

Ασκήσεις στην ομαλή κυκλική κίνηση

Θέματα τύπου Β

B1. Δυο σημεία Α και Β ενός CD ακτίνας r , απέχουν από το κέντρο αποστάσεις $r/2$ και $r/3$ αντίστοιχα. Να συμπληρώσετε την ακόλουθη πρόταση με τη σωστή από τις προτεινόμενες φράσεις.

i. Για τις γωνιακές τους ταχύτητες ισχύει:

α. $\omega_A > \omega_B$

β. $\omega_A < \omega_B$

γ. $\omega_A = \omega_B$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

ii. Για τις γραμμικές τους ταχύτητες ισχύει:

α. $\frac{u_A}{u_B} = \frac{2}{3}$

β. $\frac{u_A}{u_B} = 1$

γ. $\frac{u_A}{u_B} = \frac{3}{2}$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

iii. Για τις κεντρομόλους επιταχύνσεις ισχύει:

α. $\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{9}{4}$

β. $\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{3}{2}$

γ. $\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{4}{3}$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

B2. Δύο μικρά σώματα Α και Β περιστρέφονται με σταθερές γωνιακές ταχύτητες ω_A και ω_B σε κυκλικές τροχιές με την ίδια ακτίνα. Η γραμμική ταχύτητα u_A του σώματος Α έχει διπλάσιο μέτρο από την αντίστοιχη του σώματος Β. Ποιό ζευγάρι λόγων από τα παρακάτω είναι το σωστό;

α. $\frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{1}{2}$ & $\frac{\alpha_{κΑ}}{\alpha_{κΒ}} = \frac{1}{4}$

β. $\frac{\omega_A}{\omega_B} = 2$ & $\frac{\alpha_{κΑ}}{\alpha_{κΒ}} = \frac{1}{4}$

γ. $\frac{\omega_A}{\omega_B} = 2$ & $\frac{\alpha_{κΑ}}{\alpha_{κΒ}} = 4$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

B3 Δύο μικρά σώματα Α και Β περιστρέφονται με σταθερές συχνότητες σε f_A και $f_B = f_A/4$, σε κυκλικές τροχιές με ακτίνες R_A και $R_B = R_A/2$ αντίστοιχα. Ποιός από τους παρακάτω λόγους των γραμμικών ταχυτήτων των σωμάτων είναι ο σωστός;

α. $\frac{u_A}{u_B} = \frac{1}{8}$

β. $\frac{u_A}{u_B} = 2$

γ. $\frac{u_A}{u_B} = 8$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

B4. Ένα μικρό σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Να συμπληρώσετε την ακόλουθη πρόταση με τη σωστή από τις προτεινόμενες φράσεις. Αν διατηρώντας την ακτίνα περιστροφής σταθερή, διπλασιάσουμε την περίοδο, τότε η γραμμική ταχύτητα του σώματος θα:

α. παραμείνει σταθερή

β. διπλασιαστεί

γ. υποδιπλασιαστεί

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

B5. Δύο σώματα Α και Β, με μάζες $m_A = 2m_B$ εκτελούν το καθένα ομαλή κυκλική κίνηση, με ακτίνες R_A , R_B αντίστοιχα, ώστε $R_A = 8R_B$. Ποια από τις παρακάτω είναι η σωστή απάντηση; Αν το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης είναι το ίδιο και στις δύο περιπτώσεις, τότε ο λόγος των συχνοτήτων $\frac{f_A}{f_B}$ είναι ίσος με:

α. 4

β. $\frac{1}{4}$

γ. $\frac{1}{2}$

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

B12. Μικρό σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ αφήνεται να γλιστρήσει στο εσωτερικό κοίλης σφαιρικής επιφάνειας, ακτίνας $R=1\text{m}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Τη στιγμή που περνά από το σημείο B (που είναι το κατώτατο σημείο της τροχιάς του) η ταχύτητα του είναι $u_B=2\text{m/s}$. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/s}^2$. Η δύναμη στήριξης N που δέχεται το σώμα από την κοίλη επιφάνεια, στο σημείο B, είναι ίση με:

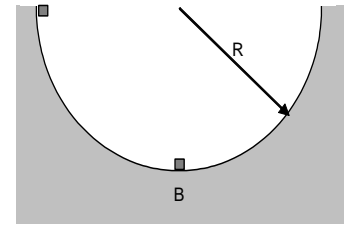
α. 14 N.

β. 10 N.

γ.

4 N.

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας



Θέματα τύπου Γ

Γ1. Υλικό σημείο διαγράφει κύκλο ακτίνας $R=10\text{m}$ με ταχύτητα μέτρου $u=\pi\text{ m/s}$. Να υπολογίσετε την περίοδο και τη γωνιακή ταχύτητα του υλικού σημείου.

