \dfrac{x^2+5x+2}{x-3}$

ii. $\dfrac{x^2}{x+2} + 4 = \dfrac{6(x+2)^2}{x^4} - \dfrac{x+2}{x^2}$

Θέμα 23ο

Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $\dfrac{1}{\sqrt{x+6}+\sqrt{6-x}} + \dfrac{1}{\sqrt{x+6}-\sqrt{6-x}} = 1$

ii. $\sqrt{\dfrac{x-3}{3x-1}} + \sqrt{\dfrac{3x-1}{x-3}} = \dfrac{10}{3}$

iii. $\sqrt[3]{(x-1)^2} = 3 + 2\sqrt[3]{x-1}$

Θέμα 24ο

Να λυθούν οι ανισώσεις:

i. $(x^2-5x+5)^2 - 3(x^2-5x+1) + 20 < 0$

ii. $\dfrac{2(x-1)}{(x+2)(x-6)} \geq \dfrac{1}{x+1}$

Θέμα 25ο

Να λυθούν οι ανισώσεις:

i. $\sqrt{2x+2} + \sqrt{2x+1} - \sqrt{4x+2} > 0$

ii. $\dfrac{4-\sqrt{3x-x^2}}{x} > 1$

Θέμα 26ο

Πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με $x-2$ δίνει υπόλοιπο 6, διαιρούμενο με $x-3$ δίνει υπόλοιπο 29 και με $x+1$ δίνει υπόλοιπο -3. Αν στο $P(x)$ προστεθεί το πολυώνυμο $Q(x) = x^2+3x-1$ προκύπτει πολυώνυμο 3ου βαθμού το οποίο έχει ρίζα τον αριθμό 1.

i. Να προσδιοριστεί το $P(x)$.

ii. Να λυθεί η εξίσωση $P(x+1) = 2Q(x)$.

Θέμα 27ο

Αν τα πηλίκα των διαιρέσεων $P(x):(x-\alpha)$ και $P(x):(x-\beta)$ με $\alpha \neq \beta$ είναι αντίστοιχα $\Pi_1(x)$ και $\Pi_2(x)$ να αποδείξετε ότι: $\Pi_1(\beta)=\Pi_2(\alpha)$.

Θέμα 28ο

Να αποδείξετε ότι οι διαιρέσεις $P(x):f(x)$ και $Q(x):f(x)$ δίνουν το ίδιο υπόλοιπο, αν και μόνο αν το $f(x)$ διαιρεί το πολυώνυμο $P(x)-Q(x)$.

Θέμα 29ο

Να λυθούν οι εξισώσεις:

i. $3\varepsilon\varphi^3\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\left(3-4\sqrt{3}\right)\varepsilon\varphi^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\left(3-4\sqrt{3}\right)\varepsilon\varphi\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+3=0$

ii. $x^7+x^4-16x^3-16=0$

iii. $4\left(\eta\mu^2x-2\sigma\upsilon\nu^2x\right)^2+\eta\mu^2x-2\sigma\upsilon\nu^2x=5$

Θέμα 30ο

Να λύσετε τα συστήματα:

i. $\begin{cases}2^{x^2-y^2}=32\\2^{xy+6}=1\end{cases}$ **ii.** $\begin{cases}2^x\cdot5^y=4\\2^y\cdot5^x=25\end{cases}$ **iii.** $\begin{cases}x^2-y^2=0\\27^x\cdot3^y=9\end{cases}$ **iv.** $\begin{cases}2^x\cdot3^y=72\\3^x=108\cdot2^{-y}\end{cases}$

Θέμα 31ο

Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

i. $f(x)=\ell og_2\frac{x+3}{x-5}$ **ii.** $\ell og(x^3-3x+2)$

Θέμα 32ο

Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $f(x)=\ell og_{x-4}(x^2-4x+3)$

Θέμα 33ο

Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $\ell og(9x-10)-\ell og2=2\ell ogx$ **ii.** $\ell og_2(x-2)^2=4$

iii. $\ell og(2\cdot4^x+2)=\ell og5+x\ell og2$ **iv.** $x+\ell og(1+2^x)=x\ell og5+\ell og6$

v. $\ell og(\eta\mu x)-\ell og(1-\sigma\upsilon\nu x)=0$ **vi.** $(\ell nx^2)-\ell nx^5+6=0$

