

# 129



# Ευκλείδης

Μαθηματικό περιοδικό για το  
ΕΜΕ:ΧΡΥΣΟ ΜΕΤΑΛΛΙΟ 2018  
ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ

## Γυμνάσιο

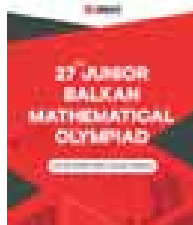
ΙΟΥΛΙΟΣ - ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ - ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2023 ευρώ 3



QR Code



**4 μετάλλια**



**27<sup>th</sup> JBMO**

Έγινε στην **Αλβανία**  
23 -28 Ιουνίου 2023



# Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία

ΠΕΡΕΧΟΜΕΝΑ

✓ Γενικά άρθρα

Τα Μαθηματικά και οι Αριθμοί

Παναγιώτης Χριστόπουλος

Εύρεση ΕΚΠ

Μαρία Παππά

✓ Τα Μαθηματικά στο Σχολείο

• Α' Τάξη

Ασκήσεις Α' Γυμνασίου

Επιμέλεια: Μαντζακίδου Χριστίνα - Παράρτημα ΕΜΕ Σερρών

Τα Μαθηματικά ως οικογενειακή υπόθεση

Βαρβάρα Καμπουρίδη

Μία άσκηση για τον Μέγιστο κοινό διαιρέτη

Μαρία Παππά

Ασκήσεις Α' Γυμνασίου

Αγγελική Γ. Δανιήλογλου

Ασκήσεις Α' Γυμνασίου

Κουτσούρης Λέων

Ασκήσεις Β' Γυμνασίου

Επιμέλεια: Μαντζακίδου Χριστίνα - Παράρτημα ΕΜΕ Σερρών

Ισοδύναμες εξισώσεις

Στυλιανός Μαραγκάκης Ανδρέας Τριανταφύλλου

✓ Τα Μαθηματικά στο Σχολείο

• Β' Τάξη

1 Ασκήσεις Β' Γυμνασίου

Επιμέλεια: Ασημάκης Παναγιώτης, Καψή Θέμις, Φουσεάκη

3 Παναγιώτα 24

• Γ' Τάξη

Ασκήσεις Γ' Γυμνασίου

Επιμέλεια: Μαντζακίδου Χριστίνα - Παράρτημα ΕΜΕ Σερρών 25

8 Ασκήσεις Γ' Γυμνασίου

Χρήστος Π. Τσιφάκης - Αγγελική Γ. Δανιήλογλου 31

12 ✓ Μαθηματικοί Διαγωνισμοί

14 Μαθηματικοί Διαγωνισμοί

Επιμέλεια: Επιτροπή Διαγωνισμών 34

15 ✓ Διάφορα ΟΧΙ Αδιάφορα

17 QR code και μαθηματικά

Παντελής Γρυπάρης, Παναγιώτης Χριστόπουλος 44

18 Τα μαθηματικά μας δασκεδάζουν

Παναγιώτης Χριστόπουλος 47

21 ΜΙΑ ΣΕΛΙΔΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΠΙΚΑΙΡΟΤΗΤΑ 49

ΕΚΔΟΣΗ ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ

Πανεπιστημίου 34

Τηλ.: 210 3617784 - 210 3616532

Fax: 210 3641025

Εκδότης: Ανάργυρος Φελλούρης

Διευθυντής: Ιωάννης Τυρλής

Επιμέλεια Έκδοσης:

Μαραγκάκης Στυλιανός

Συντακτική Επιτροπή

Συντονιστές:

Δρούτσα Παναγιώτης

Χριστόπουλος Παναγιώτης

Κουτσούρης Λέων

Μέλη:

