

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1_ο

A. σχολικό βιβλίο σελ.63

B. σχολικό βιβλίο σελ.70

Γ. Σ,Λ,Λ,Λ,Λ

ΘΕΜΑ 2_ο

A. $0 \leq p(A) \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq 2p(A) \leq 2 \Leftrightarrow 3 \leq 2p(A) + 3 \leq 5$.Άρα $2P(A)+3 > 0$

$0 \leq p(A) \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq p(A) - 1 \leq 0$.Άρα $P(A)-1 \leq 0$.

Επομένως

$$|3 + 2P(A)| - |p(A) - 1| = 3 \Leftrightarrow 3 + 2P(A) + p(A) - 1 = 3 \Leftrightarrow 3P(A) = 1 \Leftrightarrow P(A) = \frac{1}{3}$$

Ο P(B) ρίζα της εξίσωσης $6x^2 - x - 1 = 0$,η οποία έχει ρίζες τους αριθμούς $\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$

επομένως $P(B) = \frac{1}{2}$ αφού $P(B) \geq 0$

$$B. P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$Γ. P[(A \cap B)'] = 1 - P(A \cap B) = \frac{5}{6}$$

ΘΕΜΑ 3_ο

A. Πρέπει $\Delta \geq 0$

$$\Delta \geq 0 \Leftrightarrow [-(\lambda - 1)]^2 - 4(-\lambda + 1) \geq 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - 2\lambda + 1 + 4\lambda - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \lambda^2 + 2\lambda - 3 \geq 0$$

Άρα : $\lambda \in (-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$

B. Πρέπει $\Delta = 0$. Άρα $\lambda = -3$ ή $\lambda = 1$

Γ. $S = \lambda - 1$ και $P = -\lambda + 1$

$$\Delta. \frac{3|s|}{2} - |P| < 4 \Leftrightarrow \frac{3|\lambda - 1|}{2} - |-\lambda + 1| < 4 \Leftrightarrow \frac{3|\lambda - 1|}{2} - |\lambda - 1| < 4 \Leftrightarrow 3|\lambda - 1| - 2|\lambda - 1| < 8 \Leftrightarrow |\lambda - 1| < 8 \Leftrightarrow -8 < \lambda - 1 < 8 \Leftrightarrow -7 < \lambda < 9$$

ΘΕΜΑ 4_ο

A. $A_f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$

$$f(x) = \frac{3x-9}{x^2-4x+3} = \frac{3(x-3)}{(x-1)(x-3)} = \frac{3}{x-1}$$

B. $\frac{1}{f(x)} + \frac{1}{f^2(x)} > 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{3} + \frac{(x-1)^2}{9} > 0 \Leftrightarrow 3(x-1) + (x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow$

$$(x-1)(3+x-1) > 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$$

Αλλά $x \neq 1, 3$. Επομένως $x \in (-\infty, -2) \cup (1, 3) \cup (3, +\infty)$

Γ. i) Απλή αντικατάσταση

ii) $\sqrt[3]{f(2) \cdot \sqrt{f(2)}} = \sqrt[3]{3\sqrt{3}} = \sqrt[3]{\sqrt{3^2} \cdot 3} = \sqrt[6]{3^3} = \sqrt{3} = \sqrt{f(2)}$

Δ. $\frac{1}{\sqrt{f(2)}-1} + \frac{\sqrt{f(2)}}{\sqrt{f(2)}+1} = \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = \frac{\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-\sqrt{3}}{(\sqrt{3}-1) \cdot (\sqrt{3}+1)} = \frac{1+3}{\sqrt{3}^2-1^2} = \frac{4}{2} = 2$