

Εκπαιδευτικό σενάριο: Εξισώσεις 1ου  
βαθμού

Φεβρουάριος – Μάρτιος 2011

Βασίλης Παπαγεωργίου

## 1. Τίτλος

### **Εξισώσεις 1ου βαθμού**

## 2. Ταυτότητα

- **Συγγραφέας:** Βασίλης Παπαγεωργίου
- **Γνωστική περιοχή των μαθηματικών:** Άλγεβρα
- **Θέμα:** Επίλυση εξισώσεων 1<sup>ου</sup> βαθμού

## 3. Σκεπτικό της δραστηριότητας

- **Καινοτομίες**

Η κεντρική ιδέα του σεναρίου στηρίζεται στη Δραστηριότητα 3 του σχολικού βιβλίου της Β' Γυμνασίου (σελ. 16) για την έννοια της εξίσωσης (βλ. φύλλο εργασίας). Η καινοτομία του σεναρίου είναι ότι η δραστηριότητα υποστηρίζεται από διαδικτυακή εφαρμογή που προσομοιώνει μια ζυγαριά στην οποία μπορούμε να εφαρμόζουμε τις απαραίτητες πράξεις ώστε να απομονωθεί ο άγνωστος.

- **Προστιθέμενη αξία**

Η διαδικτυακή δραστηριότητα αναδεικνύει συγκεκριμένες δράσεις οι οποίες δεν μπορούν να υλοποιηθούν με τα συμβατικά αναπαραστατικά μέσα (ή με αρκετή δυσκολία), όπως:

- η δυνατότητα απεικόνισης απλών εξισώσεων στη ζυγαριά
- ο έλεγχος της ισότητας (από την ισορροπία ή όχι της ζυγαριάς)
- η ευκαιρία πειραματισμού και λάθους προς γρήγορη επίλυση της εξίσωσης
- η προστασία από τυχόν πράξεις που δεν είναι δυνατές λόγω φυσικών περιορισμών του προβλήματος
- η επαλήθευση της σωστής λύσης με κατάλληλα μηνύματα από την πλευρά του προγράμματος

- **Γνωστικά – διδακτικά προβλήματα**

Οι εξισώσεις αποτελούν μια κλασική ενότητα προβληματισμού και αδυναμίας κατανόησης για τους μαθητές στο πεδίο της Άλγεβρας.

Συγκεκριμένες δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές:

- δεν αντιλαμβάνονται την έννοια της μεταβλητής και του αγνώστου
- μπερδεύουν την εξίσωση με απλή παράσταση γράφοντας τα αποτελέσματα πράξεων του ενός μέλους στο άλλο
- δεν μπορούν να ξεχωρίσουν το ένα από το άλλο μέλος
- κάνουν συχνά πράξεις μεταξύ ανόμοιων όρων
- εφαρμόζουν πράξεις μόνο στο ένα και όχι στο άλλο μέλος

#### 4. Πλαίσιο εφαρμογής

- **Σε ποιους απευθύνεται:** στους εκπαιδευόμενους της Β' τάξης του Σχολείου Δεύτερης Ευκαιρίας Βόλου (υλοποιήθηκε σε ηλικίες: 21 – 69) / (Β' Γυμνασίου του συμβατικού σχολείου)
- **Χρόνος υλοποίησης:** 4 διδακτικές ώρες (2 εργαστηριακές + 2 στην αίθουσα διδασκαλίας)
- **Χώρος υλοποίησης:** Εργαστήριο υπολογιστών (διαθέτει 14 υπολογιστές) και αίθουσα διδασκαλίας.
- **Προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών:**
  - Από τα Μαθηματικά:
    - Πράξεις φυσικών, ακεραίων και κλασμάτων
    - Έννοια της μεταβλητής
    - Επιμεριστική ιδιότητα
    - Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ)
  - Βασικές γνώσεις υπολογιστών:
    - βασικές λειτουργίες παραθύρων
    - χειρισμός ποντικιού: επιλογή, σύρσιμο & απόθεση (drag and drop)
    - χειρισμός πληκτρολογίου: πληκτρολόγηση αριθμών
    - αναζήτηση πληροφοριών στο διαδίκτυο
  - Κάποιες γνώσεις απλών λέξεων της Αγγλικής

- **Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία:**

- υπολογιστές
- projector
- αριθμομηχανή
- φύλλα εργασίας
- το διαδίκτυο
- οποιοσδήποτε Περιηγητής Διαδικτύου (chrome, firefox, explorer)
- πίνακας

- **Κοινωνική ενορχήστρωση της τάξης:**

Το σενάριο υλοποιήθηκε στα 3 τμήματα της Β' τάξης του ΣΔΕ. Οι εκπαιδευόμενοι δεν υπερβαίνουν τους 13 ανά τμήμα. Ο κάθε εκπαιδευόμενος έχει τον δικό του υπολογιστή για την προσωπική εξάσκηση ενώ υπάρχει ταυτόχρονα συνεργασία σε μικρές ομάδες των 2-3 ατόμων.

