

# Κατακόρυφη – Οριζόντια Μετατόπιση Γραφικής Παράστασης

## Κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης

(Μετατόπιση παράλληλη προς τον άξονα  $y'y$ )

Ας θεωρήσουμε ότι έχουμε σχεδιάσει τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f: A \rightarrow R$  και θέλουμε να σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = f(x) + c$

Αρχικά πρέπει να τονίσουμε ότι οι δύο συναρτήσεις **έχουν ίσα πεδία ορισμού**.

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = f(x) + c$  γίνεται αν πολύ απλά μετατοπίσουμε τη γραφική παράσταση της  $f$  κατά  $c$  παράλληλα με τον άξονα  $y'y$ .

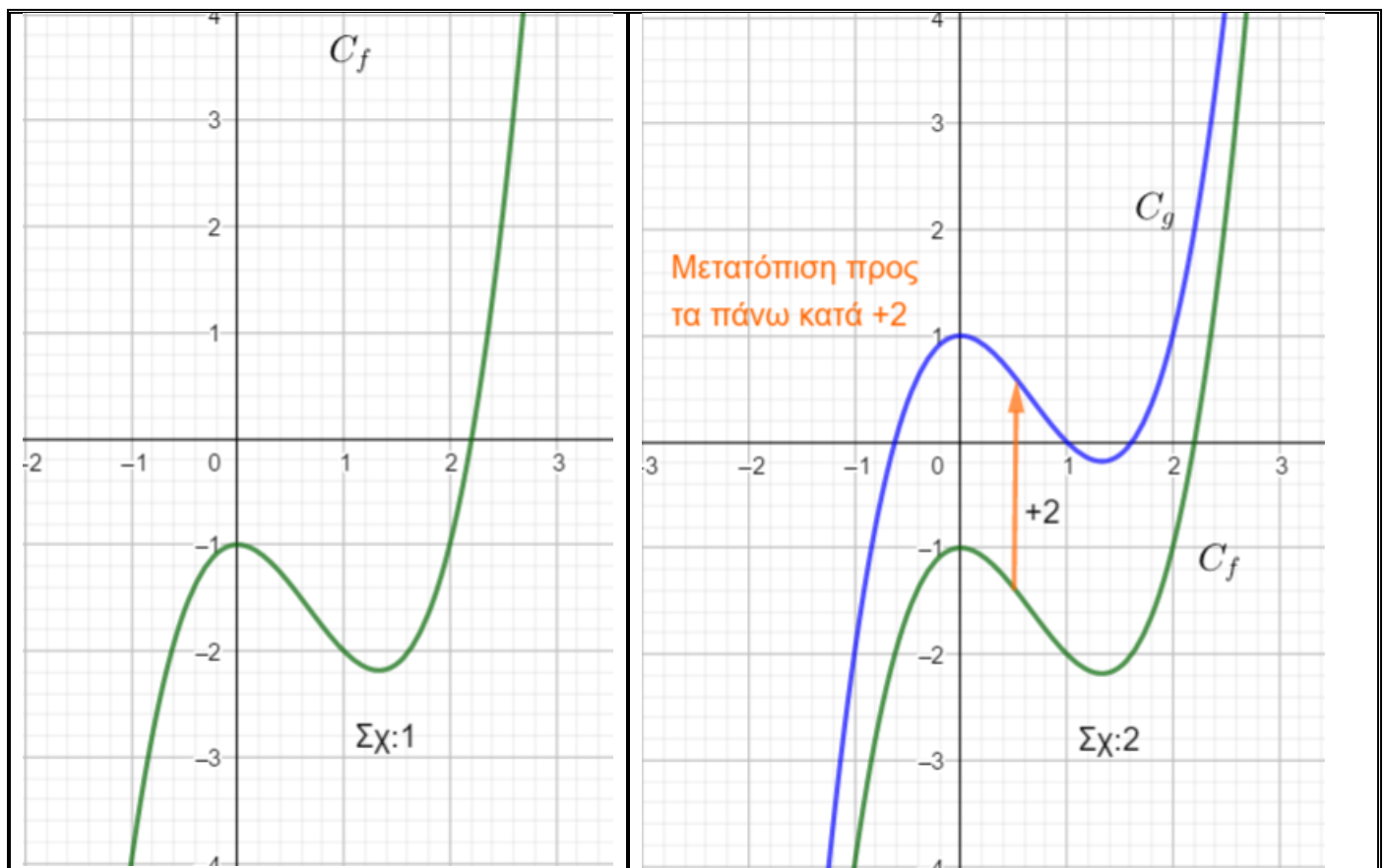
Πιο συγκεκριμένα :