Αρδαβάνη Καλλιόπη

Βαρβέρáκης Ανδρέας

Γκιουλέκα Αλεξάνδρα

Γρυπάρης Παντελής

Γεωργιάδου - Καμπουρίδη Βαρβάρα

Διαμαντίδης Δημήτριος

Ζιώγας Χρήστος

Καλαμπόκα Αθηνά

Καλή Φωτεινή

Καραμπάτσας Κωνσταντίνος

Καψή Θέμις

Κεϊσογλου Στέφανος

Κουστέρης Χρήστος

Κόσσυβας Γεώργιος

Κοτσακιλάφη Ειρήνη

Κυριακοπούλου Αθανασία

Κωστοπούλου Καλλιόπη

Λυμπερόπουλος Γεώργιος

Μαγουλάς Αντώνιος

Μάλλιαρης Χρήστος

Μπαλσαβιάς Βενέδικτος

Μπερδούσης Γεώργιος

Νικολόπουλος Ιωάννης

Ντόρβας Νικόλαος

Παπαϊωάννου Δημήτριος

Παππά Μαρία

Πούλιου Χριστίνα

Ρίζος Ιωάννης

Ρουσόλλη Μαρία

Σιούλας Ιωάννης

Σίσκου Μαρία

Τριανταφύλλου Ανδρέας

Τσαπακίδης Γεώργιος

Τσιφάκης Χρήστος

Φερεντίνος Σπύρος

Χριστόπουλος Θανάσης

Γράμμα της Σύνταξης

Αγαπητοί μαθητές και μαθήτριες και συνάδελφοι,

Ολόψυχα σας ευχόμαστε ΚΑΛΗ ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ.

Ολόψυχα σας ευχόμαστε η νέα σχολική χρονιά 2023-24 να είναι καλή και δημιουργική. Τα σχολικά χρόνια είναι τα καλύτερα της ζωής του ανθρώπου γιατί χτίζονται αληθινές φιλίες και μελλοντικές συνεργασίες. Φροντίστε ώστε να υπάρχει αγάπη και συνεργασία με όλους τους συμμαθητές σας και τους καθηγητές.

Το περιοδικό μας θα είναι ο φίλος σας στα μαθηματικά, θα σας στηρίζει με άρθρα, με ενδιαφέροντα θέματα και ασκήσεις, όπως κάνει πάντα για πολλά-πολλά χρόνια. Επικοινωνήστε με το περιοδικό, πείτε μας την άποψή σας, στείλτε μας τις εργασίες σας, τις απορίες σας και ότι άλλο θέλετε.

Καλή πρόοδο, Καλή σχολική Χρονιά.

Από τους Συντονιστές της συντακτικής ομάδας του περιοδικού

Υποστηρικτής Ταχυδρομικών Υπηρεσιών



Κωδικός ΕΛ.ΤΑ. : 2054

ISSN: 1105 - 7998

Η έγκαιρη πληρωμή της συνδρομής Βοηθάει στην έκδοση του περιοδικού

- Τα διαφημιζόμενα βιβλία δε σημαίνει ότι προτείνονται από την Ε.Μ.Ε.
- Οι συνεργασίες, τα άρθρα, οι προτεινόμενες ασκήσεις, οι λύσεις ασκήσεων κτλ. πρέπει να στέλνονται έγκαιρα, στα γραφεία της Ε.Μ.Ε. με την ενδειξη «Για τον Ευκλείδη Α'». Τα χειρόγραφα δεν επιστρέφονται. Όλα τα άρθρα υπόκεινται σε κρίση με σύστημα κριτών.

Τιμή τεύχους: ευρώ 3,00

Ετήσια συνδρομή (10,00+2,00 Ταχυδρομικά=12,00 ευρώ)

Ετήσια συνδρομή για Σχολεία 10,00 ευρώ

Το αντίτιμο για τα τεύχη που παραγγέλλονται στέλνεται:

1. ΕΘΝΙΚΗ Τράπεζα λογαριασμός όψεως 080/48002300 IBAN GR 87 0110 0800 0000 0804 8002 300
2. ALPHA, 10 100 200 20 19 98 IBAN GR 86 0140 1010 1010 0200 2019 988
3. EUROBANK, 0026.0201.94.0201575138 IBAN GR 90 0260 2010 0009 4020 1575 138
4. Με απλή ταχυδρομική επιταγή σε διαταγή Ε.Μ.Ε. Ταχ Γραφείο 54 Τ.Θ. 30044
5. Πληρώνεται στα γραφεία της Ε.Μ.Ε

ΙΔΙΟΚΤΗΣΙΑ της

ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ

Στοιχειοθεσία – Σελιδοποίηση:

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Εκτύπωση:

ROTOPRINT (Α. Προύσαλη & ΣΙΑ ΕΕ).