Οι **εκπαιδευόμενοι** εργάζονται ατομικά (όσον αφορά τον υπολογιστή του καθενός) και συλλογικά παρέχοντας υποστήριξη σε όσους δυσκολεύονται ή μένουν πίσω σε κάποια δραστηριότητα, και ανταλλάσσοντας απόψεις και ιδέες μέσα στην ομάδα για την ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων.

4

*[Στην περίπτωση του συμβατικού σχολείου (20-30 μαθητές) θα υπάρχει προφανώς ένας υπολογιστής ανά 2-3 άτομα αντίστοιχα και οι μαθητές θα εργάζονται εκ περιτροπής στα διάφορα βήματα των δραστηριοτήτων.]*

Ο **ρόλος του διδάσκοντα** είναι συντονιστικός / υποστηρικτικός. Αφού δώσει κάποιες αρχικές κατευθυντήριες γραμμές, η παρουσία του στην τάξη γίνεται διακριτική, περνώντας από κάθε ομάδα και παρέχοντας συμβουλές και υποδείξεις όπου ζητηθεί. Στην περίπτωση που οι εκπαιδευόμενοι «κολλήσουν» σε κάποια δραστηριότητα, επεμβαίνει και καθοδηγεί κατάλληλα με ερωτήσεις.

- **Εκπαιδευτικές Τεχνικές:**

- Ερωταπαντήσεις
- Ομαδοσυνεργατική άσκηση
- Πειραματισμός μέσω καθοδηγούμενης ανακάλυψης

- **Σκοπός του σεναρίου:**

- κατανόηση της έννοιας της εξίσωσης 1<sup>ου</sup> βαθμού
- επίλυση της εξίσωσης
- επαλήθευση της λύσης
- έλεγχος επαλήθευσης προτεινόμενης λύσης

- **Διδακτικοί στόχοι των δραστηριοτήτων:**

- σε **επίπεδο γνώσεων** οι εκπαιδευόμενοι να μπορούν να:
  - αναγνωρίζουν τον άγνωστο σε δοσμένη εξίσωση
  - περιγράφουν τα βήματα επίλυσης
  - διακρίνουν τους γνωστούς από τους άγνωστους όρους
  - ξεχωρίζουν τους όμοιους από τους ανόμοιους όρους
  - κάνουν απαλοιφή παρενθέσεων με την επιμεριστική ιδιότητα
  - κάνουν απαλοιφή παρανομαστών με βάση το ΕΚΠ
  - μεταφέρουν όρους από το ένα μέλος στο άλλο αλλάζοντας το πρόσημο
  - κατανοούν βασικούς κανόνες και ιδιότητες των εξισώσεων
- σε **επίπεδο δεξιοτήτων** οι εκπαιδευόμενοι να μπορούν να:
  - υιοθετούν πρακτικές και τρόπους σκέψης και επίλυσης προβλημάτων
  - αποδέχονται συμπεράσματα βάσει επαλήθευσης
  - κρίνουν τον καλύτερο / συντομότερο / απλούστερο τρόπο επίλυσης
  - εκτιμούν συμπεράσματα και ιδιότητες
  - ενθαρρύνουν συνεκπαιδευόμενους που δυσκολεύονται
  - υποστηρίζουν ισχυρισμούς με βάση ιδιότητες
  - απορρίπτουν υποθέσεις μετά από επαλήθευση
- σε **επίπεδο στάσεων / συμπεριφορών** οι εκπαιδευόμενοι να μπορούν να:
  - επικοινωνούν με μαθηματική γλώσσα και εκφράσεις
  - είναι δεκτικοί σε άλλους τρόπους σκέψης
  - συνεργάζονται με κοινό στόχο για την επίλυση προβλημάτων
  - εκφράζουν προβληματισμούς και απορίες
  - νοιώθουν μέλη μιας ομάδας

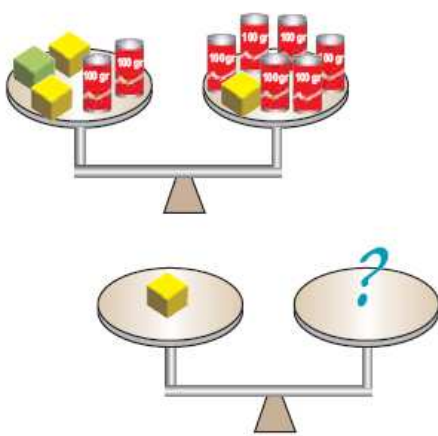
Εκπαιδευτικό σενάριο: Εξισώσεις 1ου βαθμού