[$T = 20\text{s}$, $\omega = 0,1\pi\text{ rad/s}$]

Γ2. Σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με γωνιακή ταχύτητα σταθερού μέτρου $\omega=200\pi\text{ rad/s}$. Να υπολογίσετε τον αριθμό περιστροφών που εκτελεί σε χρονικό διάστημα 10s.

[1000 περιστροφές]

Γ3. Τροχός ακτίνας $R=1\text{m}$ περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του τροχού και κάθετα στο επίπεδο του. Σε χρονικό διάστημα 1min ο τροχός εκτελεί 600 περιστροφές. Να υπολογίσετε:

α. τη συχνότητα και την περίοδο του τροχού

β. το μέτρο της γραμμικής και της γωνιακής ταχύτητας όλων των σημείων της περιφέρειας του τροχού.

γ. το μέτρο της γραμμικής και της γωνιακής ταχύτητας των σημείων του τροχού που απέχουν $r=0,5\text{m}$ από τον άξονα περιστροφής.

[$\alpha. f=10\text{Hz}$, $T=0,1\text{s}$, $\beta. u=20\pi\text{ m/s}$, $\omega=20\pi\text{ rad/s}$, $\gamma. u'=10\pi\text{ m/s}$, $\omega'=20\pi\text{ rad/s}$]

Γ4. Σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ώστε σε διάστημα $\Delta t=0,25\text{s}$, διαγράφει τόξο μήκους $S=0,4\pi\text{m}$, εκτελώντας δύο πλήρεις περιστροφές. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος.

β. την απόσταση δύο αντιδιαμετρικών σημείων της τροχιάς.

γ. τη συχνότητα της κίνησης

δ. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του σώματος.

[$\alpha. u=1,6\pi\text{ m/s}$ $\beta. \delta=0,2\text{m}$, $\gamma. f=10\text{Hz}$, $\delta. \omega=16\pi\text{ rad/s}$]

Γ5. Ένα σώμα μάζας $m=2\text{kg}$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας $r=0,5\text{m}$ και διαγράφει 20 περιστροφές σε χρονικό διάστημα $\Delta t=5\text{s}$. Να υπολογίσετε:

α. την περίοδο και τη συχνότητα της κίνησης.

β. τα μέτρα της γωνιακής ταχύτητας και της κεντρομόλου επιτάχυνσης.

γ. το μέτρο της συνισταμένης των ασκούμενων δυνάμεων.

[$\alpha. T=0,25\text{s}$, $f=4\text{Hz}$, $\beta. \omega=8\pi\text{ rad/s}$, $\alpha_K = 64\pi^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\gamma. F_K = 128\pi^2\text{N}$]

Γ6. Ένα αυτοκίνητο μάζας $m=1000\text{kg}$, παίρνει στροφή σε οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα $u=72\text{km/h}$. Η ακτίνα του τόξου που διαγράφει είναι $R=80\text{m}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται από το οδόστρωμα.

[$T_{στ} = 5000\text{N}$]

Γ7. Σφαίρα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση ακτίνας $r=0,8\text{m}$ σε οριζόντιο επίπεδο. Σε χρονικό διάστημα ίσο με $\Delta t = \frac{1}{3}\text{s}$, η σφαίρα διαγράφει γωνία $\frac{\pi}{6}\text{rad}$.

α. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής και της γραμμικής ταχύτητας της σφαίρας.

β. Αν τη χρονική στιγμή $t=0$, η σφαίρα περνά από ένα σημείο A της τροχιάς, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από το αντιδιαμετρικό του A για 2^η φορά.

$$[\omega = 0,5\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, u = 0,4\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}, \beta. t = 6\text{s}]$$

Γ8. Δύο αυτοκίνητα κινούνται με την ίδια φορά, σε κυκλική πίστα ακτίνας $R=50\text{m}$, με σταθερές ταχύτητες $u_1=10\pi \text{ m/s}$ και $u_2=20\pi \text{ m/s}$. Αν τη χρονική στιγμή $t=0$ τα αυτοκίνητα βρίσκονται στο ίδιο σημείο, να υπολογίσετε πότε τα αυτοκίνητα θα ξανασυναντηθούν για 2^η φορά.

[$t=20\text{s}$]

Γ9. Οριζόντιος δίσκος στρέφεται με συχνότητα $f=0,2\text{Hz}$, γύρω από κατακόρυφο, σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου. Πάνω στο δίσκο βρίσκεται σώμα μάζας $m=2\text{kg}$, σε απόσταση 2m από το κέντρο του δίσκου. Να υπολογίσετε τον ελάχιστο συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ σώματος και δίσκου, ώστε το σώμα να μην ολισθαίνει. Δίνεται $\pi^2=10$.