vii. $\sqrt{2-\ell og x}=\ell og x$

viii. $3^{5x+1}=2^{x-1}$

ix. $x^{2-\ell og x}\sqrt{x}=10$

x. $\ell og_3 x+\ell og_{\sqrt{3}} x=3$

xi. $1+\ell og_x^2(3-x)=\ell og_x(x^2-6x+9)$

Θέμα 34ο

Να λύσετε τις ανισώσεις:

i. $\ell og_\alpha(x^2-1)<\ell og_\alpha(x-2)$

ii. $\ell og_x(2x-1)>1$

iii. $(\ell og x)^2<\ell og x+2$

iv. $\ell og(x-1)\ell og(x-3)>0$

v. $\dfrac{\ell og(x-1)}{x^2-4}<0$

vi. $\left(\sqrt{x}\right)^{\ell og_5 x+1}<5$

vii. $\ell og_3\dfrac{x-2}{x+1}>0$

viii. $(2^{x+3}-16)(\ell n x+1)\geq 0$

Θέμα 35ο

Να λύσετε τα συστήματα:

i. $\begin{cases}\ell og x+\ell og y=\ell og 12\\ x+y=7\end{cases}$

ii. $\begin{cases}\ell og x+\ell og y=3\\ \ell og x-\ell og y=1\end{cases}$

iii. $\begin{cases}x^y=y^x\\ x^2=y^3\end{cases}$

iv. $\begin{cases}(2x)^{\ell n 2}=(3y)^{\ell n 3}\\ x^{\ell n 3}=y^{\ell n 2}\end{cases}$

Θέμα 36ο

Να δειχθεί ότι:

i. $\ell og 3+\ell og 3^2+\ell og 3^3+\ldots+\ell og 3^v=\dfrac{v(v+1)}{2}\ell og 3$

ii. $\ell og_2 3\cdot\ell og_3 4\cdot\ell og_4 5\cdot\ell og_5 6\cdot\ell og_6 7=2\ell og_4 7$

iii. $1+\ell og_\beta\dfrac{\alpha}{\beta\gamma}=\ell og_\beta\alpha+\dfrac{1}{\ell og_\beta\gamma}$

Θέμα 37ο

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

i. $\ell og(2x-3)+\ell og x=\ell og(x-2)^2+2$

ii. $\ell og_3(3^x-8)=2-x$

iii. $5^{\ell og_5(\ell og\sqrt{x})}-2\ell og_2\sqrt{x}+\ell og^2 x-3=0$

iv. $\ell og_2\left[\ell og_3(x^2-4x+4)\right]=1$

v. $\left(\sqrt{2}\right)^{1-\sigma\upsilon\nu 2x} + 2^{\sigma\upsilon\nu^2 x} = 3$

Θέμα 38ο

Να λυθούν οι παρακάτω ανισώσεις:

i. $\ell og\left[\ell og\left(x^2 - 8x + 22\right)\right] > 0$

ii. $\sqrt{\ell og - 1} > \ell og x - 3$

Θέμα 39ο

Σε αριθμητική πρόοδο είναι $\alpha_1 = \ell n3$ και $\alpha_2 = \ell n27$. Να δειχθεί ότι το άθροισμα S_ν των ν πρώτων όρων είναι: $S_\nu = \nu^2 \ell n3$.

Θέμα 40ο

Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} x^{\ell ogy} \cdot y^{\ell ogx} = \dfrac{1}{1000} \\ xy = 1 \end{cases}$

Θέμα 41ο

Αν $\alpha, \beta > 0$ και $\alpha^2 + \beta^2 = 23\alpha\beta$ να δειχθεί ότι: $\ell og\dfrac{\alpha+\beta}{5} = \dfrac{1}{2}\left(\ell og\alpha + \ell og\beta\right)$

Θέμα 42ο

Αν $\eta\mu\left(\eta\mu\dfrac{x}{2}\right)\sigma\upsilon\nu\left(\sigma\upsilon\nu\dfrac{x}{2}\right) - \eta\mu\left(\sigma\upsilon\nu\dfrac{x}{2}\right)\sigma\upsilon\nu\left(\eta\mu\dfrac{x}{2}\right) = 0$ να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμού του x.

Θέμα 43ο

Να λύσετε την εξίσωση $\dfrac{11}{5}\left(\dfrac{2}{5}\right)^{\eta\mu\frac{2x+\pi}{4}\sigma\upsilon\nu\frac{2x-\pi}{4}} = \dfrac{9}{50} + \dfrac{7}{4}\sqrt{\left(\dfrac{2}{5}\right)^{1+\eta\mu x}}$.