- αναλαμβάνουν διαφορετικούς ρόλους μέσα στην ομάδα / τάξη
- μην απογοητεύονται σε περίπτωση λάθους

## 5. Ανάλυση της δραστηριότητας

Το σενάριο θα υλοποιηθεί σε 2 φάσεις (σε παρένθεση οι απαιτούμενες διδακτικές ώρες):

### Φάση 1: Σχηματισμός και επίλυση εξισώσεων στο εργαστήριο υπολογιστών (2)



#### Η έννοια της εξίσωσης

#### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3

Η διπλανή ζυγαριά ισορροπεί! Μπορείτε να βρείτε πόσο ζυγίζει ένας κύβος; Τα βαρίδια ζυγίζουν 100 γραμμάρια το καθένα.

Για να λύσουμε το παραπάνω πρόβλημα, θα πρέπει να προσπαθήσουμε να απομονώσουμε στον ένα δίσκο της ζυγαριάς έναν κύβο, φροντίζοντας όμως η ζυγαριά να ισορροπεί.

6

Αρχικά γίνεται ανάγνωση της Δραστηριότητας 3 από το [Φύλλο εργασίας 14](#) ως έναυσμα για προβληματισμό. Υπάρχει περίπτωση κάποιοι μαθητές να υπολογίσουν με γρήγορες δοκιμές την λύση της εξίσωσης, οπότε θα πρέπει να τονιστεί η ανάγκη της διαδικασίας επίλυσης και το γεγονός ότι μας ενδιαφέρει και η «διαδρομή» (επίλυση) και ο «τελικός προορισμός» (λύση). Εξάλλου, οι αριθμοί ενός προβλήματος δεν είναι πάντα οι πιο απλοί ώστε να επιτρέπουν δοκιμές.

Οι μαθητές καθοδηγούνται με κατάλληλες ερωτήσεις στη «μετάφραση» του προβλήματος της ζυγαριάς που ισορροπεί σε μια εξίσωση, π.χ.

- «Πώς μπορούμε να συμβολίσουμε το βάρος κάθε κύβου; (είναι άγνωστο άρα δεν μας καλύπτει κανένας συγκεκριμένος αριθμός)»
- «Πόσους κύβους έχουμε στο αριστερό κομμάτι της ζυγαριάς; Πόσους στο δεξιό;»
- «Πόσα βαρίδια έχουμε στο αριστερό κομμάτι της ζυγαριάς; Πόσα στο δεξιό;»

Με αυτό τον τρόπο σχηματίζεται η ζητούμενη εξίσωση:

$$3 \text{ κύβοι άγνωστου βάρους} + 2 \text{ γνωστά βαρίδια} = 1 \text{ κύβος} + 6 \text{ βαρίδια} \quad (3x + 2 = 1x + 6)$$

Στη συνέχεια οι εκπαιδευόμενοι καλούνται να ανοίξουν οποιοδήποτε περιηγητή διαδικτύου και να επισκεφθούν τη διεύθυνση:

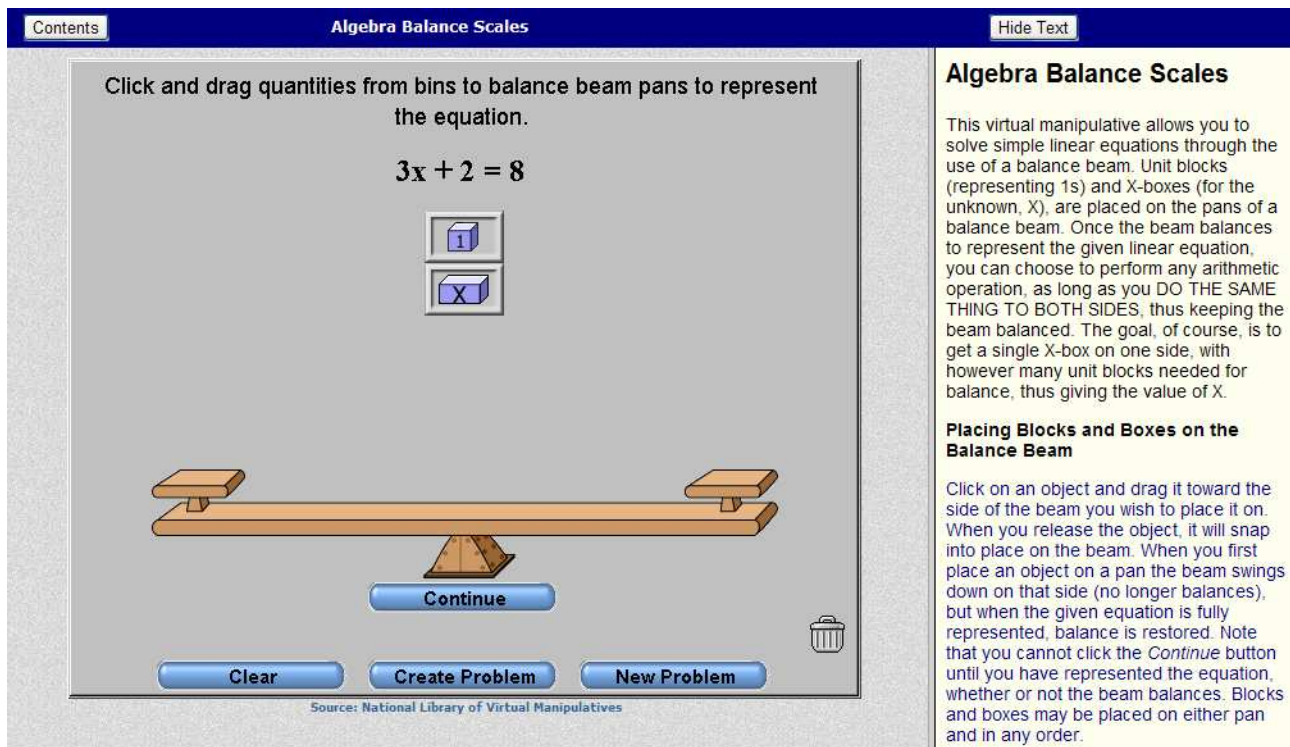
[http://enlvm.usu.edu/ma/nav/activity.jsp?sid=nlvm&cid=4\\_2&lid=201](http://enlvm.usu.edu/ma/nav/activity.jsp?sid=nlvm&cid=4_2&lid=201)

Ο διδάσκων έχει κάνει την απαραίτητη προετοιμασία ώστε ο παραπάνω σύνδεσμος, και όποιος άλλος χρειαστεί, να είναι ήδη αποθηκευμένος στα αγαπημένα του περιηγητή ή να είναι διαθέσιμος μέσω τοπικού δικτύου στον κεντρικό υπολογιστή του εργαστηρίου.

Εναλλακτικά, οι μαθητές μπορούν να καθοδηγηθούν μέσω μηχανής αναζήτησης με λέξη κλειδί: **enlvm** (ο πρώτος διαθέσιμος σύνδεσμος που θα εμφανιστεί είναι η σελίδα του Πανεπιστημίου της Utah) και στη συνέχεια σταδιακά να επιλέξουν:

**Browse Resources → NLVM Activities → Algebra 9-12 → Algebra Balance Scales**

(Στη συνέχεια θα χρησιμοποιηθεί και η επιλογή -> *Algebra Balance Scales - Negatives*)



**Algebra Balance Scales**

This virtual manipulative allows you to solve simple linear equations through the use of a balance beam. Unit blocks (representing 1s) and X-boxes (for the unknown, X), are placed on the pans of a balance beam. Once the beam balances to represent the given linear equation, you can choose to perform any arithmetic operation, as long as you DO THE SAME THING TO BOTH SIDES, thus keeping the beam balanced. The goal, of course, is to get a single X-box on one side, with however many unit blocks needed for balance, thus giving the value of X.

**Placing Blocks and Boxes on the Balance Beam**

Click on an object and drag it toward the side of the beam you wish to place it on. When you release the object, it will snap into place on the beam. When you first place an object on a pan the beam swings down on that side (no longer balances), but when the given equation is fully represented, balance is restored. Note that you cannot click the *Continue* button until you have represented the equation, whether or not the beam balances. Blocks and boxes may be placed on either pan and in any order.

Στη οθόνη εμφανίζεται μια τυχαία εξίσωση.

Το κουμπί **Create Problem** μας δίνει τη δυνατότητα να συνθέσουμε την εξίσωση της επιλογής μας. Οι μαθητές καλούνται να δηλώσουν στα κενά τους συντελεστές της εξίσωσης (3, 2, 1, 6) της δραστηριότητας (υποστηρίζονται μόνο φυσικοί εδώ).

## Εκπαιδευτικό σενάριο: Εξισώσεις 1ου βαθμού

Όταν οι μαθητές δηλώσουν τους απαραίτητους συντελεστές, πατάνε το κουμπί **Begin** το οποίο τους μεταφέρει στο περιβάλλον μιας ζυγαριάς, εμφανίζοντας παράλληλα την ζητούμενη εξίσωση προς επίλυση.