ΤΗΛ: 210 6623778 - 358

Υπεύθυνος Τυπογραφείου:

Δ. Παπαδόπουλος

# QR code και μαθηματικά

Παντελής Γρυπάρης, Παναγιώτης Χριστόπουλος

**Κ**άθισα σε ένα εστιατόριο με την παρέα μου και ζήτησα τον κατάλογο των φαγητών (το μενού). Ο σερβιτόρος μου έδειξε ότι πάνω στο τραπεζομάντηλο ήταν τυπωμένο ένα τετράγωνο που αποτελείτο από μικρά άσπρα και μαύρα τετραγωνάκια. Έκανα σάρωση με το κινητό μου και ω! του θαύματος, αποκαλύφτηκε ο κατάλογος του καταστήματος. Τι ήταν αυτό το μαγικό σχέδιο; Το όνομά του είναι QR code (ή Quick Response code). Είναι ένα σχέδιο που περιέχει κωδικοποιημένες πληροφορίες. Οι πληροφορίες είναι κωδικοποιημένες στο δυαδικό σύστημα όπως τα bit με το 0 και 1 στον υπολογιστή μας και όχι μόνο. Η διαφορά είναι ότι στο QR code αντί για τα ψηφία 0,1, έχουμε μικρά τετραγωνάκια μαύρα και άσπρα που συνδυάζονται μεταξύ τους μέσα σε μια μεγαλύτερη εικόνα σαν την παρακάτω.



## Γραμμωτοί κώδικες

Εδώ και πολλά χρόνια έχουμε τους γραμμωτούς κώδικες (barcodes) που είναι σε όλα σχεδόν τα προϊόντα. Τους συναντάμε σε όλα τα προϊόντα, σε έγγραφα, σε εισιτήρια, κ.α. Ένας γραμμωτός κώδικας είναι μια έξυπνη, απλή και πρακτική ιδέα, για ταξινόμηση των προϊόντων.



Σχεδόν όλα τα προϊόντα φέρουν έναν γραμμωτό κώδικα (Universal Product Code) δηλαδή μια σειρά κάθετων ασπρόμαυρων λωρίδων με διαφορετικό πλάτος, με ένα σύνολο αριθμών που εκτυπώνονται κάτω από αυτές. Εδώ οι πληροφορίες βρίσκονται και στις λωρίδες και στον αριθμό που είναι κάτω. Τα barcode scanners διαβάζουν ακολουθίες ασπρόμαυρων γραμμών (barcode) οι οποίες μετατρέπονται, με τη βοήθεια ενός κεντρικού υπολογιστή, σε ένα μοναδικό αριθμό της ταυτότητας του αντικειμένου.

## Κώδικας QR

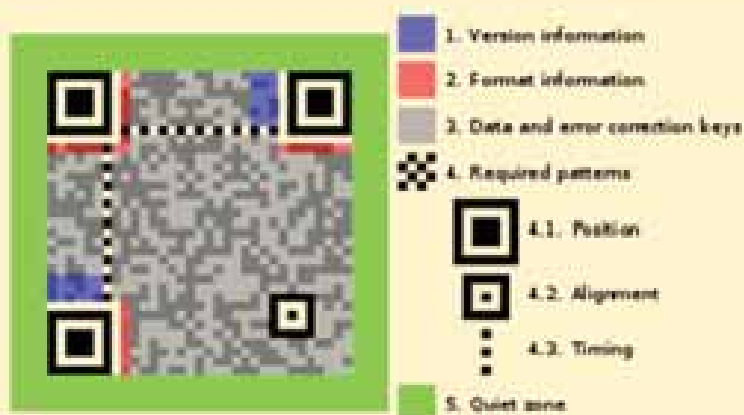
Ο **κώδικας QR** είναι ένας κώδικας δύο διαστάσεων, που δημιουργήθηκε στην Ιαπωνία σε αυτοκινητοβιομηχανία το 1994 από τον Μασαχίρο Χάρα, (Ευρωπαϊκό Βραβείο Κοινού 2014).