Θέμα 44ο

Για ποιες τιμές του $\kappa \in Z$ η εξίσωση $\eta\mu^2\dfrac{x}{3} + \dfrac{1}{2}\left(1 + \sigma\upsilon\nu\dfrac{2x}{3}\right) + 2\eta\mu^2\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{x}{2}\right) = 2\kappa$ έχει λύσεις; Στη συνέχεια να βρείτε τις λύσεις αυτές.

Θέμα 45ο

Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu^2 x + \eta\mu x \sigma\upsilon\nu x = \lambda$ με $\lambda \in R - \{0,1\}$.

Θέμα 46ο

Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $\eta\mu x \sigma\upsilon\nu 4x + 2\eta\mu^2 x = 1 - 4\eta\mu^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$

ii. $2 - \sqrt{3}\sigma\upsilon\nu 2x + \eta\mu 2x = 4\sigma\upsilon\nu^2 3x$

iii. $\eta\mu^8 x + \sigma\upsilon\nu^8 x = \frac{17}{32}$

Θέμα 47ο

Να λύσετε την εξίσωση: $(2\sigma\upsilon\nu x - 1)(2\sigma\upsilon\nu 2x - 1)(2\sigma\upsilon\nu 4x - 1)...(2\sigma\upsilon\nu 2^{\nu-1} x - 1) = 1, \quad \nu \in N^*$

Θέμα 48ο

Αν $x, y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ $8\sigma\upsilon\nu x \cdot \sigma\upsilon\nu y \cdot \sigma\upsilon\nu(x+y) = -1$ να δείξετε ότι $x = y = \frac{\pi}{3}$.

Θέμα 49ο

Αν $\left(\sigma\upsilon\nu\frac{x}{4} - 2\eta\mu x\right)\eta\mu x + \left(1 + \eta\mu\frac{x}{4} - 2\sigma\upsilon\nu x\right)\sigma\upsilon\nu x = 0$ να δείξετε ότι $\eta\mu\frac{3x}{4} = 1$ και $\sigma\upsilon\nu x = 1$.

Θέμα 50ο

Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\sigma\upsilon\nu 2A - \sigma\upsilon\nu A + 1 = \sigma\upsilon\nu(B - \Gamma) + \sigma\upsilon\nu 2B + \sigma\upsilon\nu 2\Gamma$ να υπολογίσετε τη γωνία Α.

Θέμα 51ο

Αν α, β, 3 είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου να βρείτε τις ρίζες του πολυωνύμου $\varphi(x) = \alpha x^3 + (\alpha - \beta)x^2 + \alpha\beta x - 4\alpha - \alpha^4$ αν γνωρίζουμε ότι $\varphi(\alpha) = 0$.

Θέμα 52ο

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x + \ell og(1 + 2^x) - x\ell og 5 - \ell og 6$.

i. Να βρείτε το σύνολο στο οποίο θα αναζητήσουμε τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$ και να τη λύσετε.

ii. Να κατασκευάσετε γεωμετρική πρόοδο με πρώτο όρο τη ρίζα της $f(x)=0$ και λόγο το διπλάσιο αυτής της ρίζας. Βρείτε το άθροισμα Σ_{100} των 100 πρώτων όρων αυτής της προόδου και δείξτε ότι $\Sigma_{100} > 9.999.999$ (Θεωρείστε ότι $\ell og2 \cong 0,3$)

Θέμα 53ο

Να λύσετε τις εξισώσεις: **i.** $\ell og_{\alpha}\left(\ell og_{\alpha}x\right) = \ell og_{\alpha^{\alpha}}\alpha\left(\ell og_{\alpha^{\alpha}}\alpha(x)\right)$

ii. $\ell og_{(\eta\mu x\cdot\sigma\upsilon\nu x)}(\eta\mu x)\cdot\ell og_{(\eta\mu x\cdot\sigma\upsilon\nu x)}(\sigma\upsilon\nu x) = \dfrac{1}{4}$

Θέμα 54ο

Δίνονται τα πολυώνυμα $f(x) = x^{2\nu-2} + x^{2\nu+4} + \ldots + x^4 + x^2 + 1$ και

$$g(x) = x^{\nu-1} + x^{\nu-2} + \ldots + x^2 + x + 1$$

Να καθορίσετε το $\nu \in N$ ώστε το $f(x)$ να διαιρείται από το $g(x)$.

Θέμα 55ο

Αν οι γωνίες ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου διαφοράς λ και οι πλευρές του διαδοχικοί όροι διαφοράς ω να δείξετε ότι $\omega = \lambda = 0$.