[$\mu_{\text{στ}}=0,32$]

Γ10. Ένα αυτοκίνητο κινείται σε κυκλικό δρόμο με ακτίνα καμπυλότητας $R=40\text{m}$. Η μάζα του αυτοκινήτου είναι $m=1.000\text{kg}$. Αν το αυτοκίνητο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα $u=20\text{m/s}$, να υπολογίσετε:

α. τη γωνιακή ταχύτητα της κυκλικής κίνησης του αυτοκινήτου.

β. τη γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα σε χρόνο $t=20\text{s}$.

γ. την κεντρομόλο επιτάχυνση του αυτοκινήτου.

δ. την τριβή που ασκείται στα ελαστικά του αυτοκινήτου, έτσι ώστε αυτό να διαγράφει με ασφάλεια την κυκλική τροχιά.

$$[\alpha. \omega = 0,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \beta. \Delta\theta = 10\text{rad}, \gamma. \alpha_{\kappa} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \delta. T = 10000\text{N}]$$

Θέματα τύπου Δ

Δ1. Σε ένα κλασικό ρολόι οι δείκτες δείχνουν 12 ακριβώς. Μετά από πόση ώρα οι δείκτες:

α. σχηματίζουν γωνία $\pi/3$ για πρώτη φορά;

β. συμπίπτουν ξανά για πρώτη φορά;

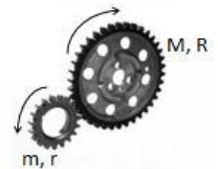
$$[\alpha. \Delta t \approx 11\text{min}, \beta. \Delta t \approx 65,5\text{min}]$$

Δ2. Τα γρανάζια του διπλανού σχήματος έχουν ακτίνες $r=0,2\text{m}$ το μικρό και $R=0,5\text{m}$ το μεγάλο και στρέφονται, με σταθερές συχνότητες, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το μεγάλο γρανάζι εκτελεί 10 περιστροφές σε χρονικό διάστημα $\Delta t=2\text{s}$. Να υπολογίσετε:

α. το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας των σημείων της περιφέρειας κάθε γραναζιού.

β. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του μικρού γραναζιού.

γ. τον αριθμό των περιστροφών που εκτελεί το μικρό γρανάζι σε χρόνο 2s .



$$[\alpha. u_1 = u_2 = 5\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}, \beta. \omega_2 = 25\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \gamma. N_2 = 25]$$

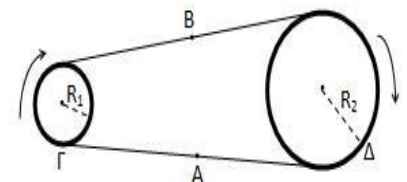
Δ3. Δύο τροχοί συνδέονται με ιμάντα όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι τροχοί περιστρέφονται χωρίς ο ιμάντας να γλιστρά πάνω σε αυτούς. Η συχνότητα του μεγάλου τροχού είναι $f_2 =$

$\frac{25}{\pi} \text{Hz}$ και οι ακτίνες των τροχών είναι $R_1=1\text{m}$ και $R_2=2\text{m}$. Να υπολογίσετε:

α. τις γραμμικές ταχύτητες των σημείων A, B, Γ και Δ.

β. τις επιταχύνσεις των σημείων A, B, Γ και Δ.

γ. τη συχνότητα περιστροφής του μικρού τροχού.



$$[\alpha. u_A = u_B = u_{\Gamma} = u_{\Delta} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \beta. \alpha_A = \alpha_B = 0, \alpha_{\Gamma} = 10000 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \alpha_{\Delta} = 5000 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \gamma. f_1 = \frac{50}{\pi} \text{Hz}]$$

Δ4. Ένας οριζόντιος δίσκος στρέφεται γύρω από το κέντρο του με συχνότητα $f=0,2\text{Hz}$. Ένα σώμα A μάζας $0,5\text{kg}$ παρουσιάζει με την επιφάνεια του δίσκου συντελεστή οριακής στατικής τριβής $\mu_s=0,4$.

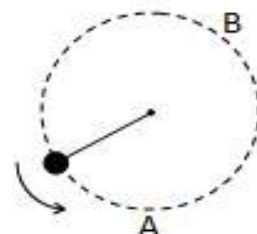
α. Τοποθετούμε το σώμα A σε απόσταση $R=1\text{m}$ από το κέντρο του δίσκου. Πόση είναι η τριβή που δέχεται;
β. Έχοντας τοποθετήσει πάνω στο δίσκο το σώμα A, αυξάνουμε πολύ αργά την συχνότητα περιστροφής του δίσκου. Ποια η μέγιστη συχνότητα περιστροφής που μπορεί να αποκτήσει ο δίσκος, χωρίς να ολισθήσει το σώμα A;

Δίνονται: $g=10\text{m/s}^2$ και $\pi^2=10$.

