1) Μικρή σφαίρα βάλλεται από ύψος h με οριζόντια ταχύτητα $υ_0$. Μια ίδια σφαίρα βάλλεται από ύψος h / 2 με την ίδια οριζόντια ταχύτητα $υ_0$.
Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Έστω t_1 και t_2 οι χρόνοι που χρειάζεται η πρώτη και η δεύτερη σφαίρα αντίστοιχα να φτάσουν στο έδαφος. Αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα, τότε ισχύει:
α. $t_1 / t_2 = \sqrt{2}$, **β.** $t_1 / t_2 = 1$, **γ.** $t_1 / t_2 = \sqrt{2} / 2$.
Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

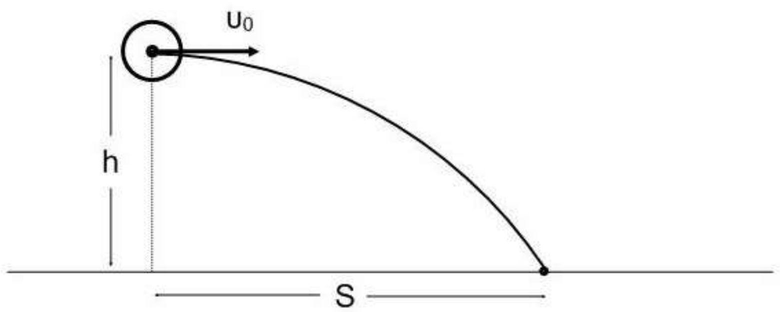
Λύση

Α.
Σωστή είναι η επιλογή α.
Β.
Ο χρόνος κίνησης του σώματος στην οριζόντια βολή (ο χρόνος για να συναντήσει το σώμα το οριζόντιο επίπεδο) εξαρτάται από το ύψος βολής h και την επιτάχυνση της βαρύτητας g. Ο χρόνος κίνησης δεν εξαρτάται ούτε από την μάζα, ούτε την αρχική ταχύτητα του σώματος.
Για την σφαίρα (1) :
$h_1 = ½·g·t_1^2$ …(I)
Για την σφαίρα (2) :
$h_2 = ½·g·t_2^2$ …(II)
Διαιρούμε τις σχέσεις (I) και (II) κατά μέλη :
$h_1 / h_2 = (½·g·t_1^2) / (½·g·t_2^2) \Rightarrow t_1^2 / t_2^2 = h_1 / h_2 \Rightarrow t_1^2 / t_2^2 = h / (h / 2) \Rightarrow t_1^2 / t_2^2 = 2 \Rightarrow t_1 / t_2 = \sqrt{2}$.

2) Ένα βομβαρδιστικό αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος h πάνω από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα $υ_0$. Κάποια χρονική στιγμή t = 0 αφήνεται να πέσει από το αεροπλάνο μία βόμβα. Η βόμβα φτάνει στο έδαφος μετά από χρόνο t = 4 s. Το βομβαρδιστικό αεροπλάνο εξακολουθώντας την οριζόντια κίνησή του στο ίδιο ύψος h, αυξάνει την ταχύτητά του σε $2·υ_0$ και στη συνέχεια κινείται με αυτή την ταχύτητα. Κάποια επόμενη χρονική στιγμή αφήνεται να πέσει από το αεροπλάνο μία δεύτερη βόμβα.
Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.
Η βόμβα φτάνει στο έδαφος μετά από χρόνο:
α. $t_1 = 2$ s , **β.** $t_1 = 8$ s , **γ.** $t_1 = 4$ s .
Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας .
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

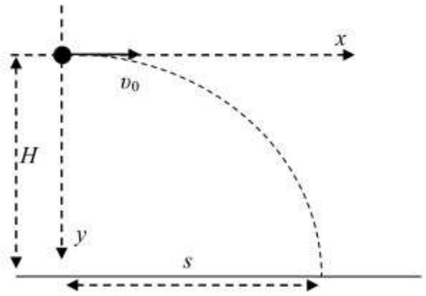
Λύση

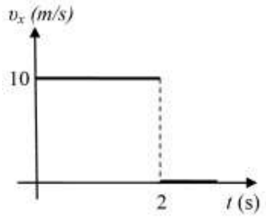
B_1.
Α.
Σωστή επιλογή είναι η γ .
Β.
Και οι δύο βόμβες εκτελούν οριζόντια βολή από το ίδιο ύψος h, άρα έχουν την ίδια κατακόρυφη μετατόπιση y = h . Η οριζόντια ταχύτητα είναι διαφορετική για τις δύο βόμβες.