The screenshot shows the 'Algebra Balance Scales' interface. At the top, there are 'Contents' and 'Hide Text' buttons. The main area contains the instruction: 'Click and drag quantities from bins to balance beam pans to represent the equation.' Below this, a text box asks the user to 'Enter an equation of the form  $Ax + B = Cx + D$ , where A, B, C, and D are non-negative integers. For a single x, type 1 as the coefficient.' The equation input area shows four empty boxes:  $\square \cdot x + \square = \square \cdot x + \square$ . Below the input area are buttons for 'Clear', 'Begin', and 'Cancel'. A 'Continue' button is positioned below a balance beam icon. At the bottom, there are buttons for 'Clear', 'Create Problem', and 'New Problem', along with a trash icon. The source is cited as 'National Library of Virtual Manipulatives'.

### Algebra Balance Scales

This virtual manipulative allows you to solve simple linear equations through the use of a balance beam. Unit blocks (representing 1s) and X-boxes (for the unknown, X), are placed on the pans of a balance beam. Once the beam balances to represent the given linear equation, you can choose to perform any arithmetic operation, as long as you DO THE SAME THING TO BOTH SIDES, thus keeping the beam balanced. The goal, of course, is to get a single X-box on one side, with however many unit blocks needed for balance, thus giving the value of X.

#### Placing Blocks and Boxes on the Balance Beam

Click on an object and drag it toward the side of the beam you wish to place it on. When you release the object, it will snap into place on the beam. When you first place an object on a pan the beam swings down on that side (no longer balances), but when the given equation is fully represented, balance is restored. Note that you cannot click the *Continue* button until you have represented the equation, whether or not the beam balances. Blocks and boxes may be placed on either pan and in any order.

8

Για την απεικόνιση της εξίσωσης στη ζυγαριά θεωρούμε ότι το 2 και το 6 συμβολίζουν 200 και 600 γραμμάρια αντίστοιχα (δηλαδή θα βρούμε τον άγνωστο σε 100άδες γραμμαρίων).

The screenshot shows the 'Algebra Balance Scales' interface with the equation  $3x + 2 = x + 6$  displayed. Above the equation, there are two bins containing unit blocks (1s) and X-boxes. Below the equation, a balance beam is shown with two pans. A 'Continue' button is positioned below the balance beam. At the bottom, there are buttons for 'Clear', 'Create Problem', and 'New Problem', along with a trash icon. The source is cited as 'National Library of Virtual Manipulatives'.

### Algebra Balance Scales

This virtual manipulative allows you to solve simple linear equations through the use of a balance beam. Unit blocks (representing 1s) and X-boxes (for the unknown, X), are placed on the pans of a balance beam. Once the beam balances to represent the given linear equation, you can choose to perform any arithmetic operation, as long as you DO THE SAME THING TO BOTH SIDES, thus keeping the beam balanced. The goal, of course, is to get a single X-box on one side, with however many unit blocks needed for balance, thus giving the value of X.

#### Placing Blocks and Boxes on the Balance Beam

Click on an object and drag it toward the side of the beam you wish to place it on. When you release the object, it will snap into place on the beam. When you first place an object on a pan the beam swings down on that side (no longer balances), but when the given equation is fully represented, balance is restored. Note that you cannot click the *Continue* button until you have represented the equation, whether or not the beam balances. Blocks and boxes may be placed on either pan and in any order.



## Εκπαιδευτικό σενάριο: Εξισώσεις 1ου βαθμού

Οι μαθητές θα πρέπει να σχηματίσουν την εξίσωση πάνω στη ζυγαριά, να μεταφέρουν δηλαδή (drag and drop) τα διάφορα βάρη που συμβολίζουν τους γνωστούς και τους αγνώστους στα αντίστοιχα μέλη.

Contents
Algebra Balance Scales
Hide Text

Click and drag quantities from bins to balance beam pans to represent the equation.

$$3x + 2 = x + 6$$

Continue

Clear    Create Problem    New Problem

Source: National Library of Virtual Manipulatives

### Algebra Balance Scales

This virtual manipulative allows you to solve simple linear equations through the use of a balance beam. Unit blocks (representing 1s) and X-boxes (for the unknown, X), are placed on the pans of a balance beam. Once the beam balances to represent the given linear equation, you can choose to perform any arithmetic operation, as long as you DO THE SAME THING TO BOTH SIDES, thus keeping the beam balanced. The goal, of course, is to get a single X-box on one side, with however many unit blocks needed for balance, thus giving the value of X.

#### Placing Blocks and Boxes on the Balance Beam

Click on an object and drag it toward the side of the beam you wish to place it on. When you release the object, it will snap into place on the beam. When you first place an object on a pan the beam swings down on that side (no longer balances), but when the given equation is fully represented, balance is restored. Note that you cannot click the *Continue* button until you have represented the equation, whether or not the beam balances. Blocks and boxes may be placed on either pan and in any order.