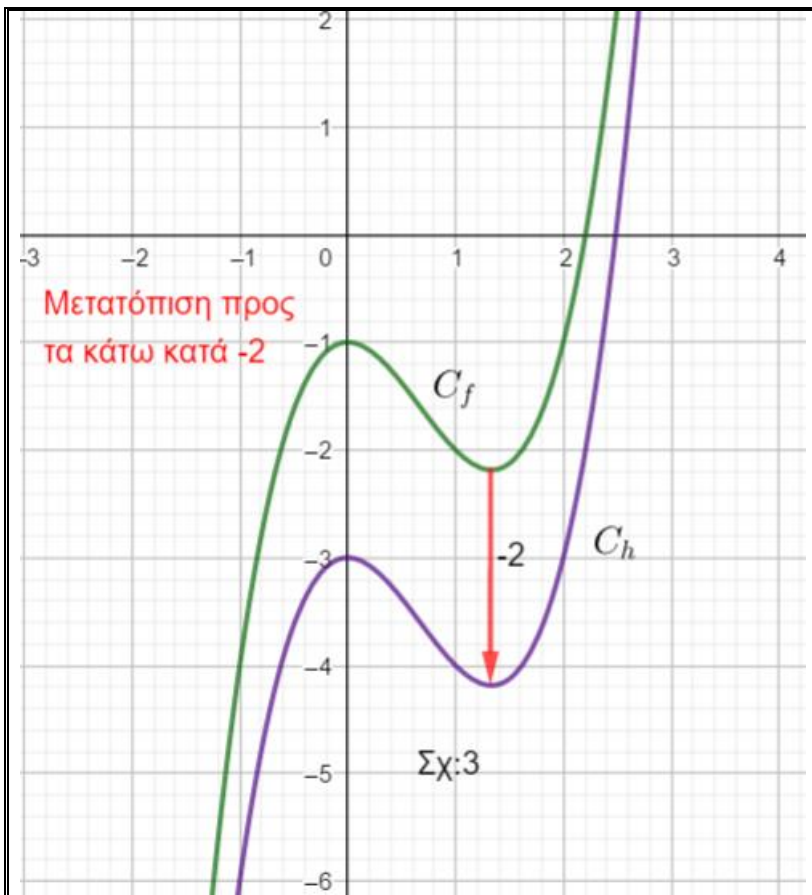
- ✚ Αν το  $c$  είναι **θετικός** αριθμός τότε η μετατόπιση θα γίνει παράλληλα με τον άξονα  $y'y$  προς τα **πάνω**.
- ✚ Αν το  $c$  είναι **αρνητικός** αριθμός τότε η μετατόπιση θα γίνει παράλληλα με τον άξονα  $y'y$  προς τα **κάτω**.

Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

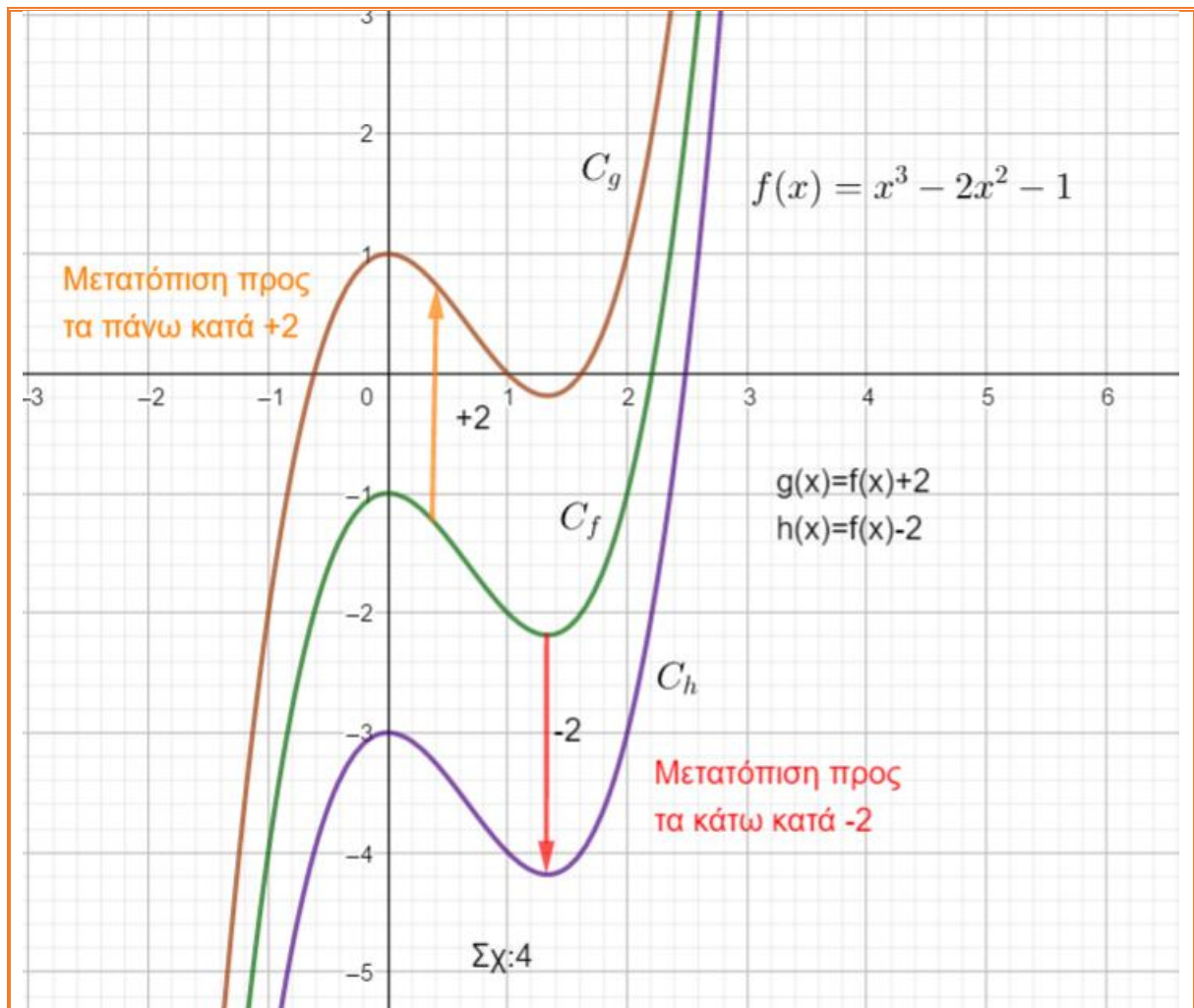
$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 1, x \in R \quad \text{Σχ:1} \quad , g(x) = f(x) + 2 = (x^3 - 2x^2 - 1) + 2, \quad \text{Σχ:2}$$

$$h(x) = f(x) - 2 = (x^3 - 2x^2 - 1) - 2 \quad \text{Σχ:3}$$





Στο Σχήμα 4 που δίνεται παρακάτω φαίνονται και οι δύο μετατοπίσεις



## Οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης

Ας θεωρήσουμε ότι έχουμε σχεδιάσει τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $f: A \rightarrow R$  και θέλουμε να σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = f(x + c)$

Αρχικά πρέπει να τονίσουμε ότι οι δύο συναρτήσεις **δεν έχουν πάντα ίσα πεδία ορισμού**.