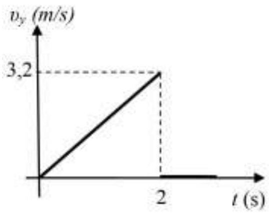


Στον άξονα y η βόμβα εκτελεί ελεύθερη πτώση με y = h :
$h = ½·g·t^2 \Rightarrow t = \sqrt{(2·h / g)}$, παρατηρούμε ότι ο χρόνος κίνησης της βόμβας δεν εξαρτάται από την αρχική ταχύτητα. Άρα $t_1 = t \Rightarrow t_1 = 4$ s .

3) Τα διαγράμματα που ακολουθούν αναφέρονται στην περίπτωση μιας οριζόντιας βολής στη Σελήνη που γίνεται από ύψος H, και αφορούν τις συνιστώσες της ταχύτητας κατά μήκος των αξόνων x και y. Θεωρούμε ότι το σώμα που εκτελεί την οριζόντια βολή, ακινητοποιείται στιγμιαία μόλις φτάνει στο σεληνιακό έδαφος, όπως φαίνεται και από τα διαγράμματα.





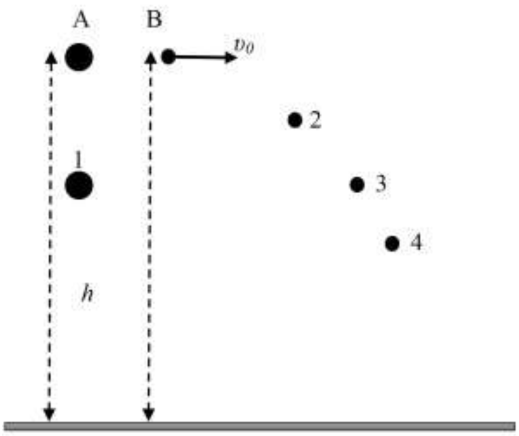


Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Οι τιμές της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης, του ύψους Η και της οριζόντιας απόστασης S στην οποία το σώμα χτυπά στο έδαφος είναι αντιστοίχως :
α. 10 m / s^2 , 10 m , 2 m , **β.** 1,6 m / s^2 , 3,2 m , 20 m , **γ.** 1,6 m / s^2 , 2 m , 10 m .
Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

Α.
Σωστή επιλογή είναι η β .
Β.
Δίνονται τα διαγράμματα των συνιστωσών ταχυτήτων σε μια οριζόντια βολή που γίνεται σε ύψος Η από την επιφάνεια της Σελήνης .
Από τα δύο διαγράμματα των υ_x και υ_y διαπιστώνουμε ότι ο χρόνος της οριζόντιας βολής είναι t = 2 s .
Από το διάγραμμα $\upsilon_x = f(t)$ βρίσκουμε ότι $\upsilon_x = \upsilon_0 = 10$ m / s .
Το βεληνεκές (οριζόντια μετατόπιση) είναι :
$S = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow S = 10 \cdot 2 \Rightarrow S = 20$ m .
Από το διάγραμμα $\upsilon_y = f(t)$ έχουμε :
$\upsilon_y / t = 3{,}2 / 2 \Rightarrow \upsilon_y / t = 1{,}6$ m / s² , η κλίση στο διάγραμμα αυτό είναι ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης .
Άρα $g_\Sigma = 1{,}6$ m / s² .
Και για το ύψος Η ισχύει η σχέση (κατακόρυφη μετατόπιση) :
$H = ½ \cdot g_\Sigma \cdot t^2 \Rightarrow H = ½ \cdot 1{,}6 \cdot 2^2 \Rightarrow H = 3{,}2$ m .