9

Contents
Algebra Balance Scales
Hide Text

Solve for x using the operations below, keeping the beam balanced.

$$3x + 2 = x + 6$$

Create Problem    New Problem

Source: National Library of Virtual Manipulatives

### Algebra Balance Scales

This virtual manipulative allows you to solve simple linear equations through the use of a balance beam. Unit blocks (representing 1s) and X-boxes (for the unknown, X), are placed on the pans of a balance beam. Once the beam balances to represent the given linear equation, you can choose to perform any arithmetic operation, as long as you DO THE SAME THING TO BOTH SIDES, thus keeping the beam balanced. The goal, of course, is to get a single X-box on one side, with however many unit blocks needed for balance, thus giving the value of X.

#### Placing Blocks and Boxes on the Balance Beam

Click on an object and drag it toward the side of the beam you wish to place it on. When you release the object, it will snap into place on the beam. When you first place an object on a pan the beam swings down on that side (no longer balances), but when the given equation is fully represented, balance is restored. Note that you cannot click the *Continue* button until you have represented the equation, whether or not the beam balances. Blocks and boxes may be placed on either pan and in any order.

## Εκπαιδευτικό σενάριο: Εξισώσεις 1ου βαθμού

Αν η εξίσωση δεν έχει «μεταφραστεί» σωστά, στη ζυγαριά δεν θα υπάρχει ισορροπία, οπότε δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να ελέγξουν αν είναι στο σωστό δρόμο. Συνεχίζουμε πατώντας το κουμπί: **Continue**.

Στο επόμενο βήμα – το πιο βασικό – οι μαθητές καλούνται να περάσουν στην επίλυση της εξίσωσης εφαρμόζοντας συγκεκριμένες πράξεις και στα δυο μέρη της ζυγαριάς.

Δίνοντας κατάλληλες ερωτήσεις καθοδηγούμε τους εκπαιδευόμενους να:

- Αφαιρέσουν από τα δυο μέρη της ζυγαριάς τους γνωστούς που περισσεύουν (  $- 2$  )
- Αφαιρέσουν από τα δυο μέρη της ζυγαριάς τους αγνώστους που περισσεύουν (  $- x$  )
- Απομονώσουν τον άγνωστο (εδώ έχει γίνει ήδη τυχαία)
- Διαιρέσουν με το συντελεστή του αγνώστου ( :  $2$  )

Μετά από κάθε πράξη πατάμε το κουμπί: **Go!**

Είναι σημαντικό κατά τη διάρκεια των παραπάνω βημάτων να χρησιμοποιούμε παράλληλα τον πίνακα ώστε οι μαθητές να συνηθίσουν και τον κλασικό τρόπο γραφής κατά την επίλυση των εξισώσεων. Επίσης βασικό, δίπλα από κάθε γραμμή να αναφέρουμε την ονομασία των βημάτων επίλυσης και την σημασία αυτής της ονομασίας σε σχέση με τις ενέργειες που εκτελούμε, όπως π.χ. «χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους», «κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων», «διαιρούμε με τον συντελεστή του αγνώστου».

**Algebra Balance Scales**

Solve for  $x$  using the operations below, keeping the beam balanced.

$$3x + 2 = x + 6$$

$3x = x + 4$   
 $2x = 4$   
 $x = 2$

Divide both sides by:  **Go!**

**x = 2**

**Correct!**

**Algebra Balance Scales**

This virtual manipulative allows you to solve simple linear equations through the use of a balance beam. Unit blocks (representing 1s) and X-boxes (for the unknown, X), are placed on the pans of a balance beam. Once the beam balances to represent the given linear equation, you can choose to perform any arithmetic operation, as long as you DO THE SAME THING TO BOTH SIDES, thus keeping the beam balanced. The goal, of course, is to get a single X-box on one side, with however many unit blocks needed for balance, thus giving the value of X.

**Placing Blocks and Boxes on the Balance Beam**

Click on an object and drag it toward the side of the beam you wish to place it on. When you release the object, it will snap into place on the beam. When you first place an object on a pan the beam swings down on that side (no longer balances), but when the given equation is fully represented, balance is restored. Note that you cannot click the *Continue* button until you have represented the equation, whether or not the beam balances. Blocks and boxes may be placed on either pan and in any order.

Source: National Library of Virtual Manipulatives

Εκπαιδευτικό σενάριο: Εξισώσεις 1ου βαθμού

Κατά τη διάρκεια της επίλυσης είναι καλό να γίνει αναφορά στις ιδιότητες που εφαρμόζουμε (στη συγκεκριμένη είχαμε μόνο αφαίρεση και διαίρεση) ως αναγκαία λογικά βήματα διατήρησης της ισότητας και σε σχέση με την πραγματική ζωή (αν αφαιρέσουμε μεγαλύτερη ποσότητα από το ένα μέρος μιας ζυγαριάς δεν θα ισορροπεί πλέον).