[$\alpha. T_{στ}=0,8\text{N}$, $\beta. f_{\max}=\frac{1}{\pi}\text{Hz}$]

Δ5. Σφαίρα μάζας $m=0,1\text{kg}$ είναι δεμένη στο άκρο νήματος, μήκους $r=2\text{m}$ και περιστρέφεται, σε κατακόρυφο επίπεδο, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Η σφαίρα εκτελεί 4 περιστροφές σε χρονικό διάστημα $\Delta t=2\text{s}$. Να υπολογίσετε:

α. την περίοδο και τη συχνότητα της κίνησης.
β. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας και το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της σφαίρας και να σχεδιάσετε το διάνυσμά της στα σημεία A και B.
γ. το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης στο κατώτατο σημείο της τροχιάς της σφαίρας.



δ. την τάση του νήματος στο:
 i. κατώτατο σημείο της τροχιάς.
 ii. ανώτατο σημείο της τροχιάς.

Να θεωρήσετε ότι $\pi^2 \approx 10$

[$\alpha. T=0,5\text{s}$, $f=2\text{Hz}$, $\beta. \omega=4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $u=8\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\gamma. F_K = 32\text{N}$, $\delta. T_{\text{κατ}} = 33\text{N}$, $T_{\text{αν}} = 31\text{N}$]

Δ6. Ένα αεροπλάνο κινείται με ταχύτητα $u=720\text{km/h}$ και κάνει ανακύκλωση σε κατακόρυφο επίπεδο. Η ακτίνα της τροχιάς είναι $R=800\text{m}$. Να υπολογιστεί η μέγιστη δύναμη που ασκείται στον αεροπόρο από το κάθισμά του, αν ο αεροπόρος έχει μάζα $m=70\text{kg}$. Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$

[$N_{\max}=4200\text{N}$]

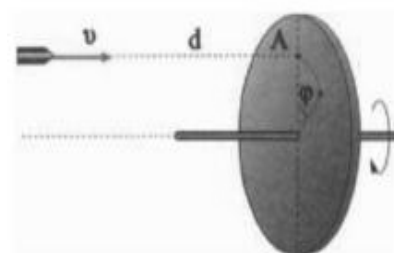
Δ7. Ένας μοτοσικλετιστής κινείται σε οριζόντιο δρόμο. Κάποια στιγμή συναντάει τοξοτή γέφυρα ακτίνας $R=22,5\text{m}$. Να βρεθεί η μέγιστη ταχύτητα με την οποία ο μοτοσικλετιστής δεν ξεφεύγει από το οδόστρωμα. Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$

[$u_{\max}=15\text{m/s}$]

Δ8. Σε ένα ροντέο κάποιος ακροβάτης ισορροπεί με την πλάτη “κολλημένη” στα τοιχώματα ενός περιστρεφόμενου κάδου ακτίνας 1m , χωρίς να κρατιέται ή να πατάει πουθενά. Η μάζα του ακροβάτη είναι $m=80\text{kg}$ και ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ της πλάτης του και του τοιχώματος του κάδου $\mu=0,4$. Να υπολογίσετε την ελάχιστη γωνιακή ταχύτητα του κάδου ώστε να μην πέφτει ο ακροβάτης.

[$\omega_{\min}=5\text{rad/s}$]

Δ8. Τη στιγμή που το βλήμα που φαίνεται στην εικόνα απέχει απόσταση $d=2\text{m}$ από το σημείο A του δίσκου έχει ταχύτητα $u=400\text{m/s}$. Ο δίσκος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω . Τη στιγμή που το βλήμα κτυπά στο δίσκο, το σημείο A έχει περιστραφεί κατά γωνία $\phi=45^\circ$. Να βρείτε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου.



[$\omega=50\pi \text{ rad/s}$]

Δ9. Σφαίρα μάζας $m=0,2\text{kg}$ είναι δεμένη στο ένα άκρο νήματος μήκους $L=1,5\text{m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σημείο λείου οριζόντιου δαπέδου. Το νήμα σπάει αν η δύναμη που το τεντώνει ξεπεράσει την τιμή

των 30N, (όριο θραύσης). Η σφαίρα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός στροφών που μπορεί να διαγράψει η σφαίρα σε $\Delta t=60\pi$ s ώστε το νήμα να μη σπάσει;

$$[\omega_{\max}=10\text{rad/s}]$$

Δ10. Σφαίρα μάζας $m=0,2$ kg δένεται από το άκρο νήματος μήκους $L=2,4\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Το σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με οριζόντια τροχιά, ώστε το νήμα να σχηματίζει γωνία $\phi=60^\circ$ με την κατακόρυφο που περνάει από το σημείο εξαρτήσεως. Να υπολογιστεί η γραμμική ταχύτητα περιστροφής του σφαίρας και η τάση του νήματος. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