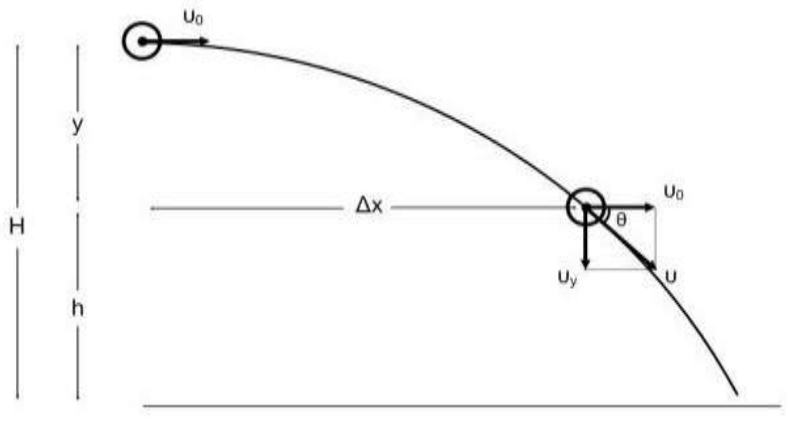
4)Δύο σφαίρες Α και Β βρίσκονται στο ίδιο ύψος h από το έδαφος. Κάποια στιγμή η σφαίρα Α αφήνεται να πέσει προς τα κάτω χωρίς αρχική ταχύτητα. Συγχρόνως η σφαίρα Β εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα υ_0. Μετά από 2 s η σφαίρα Α βρίσκεται στη θέση 1 .



Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Την ίδια χρονική στιγμή η σφαίρα Β θα βρίσκεται στη θέση :
α. 2 , **β.** 3 , **γ.** 4 .
Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.
Θεωρήστε για την κίνηση των δύο σφαιρών αμελητέα την αντίσταση του αέρα .
Λύση
Α.
Σωστή επιλογή είναι η β .
Β.
Την ίδια χρονική στιγμή από ύψος h αφήνεται σφαίρα Α να κάνει ελεύθερη πτώση και η σφαίρα Β βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα $υ_0$.
Για την σφαίρα Α έχουμε :
$y_A = ½·g·t^2$.
Η σφαίρα Β στον άξονα y κάνει ελεύθερη πτώση , επομένως την χρονική στιγμή t θα έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά :
$y_B = ½·g·t^2$.
Οι σφαίρες θα βρίσκονται κάθε χρονική στιγμή στο ίδιο ύψος και θα φτάσουν ταυτόχρονα στο δάπεδο .

5) Μικρή σφαίρα (Κ) αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος h, εκτελώντας ελεύθερη πτώση.
Μια ίδια σφαίρα (Λ) βάλλεται από το ίδιο ύψος με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_0$.
Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Εάν $υ_Κ$ και $υ_Λ$ είναι τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιρών τη χρονική στιγμή που φτάνουν στο έδαφος, τότε ισχύει:
α. $υ_Κ = υ_Λ$, **β.** $υ_Κ > υ_Λ$, **γ.** $υ_Κ < υ_Λ$.
Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.
Λύση
Α.
Σωστή επιλογή είναι η γ .
Β.
Η σφαίρα Κ εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος h και η όμοια σφαίρα Λ εκτελεί οριζόντια βολή από το ίδιο ύψος h .
Ο χρόνος κίνησης t_1 είναι ίδιος και για τις δύο σφαίρες , αφού το ύψος είναι το ίδιο :
$h = ½·g·t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{(2·h / g)} = t_Κ = t_Λ$.
Για την σφαίρα Κ :
$υ_Κ = g·t_1 \Rightarrow υ_Κ = g·\sqrt{(2·h / g)} \Rightarrow υ_Κ = \sqrt{(2·g·h)}$.
Για την σφαίρα Λ :
$υ_x = υ_0$ και $υ_{Λ,y} = g·t_1 \Rightarrow υ_{Λ,y} = g·\sqrt{(2·h / g)} \Rightarrow υ_{Λ,y} = \sqrt{(2·g·h)} = υ_Κ$.
Η ταχύτητα του Λ :
$υ_Λ = \sqrt{(υ_0^2 + υ_{Λ,y}^2)} \Rightarrow υ_Λ = \sqrt{(υ_0^2 + υ_Κ^2)} \Rightarrow υ_Λ^2 = υ_0^2 + υ_Κ^2 \Rightarrow (υ_Λ^2 / υ_Κ^2) = (υ_0^2 / υ_Κ^2) + 1 \Rightarrow$
$(υ_Λ^2 / υ_Κ^2) > 1 \Rightarrow υ_Λ / υ_Κ > 1 \Rightarrow υ_Λ > υ_Κ$.

6) Ένα σώμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_0$ τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s .
Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
Αν τη χρονική στιγμή t το μέτρο της ταχύτητας του σώματος είναι $2υ_0$, η χρονική στιγμή t είναι ίση με:
α. $\sqrt{2}·υ_0 / g$, **β.** $υ_0 / (2·g)$, **γ.** $\sqrt{3}·υ_0 / g$.
Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.
Λυση
Α.
Σωστή επιλογή είναι η γ .
Β.