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = f(x + c)$  γίνεται αν πολύ απλά μετατοπίσουμε τη γραφική παράσταση της  $f$  κατά  $c$  παράλληλα με τον άξονα  $x'$ .

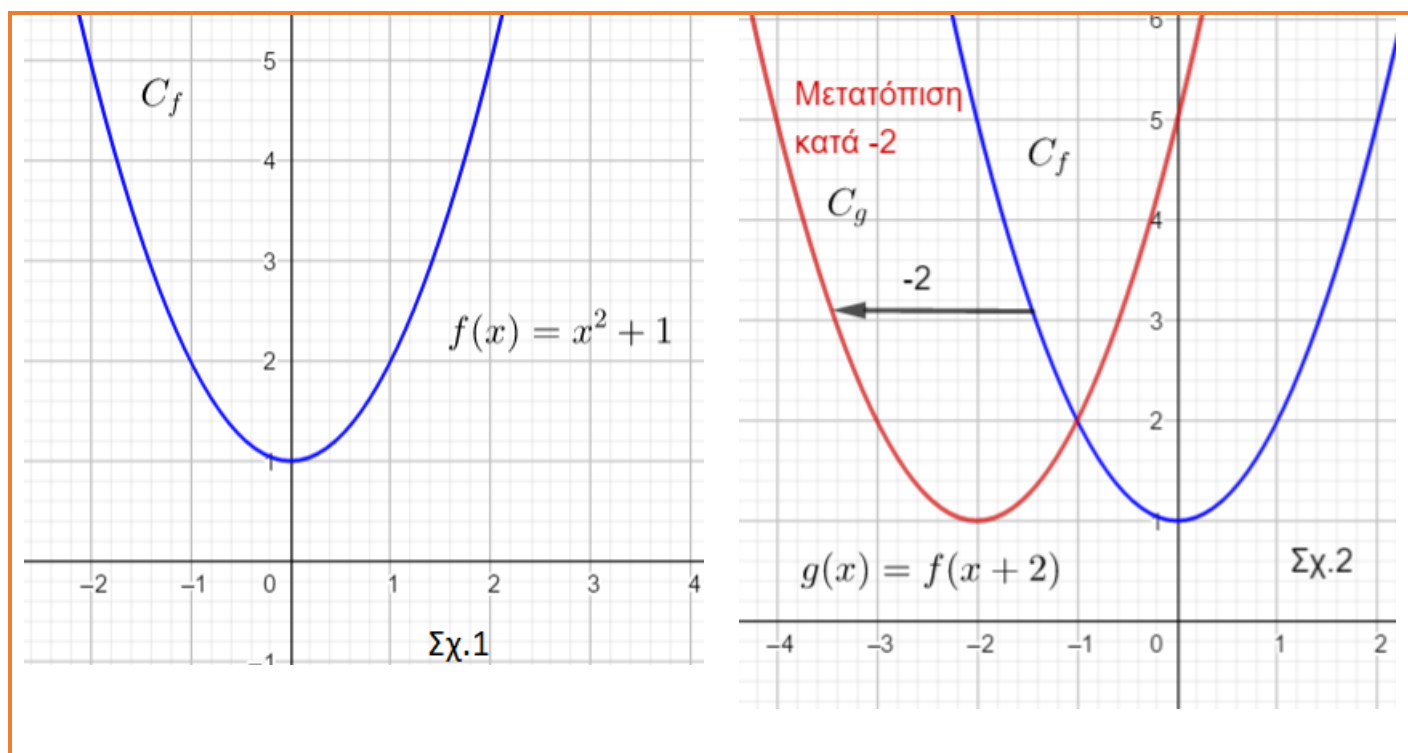
Πιο συγκεκριμένα :