Η ιστοσελίδα εμφανίζει την ένδειξη: «**Correct**» όταν η εξίσωση έχει επιλυθεί.

Για το υπόλοιπο της ώρας οι μαθητές μπορούν να εξασκηθούν σε ερωτήματα της **Άσκησης 2** του φύλλου εργασίας (εξισώσεις απλής μορφής, παρόμοια με τη δραστηριότητα 3) στο τετράδιό τους, αλλά να χρησιμοποιούν και τη διαδικτυακή δραστηριότητα για βοήθεια και επαλήθευση.

Η δεύτερη διδακτική ώρα στο εργαστήριο διατίθεται για τη γενίκευση της παραπάνω δραστηριότητας στους ακέραιους αριθμούς.

Χρησιμοποιούμε το σύνδεσμο:

[http://enlvm.usu.edu/ma/nav/activity.jsp?sid=nlvm&cid=4\\_2&lid=324](http://enlvm.usu.edu/ma/nav/activity.jsp?sid=nlvm&cid=4_2&lid=324)

ο οποίος έχει ως βασική διαφορά την ύπαρξη μπαλονιών (συμβολίζουν τους αρνητικούς) εκτός από βαρίδια. Η ροή της δραστηριότητας είναι η ίδια με πριν, δίνοντας επιλογή στους μαθητές να επιλύσουν την τυχαία διαθέσιμη εξίσωση που προτείνει η ιστοσελίδα ή να σχηματίσουν μια δικιά τους.

11

Click and drag quantities from bins to balance beam pans to represent the equation.

$$3x - 4 = -2x + 6$$

**Algebra Balance Scales - Negatives**

This virtual manipulative allows you to solve simple linear equations through the use of a balance beam. Unit blocks (representing 1s) and X-boxes (for the unknown, X), are placed on the pans of a balance beam. Once the beam balances to represent the given linear equation, you can choose to perform any arithmetic operation with whole numbers and multiples of the variable 'x', as long as you DO THE SAME THING TO BOTH SIDES, thus keeping the beam balanced. The goal, of course, is to get a single X-box on one side, with however many unit blocks needed for balance, thus giving the value of X.

**Placing Blocks and Boxes on the Balance Beam**

Click on an arrow beside the appropriate bin places the block or X-box on the pan the arrow points toward. When you first place an object on a pan the beam swings down on that side (no longer balances), but when the given equation is fully represented, balance is restored. Note that you cannot click the *Continue* button until you have represented the equation, whether or not the beam balances. Blocks

Source: National Library of Virtual Manipulatives

Εκπαιδευτικό σενάριο: Εξισώσεις 1ου βαθμού

Σε αυτή τη δραστηριότητα δίνεται η ευκαιρία στους εκπαιδευόμενους να σχηματίσουν εξισώσεις με ακέραιους αριθμούς και να εφαρμόσουν όλες τις διαθέσιμες πράξεις.

Τα μπαλόνια της εφαρμογής αποτελούν πολύ καλή επιλογή για να κατανοήσουν οι μαθητές τους αρνητικούς συντελεστές και αριθμούς αφού με αυτό τον συμβολικό τρόπο ελαφραίνουν τη ζυγαριά.

## **Φάση 2: Επίλυση εξισώσεων στη σχολική αίθουσα (2)**

Στη 2<sup>η</sup> φάση του σεναρίου γίνεται εξάσκηση στις υπόλοιπες ασκήσεις του φύλλου εργασίας:

- σε ομάδες των 2-3 ατόμων στο τετράδιο ώστε να δοθεί η απαραίτητη ευκαιρία για ομαδοσυνεργατική μάθηση
- στον πίνακα της σχολικής αίθουσας ώστε να υπάρχει συλλογική σκέψη από όλη την τάξη και δυνατότητα επίλυσης αποριών και ελέγχου της διαδικασίας επίλυσης

Επιπλέον, οι εξισώσεις των ασκήσεων του φύλλου εργασίας δίνουν την ευκαιρία για εξάσκηση στις εξής έννοιες:

- άσκηση 1: επαλήθευση προτεινόμενης λύσης εξίσωσης
- άσκηση 3: επιμεριστική ιδιότητα
- άσκηση 4: ιδιότητα χιαστί
- άσκηση 5: απαλοιφή παρονομαστών / ομώνυμα κλάσματα

Οι ασκήσεις σταδιακά αυξάνουν σε δυσκολία. Αν οι μαθητές έχουν αρκετές δυσκολίες στην επίλυση, είναι καλό ένα παράδειγμα να επιλύεται στον πίνακα με την συμμετοχή όλων πριν την ομαδοσυνεργατική εξάσκηση.