Για το μέτρο της ταχύτητας υ τη χρονική στιγμή t ισχύει :

$υ = \sqrt{(υ_x^2 + υ_y^2)} \Rightarrow$

$2·υ_0 = \sqrt{(υ_0^2 + υ_y^2)} \Rightarrow$

$4·υ_0^2 = υ_0^2 + υ_y^2 \Rightarrow$

$υ_y^2 = 3·υ_0^2 \Rightarrow$

$υ_y = υ_0·\sqrt{3}$.

Επίσης για την συνιστώσα y της ταχύτητας ισχύει:

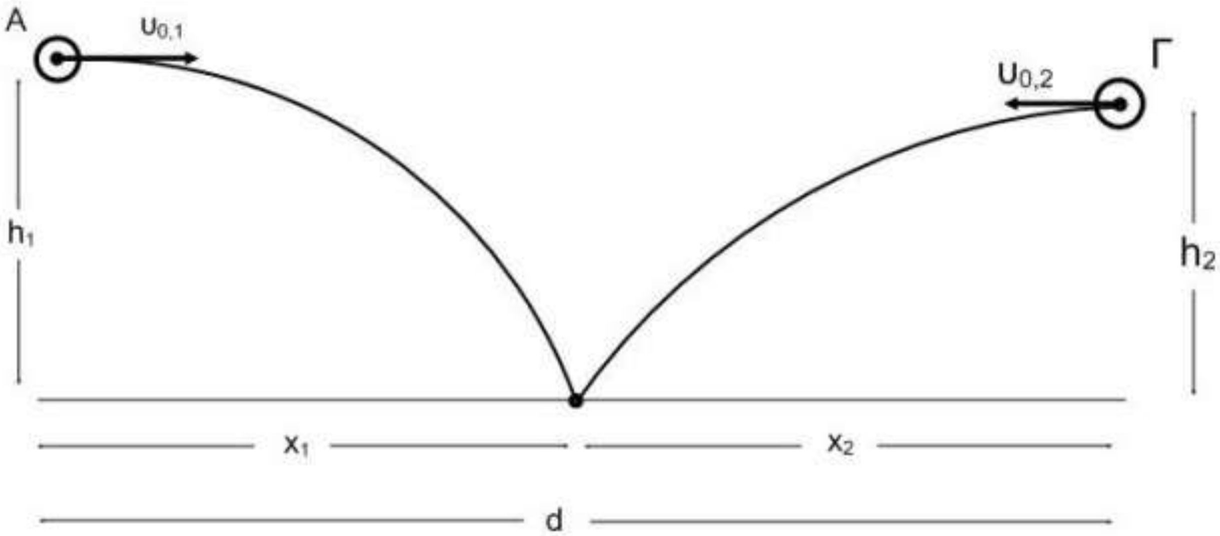
$υ_y = g·t \Rightarrow$

$g·t = \sqrt{3}·υ_0 \Rightarrow$

$t = \sqrt{3}·υ_0 / g$.

7) Δύο σώματα βάλλονται ταυτόχρονα οριζόντια το ένα προς το άλλο , από δύο σημεία Α και Γ αντίστοιχα με ταχύτητες που έχουν μέτρα $υ_{0,1} = υ$ και $υ_{0,2} = 2·υ$.

Το σημείο Α βρίσκεται σε ύψος h_1 και το σημείο Γ σε ύψος h_2 από το έδαφος .



Τα δύο σώματα κινούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και φτάνουν στο ίδιο σημείο του εδάφους που βρίσκεται στο μέσο της οριζόντιας απόστασης d των σημείων Α και Γ .

Α

$Α_1$. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Ο λόγος των h_1 / h_2 είναι ίσος , με :

α. 2 ,

β. 4 ,

γ. 1 .

$Γ_1$. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

$Α_2$. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Τα δύο σώματα φτάνουν με χρονική καθυστέρηση το ένα ως προς το άλλο που είναι ίση με :

α. d / (4·υ) ,

β. d / (2·υ) ,

γ. d / υ .