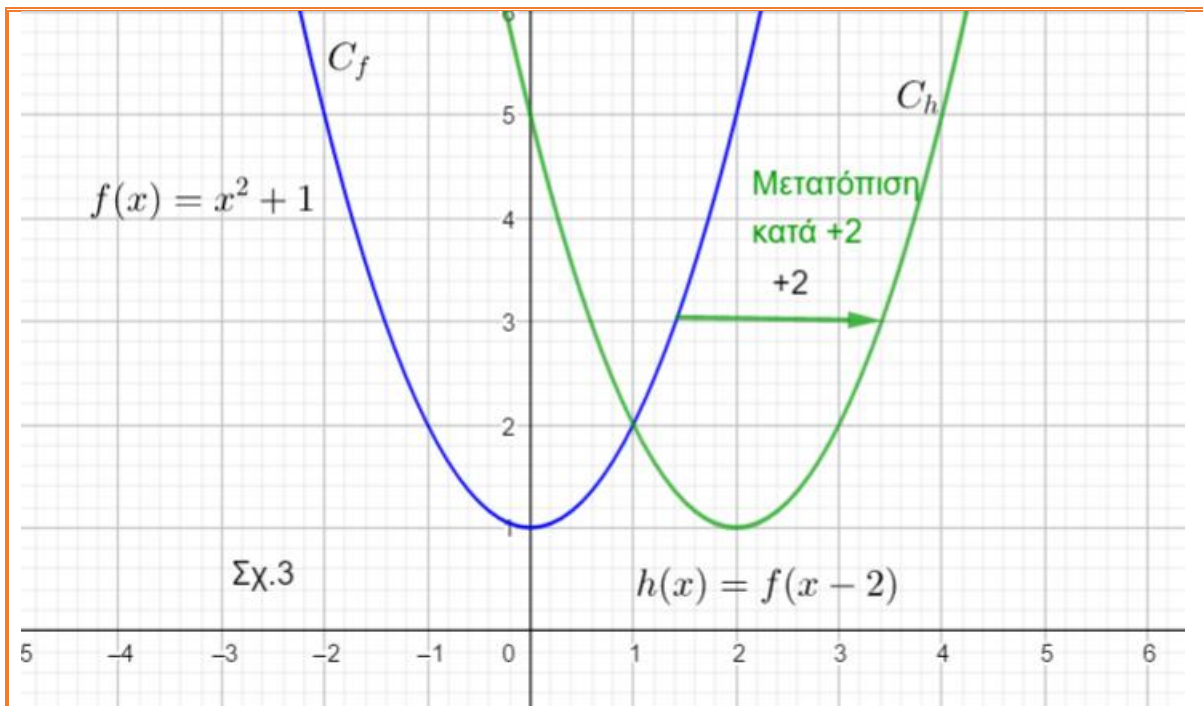
- ✚ Αν το  $c$  είναι **θετικός** αριθμός τότε η μετατόπιση θα γίνει παράλληλα με τον άξονα  $x'$  προς τα **αριστερά**.
- ✚ Αν το  $c$  είναι **αρνητικός** αριθμός τότε η μετατόπιση θα γίνει παράλληλα με τον άξονα  $x'$  προς τα **δεξιά**.