Δεν είναι απαραίτητο να λυθούν όλες οι ασκήσεις αλλά είναι καλό να γίνει εξάσκηση από τους μαθητές σε τουλάχιστον μια από κάθε κατηγορία.

## 6. Αξιολόγηση - Επέκταση του σεναρίου

Τα αποτελέσματα υλοποίησης του σεναρίου ήταν πολύ καλά. Οι εκπαιδευόμενοι έδειξαν ενθουσιασμό ιδιαίτερα για τις διαδικτυακές εφαρμογές, ακόμα και αυτοί που δεν συμμετείχαν πριν σχεδόν καθόλου στην σχολική αίθουσα. Υπήρξαν μαθητές/τριες που ζήτησαν τις διευθύνσεις της διαδικτυακής εφαρμογής για να ασχοληθούν στο σπίτι και στο εργαστήριο υπολογιστών σε διδακτικές ώρες εκτός των μαθηματικών.

Η επίλυση μέσω υπολογιστών δεν φάνηκε να δυσκολεύει ιδιαίτερα τους μαθητές και όσα μικρά «κολλήματα» εμφανίστηκαν, οφείλονταν κυρίως σε άγνωστες αγγλικές λέξεις και σε θέματα πληροφορικής και χειρισμού των υπολογιστών και όχι στα μαθηματικά.

Όσον αφορά την εργασία στη σχολική τάξη, το ενδιαφέρον ήταν επίσης υψηλό, αλλά η αδυναμία εξάσκησης στο σπίτι, τα κενά στις προαπαιτούμενες έννοιες και οι πολλές ώρες που διατίθενται για άλλες δραστηριότητες στο σχολείο επηρέασαν με άσχημο τρόπο την απόδοση των μαθητών, οι οποίοι σε αυτή την περίπτωση χάνουν την αίσθηση της συνέχειας.

Τα σημεία που δυσκόλεψαν περισσότερο τους μαθητές κατά την εξάσκηση στη σχολική αίθουσα ήταν:

- τα κλάσματα (ιδιαίτερα η απαλοιφή παρονομαστών)
- ο τρόπος γραφής (υπάρχει ακόμα μικρή σύγχυση μεταξύ εξίσωσης και παράστασης)
- θέματα απλοποίησης (ιδιαίτερα κατά την απαλοιφή παρονομαστών)

### Προτάσεις για την περαιτέρω επέκταση του σεναρίου

- Προβλήματα με εξισώσεις
- Χρήση διαδικτυακών εφαρμογών ώστε να καλύπτουν και την περίπτωση κλασμάτων και δεκαδικών αριθμών

## 7. Βιβλιογραφία

- ΥΠΕΠΘ/Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Μαθηματικά Β' Γυμνασίου. Βιβλίο μαθητή, (σελ. 15-21). Αθήνα: ΟΕΔΒ
- ΥΠΕΠΘ/Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Σχέδια διδασκαλίας και υποστηρικτικό υλικό για μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες – Τεύχος Β, (σελ. 3-4), Μ. Τζεκάκη σε συνεργασία με Π. Σταγιόπουλο, Γ. Μπαραλό
- ΥΠΔΒΜ, (2010), Επιμορφωτικό υλικό για την επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στα ΚΣΕ, Τεύχος 4: κλάδος ΠΕ03, Πάτρα, ΕΑΙΤΥ

### Διευθύνσεις στο διαδίκτυο (6/6/2011):

[http://enlvm.usu.edu/ma/nav/activity.jsp?sid=nlvm&cid=4\\_2&lid=201](http://enlvm.usu.edu/ma/nav/activity.jsp?sid=nlvm&cid=4_2&lid=201)

[http://enlvm.usu.edu/ma/nav/activity.jsp?sid=nlvm&cid=4\\_2&lid=324](http://enlvm.usu.edu/ma/nav/activity.jsp?sid=nlvm&cid=4_2&lid=324)

## Περιεχόμενα

1. Τίτλος.....	2	14
Εξισώσεις 1ου βαθμού .....	2	
2. Ταυτότητα.....	2	
3. Σκεπτικό της δραστηριότητας .....	2	
4. Πλαίσιο εφαρμογής.....	3	
5. Ανάλυση της δραστηριότητας.....	6	
Φάση 1: Σχηματισμός και επίλυση εξισώσεων στο εργαστήριο υπολογιστών (2) .....	6	
Φάση 2: Επίλυση εξισώσεων στη σχολική αίθουσα (2).....	12	
6. Αξιολόγηση - Επέκταση του σεναρίου .....	13	
7. Βιβλιογραφία.....	14	