Θέμα 56ο

Να δείξετε ότι αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ οι γωνίες του είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και οι πλευρές του διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε το τρίγωνο είναι ισόπλευρο.

Θέμα 57ο

Αν η ακολουθία (α_{ν}) είναι αριθμητική πρόοδος με διαφορά φ, ενώ η $\eta\mu\alpha_{\nu}$ είναι γεωμετρική πρόοδος να δείξετε ότι $\varphi = \kappa\pi,\ \kappa \in Z$.

Θέμα 58ο

Αν $S = \ell og_x\alpha + 2\ell og_{x^{\alpha}}\alpha + 3\ell og_{x^{\alpha^2}}\alpha + \ldots,\ \alpha > 1$ να εκφράσετε το x συναρτήσει των α, S.

Θέμα 59ο

Να λύσετε την ανίσωση $\dfrac{1+\ell og_{\alpha}^2 x}{1+\ell og_{\alpha}x} > 1$ όπου $0 < \alpha < 1$.

Θέμα 60ο

Να βρείτε τις τιμές του x ώστε $\left(\ell og_x \alpha\right)^3 = \ell og_x 3\alpha$.

Θέμα 61ο

Αν $\alpha > 2$ και $\beta > 2$ να δείξετε ότι $\ell og\alpha + \ell og\beta > \ell og\left(\alpha+\beta\right)$

Θέμα 62ο

Δίνεται η ακολουθία $\left(\alpha_\nu\right)$, $\nu \in N^*$ για την οποία ισχύει $\alpha_1 = 0$ και $\alpha_{\nu+1} = 1 + 2\alpha_\nu$. Θεωρούμε την ακολουθία $\left(\beta_\nu\right)$, $\nu \in N^*$ με $\beta_\nu = 1 + \alpha_\nu$. Να δείξετε ότι η $\left(\beta_\nu\right)$ είναι γεωμετρική πρόοδος και να υπολογίσετε τους γενικούς όρους α_ν και β_ν συναρτήσει του ν.

Θέμα 63ο

Να λύσετε την εξίσωση $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + \alpha x - 6 = 0$ αν έχει δύο ρίζες αντίθετες.

Θέμα 64ο

Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt[3]{6(5x+6)} - \sqrt[3]{5(6x-11)} = 1$.

Θέμα 65ο

Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $6\left(2^{3x} + 3^{3x}\right) = 7\left(12^x + 18^x\right)$

ii. $5^{2x} = 2 \cdot 5^{x^2+x+6} - 5^{2(x+6)}$

Θέμα 66ο

Να δείξετε ότι οι αριθμοί $\frac{1}{\ell og_3 5}, \frac{1}{\ell og_6 5}, \frac{1}{\ell og_{12} 5}$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Θέμα 67 ο

Να λυθεί η εξίσωση: $\ell og_{\eta\mu 2x} \sigma\upsilon\nu x = 1$

Θέμα 68ο

Να λυθεί η εξίσωση $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$.

Θέμα 69ο

Να λυσετε τις ανισώσεις: **i.** $\dfrac{2^{2+\sqrt{x-1}}-24}{2^{1+\sqrt{x-1}}-8}>1$

ii. $\sqrt{\ell og^2x-1}>\ell ogx$

Θέμα 70ο

Αν $f(x)=\dfrac{2\ell ogx+1}{2\ell og-1}$ να λυθεί η εξίσωση $f(x)+f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{10}{3}$.

Θέμα 71ο

Αν $f_\alpha(x)=\alpha^x,\ \alpha>0,\ x\in R$, να βρείτε τις τιμές του $v\in N^*$ αν: $f_{1994}(v+5)>f_{1994}(2v)$

Θέμα 72ο

Αν α είναι η λύση του συτήματος: $(\Sigma)\begin{cases}x^2-6x+7<0\\ x^3-9x^2+23x-15=0\end{cases}$ να λυθεί η εξίσωση:

$3^{x^2}-18\cdot 3^{x-1}=\alpha^{x+1}$.

Θέμα 73ο

Να βρεθεί η τιμή του μ ώστε οι ρίζες $x_1,\ x_2$ της εξίσωσης: $\ell og\left[\ell og\left(x^2-2x+10+\ell og\mu\right)\right]=0$ να είναι:

i. ίσες **ii.** αντίστροφες **iii.** $x_1^2+x_2^2=10$ **iv.** $x_1-x_2=8$

Θέμα 74ο

Να λυθεί η ανίσωση: $|x-2|^{1-|x|}<|x-2|^x$