Στα παρακάτω σχήματα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

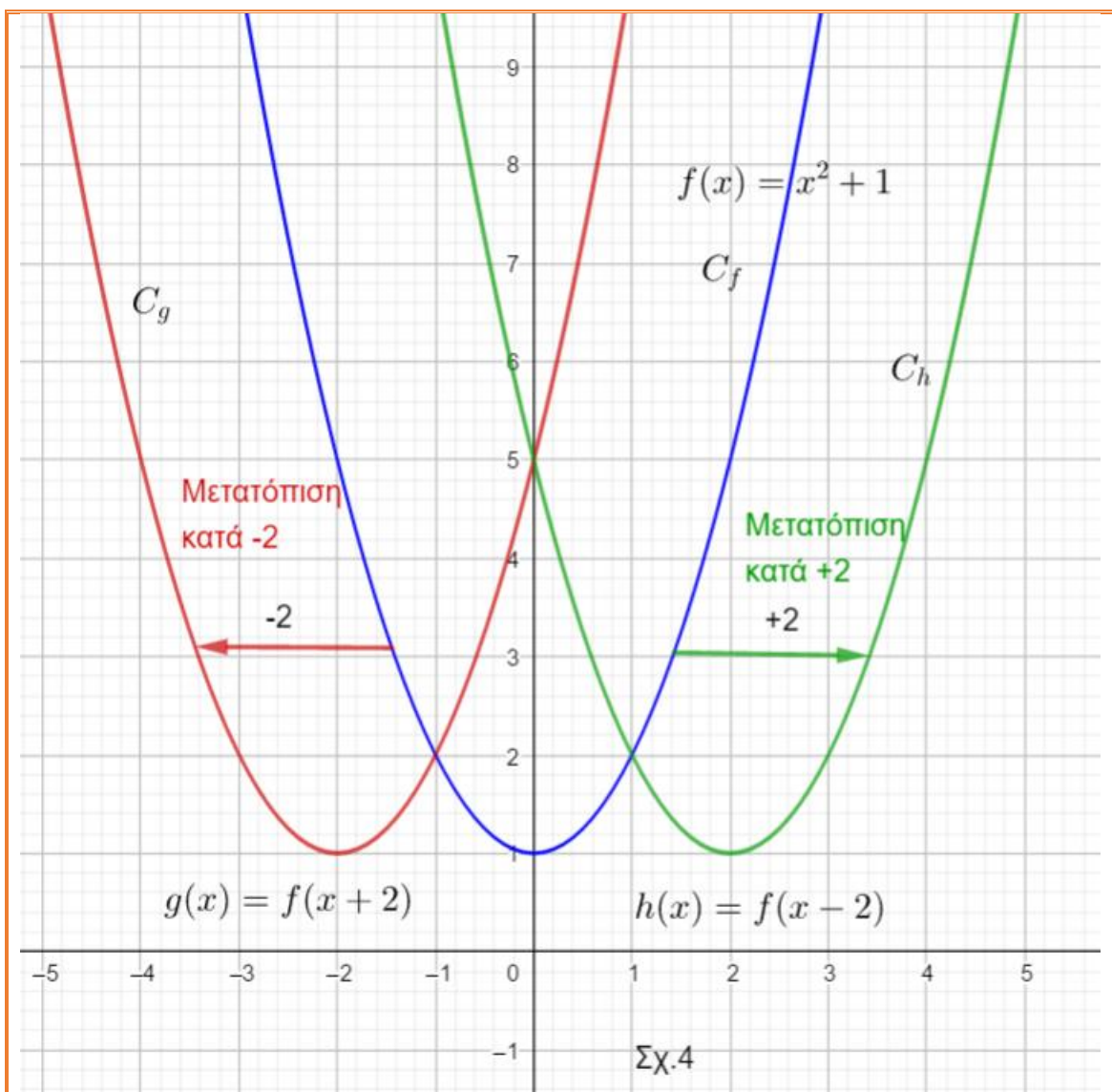
$$f(x) = x^2 + 1, \text{ Σχ.1}, \quad g(x) = f(x + 2) = (x + 2)^2 + 1, \quad \text{Σχ.2}$$