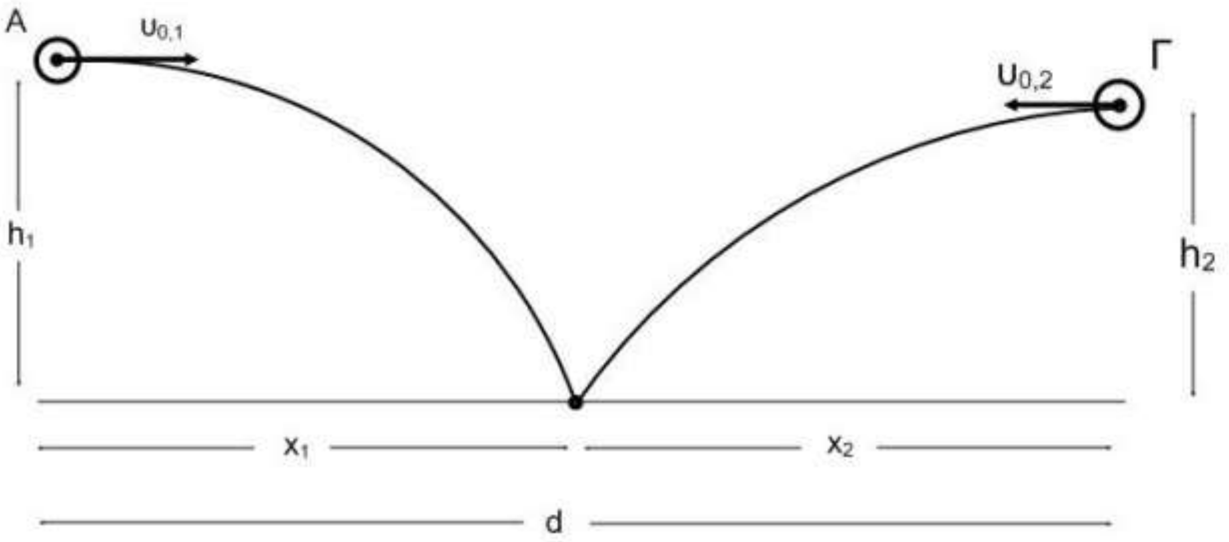
$Γ_2$. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Λύση

$Α_1$.

Σωστή επιλογή είναι η β .

$Γ_1$.



1η λύση :

Οι οριζόντιες μετατοπίσεις είναι :

$Δx_1 = Δx_2 \Rightarrow$

$υ_{0,1}·t_1 = υ_{0,2}·t_2$.

Όπου t_1 και t_2 ο χρόνος διάρκειας της κάθε οριζόντιας βολής .

Για την οριζόντια βολή στον κατακόρυφο άξονα ισχύει :

$h = ½·g·t^2 \Rightarrow$

$t^2 = 2·h / g \Rightarrow$

$t = \sqrt{(2·h / g)}$.

Επομένως :

$υ_{0,1}·t_1 = υ_{0,2}·t_2 \Rightarrow$

$υ·t_1 = 2·υ·t_2 \Rightarrow$

$t_1 = 2·t_2 \Rightarrow$

$\sqrt{(2·h_1 / g)} = 2·\sqrt{(2·h_2 / g)} \Rightarrow$

$(2·h_1 / g) = 4·(2·h_2 / g) \Rightarrow$

$h_1 / h_2 = 4$.

2η λύση :

$Δy = ½·g·Δt^2$ και $Δx = υ_0·Δt$,

συνδυάζουμε τις σχέσεις και βρίσκουμε την εξίσωση τροχιάς :

$Δy = ½·g·(Δx^2 / υ_0^2)$.

Άρα

$h_1 = ½·g·(Δx_1^2 / υ_{0,1}^2)$

και

$h_2 = ½·g·(Δx_2^2 / υ_{0,2}^2)$

Διαιρούμε κατά μέλη και βρίσκουμε το ίδιο ακριβώς αποτέλεσμα .

A_2.

Σωστή επιλογή είναι η α .

$Γ_2$.

Πρώτο φτάνει στο έδαφος το σώμα που βάλλεται από το σημείο Γ , την χρονική στιγμή t_2 και αργότερα φτάνει το σώμα από το σημείο Α την χρονική στιγμή t_1 .

Η χρονική καθυστέρηση είναι :

$Δt = t_1 – t_2$.

Από τις μετατοπίσεις έχουμε :

$x_1 = x_2 \Rightarrow$

$υ·t_1 = 2·υ·t_2 \Rightarrow$

$t_1 = 2·t_2$.

Ισχύει :

$Δt = t_1 – t_2 \Rightarrow$

$Δt = 2·t_2 – t_2 \Rightarrow$

$Δt = t_2 \Rightarrow$

$Δt = [(d / 2) / (2·υ)] \Rightarrow$

$Δt = d / (4·υ)$.