$$\text{και } h(x) = f(x - 2) = (x - 2)^2 + 1, \quad \text{Σχ.3}$$





Στο παρακάτω γράφημα δίνονται και οι δύο μετατοπίσεις

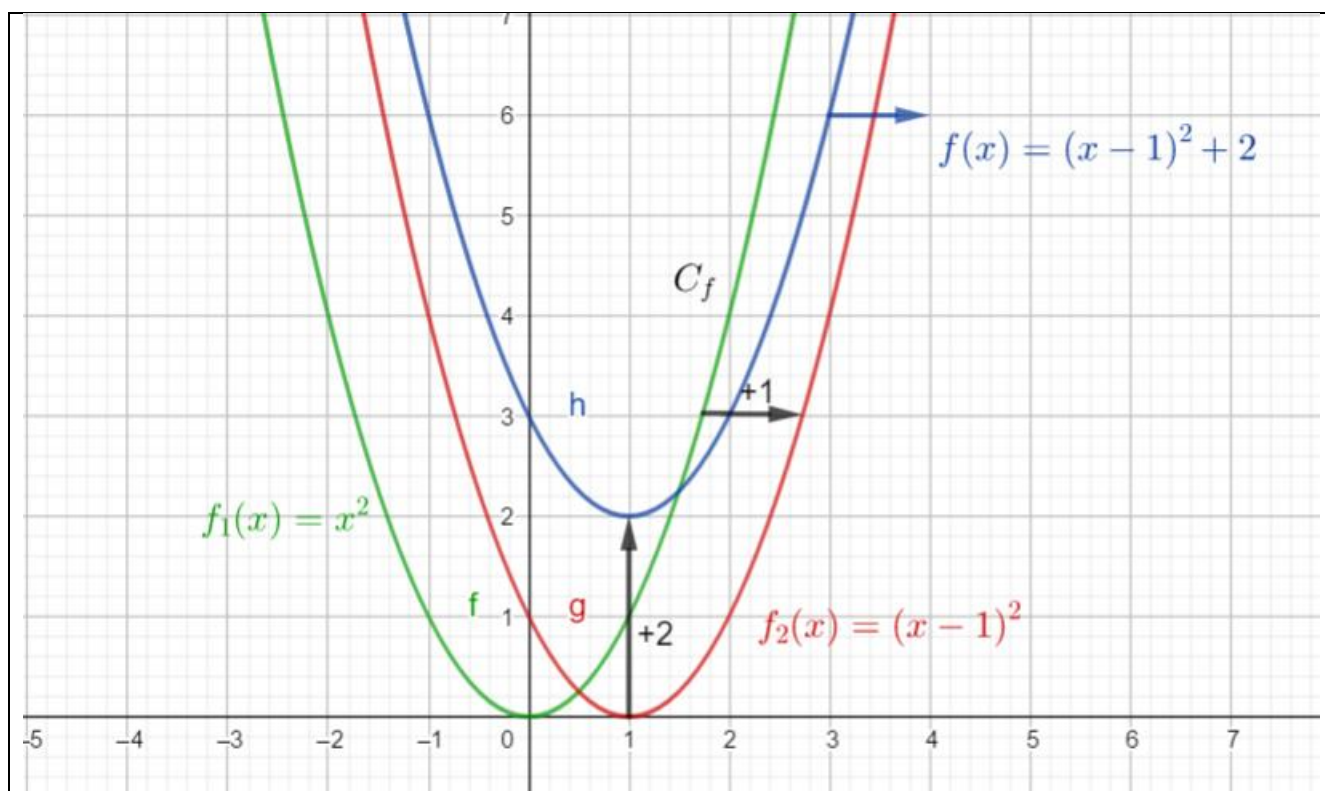
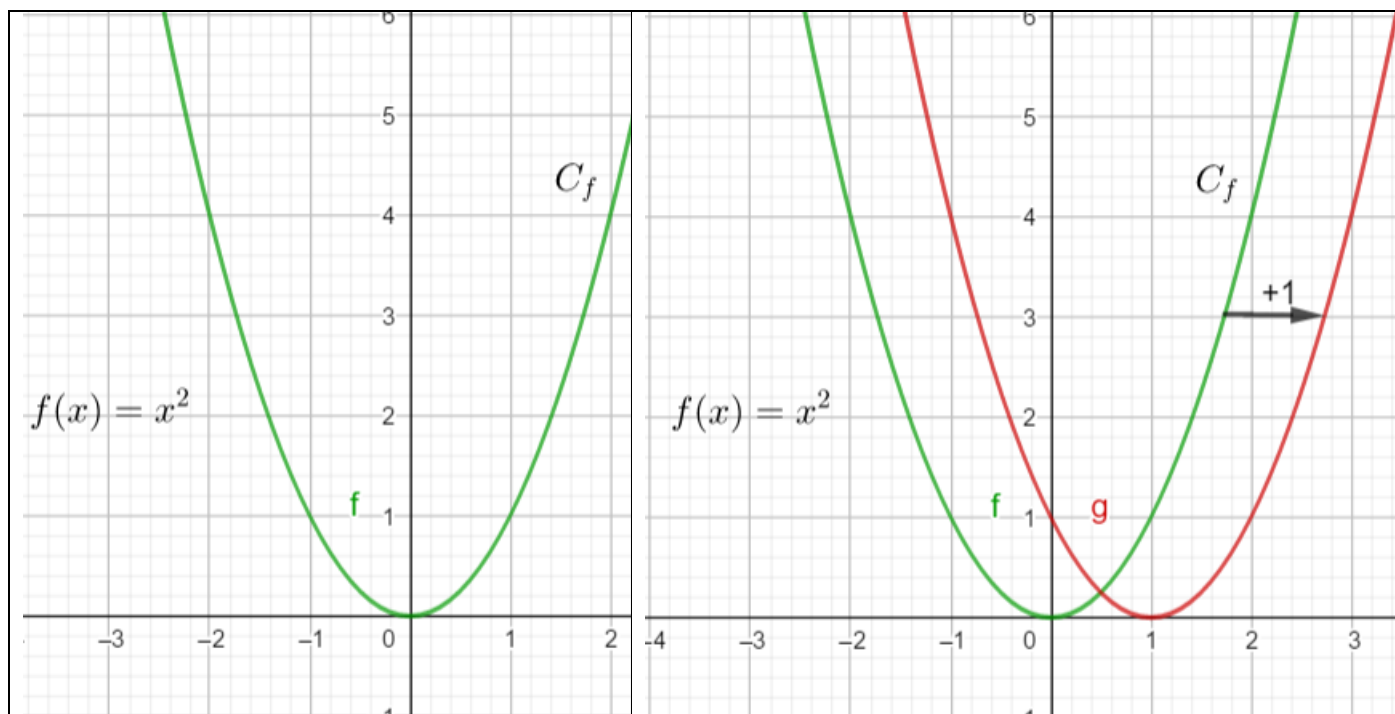


Θα σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης:  $f(x) = x^2 - 2x + 3$  με τη βοήθεια των μετατοπίσεων. Αρχικά θα αλλάξω τον τύπο της συνάρτησης για φανούν οι μετατοπίσεις.

$$f(x) = x^2 - 2x + 3 = x^2 - 2x + 1 + 2 = (x - 1)^2 + 2$$

Πρέπει πρώτα να σχεδιάσω τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = x^2$  την οποία θα μετατοπίσω στη συνέχεια κατά 1 προς τα δεξιά παράλληλα στον άξονα  $x'$  και στη συνέχεια 2 προς τα πάνω παράλληλα με τον άξονα  $y'$ .

Οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις δείχνουν τα βήματα που πρέπει να γίνουν με τη σειρά.



Η γραφική παράσταση με μπλε χρώμα είναι η τελική.

Η αλήθεια είναι ότι για να σχεδιάσουμε την γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής χρησιμοποιούμε μία πιο σύντομη διαδικασία.

Γνωρίζουμε ότι η γραφική παράσταση είναι μία **παραβολή** με την κορυφή της να έχει συντεταγμένες που δίνονται από τον τύπο :  $K\left(\frac{-\beta}{2\alpha}, f\left(\frac{-\beta}{2\alpha}\right)\right)$

$$\text{Άρα } \frac{-\beta}{2\alpha} = \frac{-(-2)}{2} = 1 \quad \text{άρα } K(1, f(1)) = (1, 2)$$

Στη συνέχεια βρίσκω τις συντεταγμένες μερικών ακόμη σημείων.

Επιλέγω να βρω τις τιμές της συνάρτησης για τιμές του  $x$  που είναι συμμετρικές της τετμημένης της κορυφής.

$$f(0) = 3 \qquad f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 3 = 3$$

$$f(-1) = (-1)^2 - 2(-1) + 3 = 6 \qquad f(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 + 3 = 6$$

Τοποθετώ τα σημεία αυτά σε σύστημα συντεταγμένων και σχεδιάζω την παραβολή.