Ο κώδικας QR αποτελείται από έναν τετραγωνικό πίνακα μαύρων και λευκών τετραγώνων που αναπαριστούν τα κωδικοποιημένα δεδομένα σε δυαδική μορφή. Μια ειδική σήμανση σε τρεις από τις τέσσερις γωνίες του τετραγώνου παρέχει προσανατολισμό. Τα δεδομένα στον κώδικα QR επεκτείνονται

με έναν κώδικα διόρθωσης σφαλμάτων, δηλαδή ότι η απώλεια έως και 30% του κώδικα είναι ανεκτή και μπορεί ακόμα να αποκωδικοποιηθεί.

Ως κώδικας δύο διαστάσεων έχει δυνατότητα για πολλούς συνδυασμούς. Ο αριθμός των διαφορετικών QR codes είναι πολύ-πολύ μεγάλος. Ένας τυπικός QR code αποτελείται από ένα πλέγμα τετραγώνων που περιέχουν μαύρα και άσπρα κελιά. Η διάσταση του πλέγματος μπορεί να ποικίλει από 21x21 έως 177x177 κελιά. Αν π.χ. ήταν  $2 \times 2 = 4$  επειδή κάθε κελί μπορεί να είναι μαύρο ή άσπρο, σημαίνει ότι υπάρχουν  $2^4 = 16$  διαφορετικά πιθανά πλέγματα QR code, τα:

1. άσπρο-άσπρο-άσπρο-άσπρο
2. άσπρο-άσπρο-άσπρο-μαύρο
3. άσπρο-άσπρο-μαύρο-άσπρο
4. άσπρο-άσπρο-μαύρο-μαύρο
5. .... KOK



Άρα όταν το πλέγμα είναι  $177 \times 177 = 31329$  κελιά τότε τα διαφορετικά QR code είναι  $2^{31329}$  αριθμός τεράστιος (πολλά 3σεκατομμύρια). Οι πληροφορίες που περιέχονται στο QR code μπορεί να είναι διευθύνσεις ιστοσελίδων, αριθμοί τηλεφώνου, κείμενα, κωδικοί σε κάρτες, στοιχεία ταυτότητας, πληροφορίες στα βιβλία ως παραπομπές που με σάρωση ο αναγνώστης βλέπει και άλλες πηγές. Για παράδειγμα, μπορεί να δείτε ένα QR code σε έντυπο για μια ταινία αν το σαρώσετε θα δείτε το trailer της ταινίας στο κινητό σας. Όταν δείτε ένα QR code σε ένα προϊόν στο κατάστημα και το σαρώσετε έχετε όλες τις πληροφορίες σχετικά με το προϊόν. Υπάρχει ακόμα και σε επίσημα έγγραφα, όπως σε μία υπεύθυνη δήλωση ή σε πιστοποιητικά νόσησης ή εμβολιασμού.



Σε γενικές γραμμές, το QR code είναι ένας τρόπος να μεταφέρουμε πληροφορίες γρήγορα και εύκολα χρησιμοποιώντας την κάμερα ενός κινητού τηλεφώνου ή μιας άλλης συσκευής.

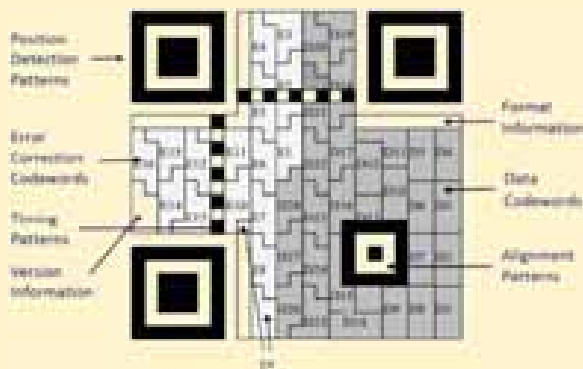
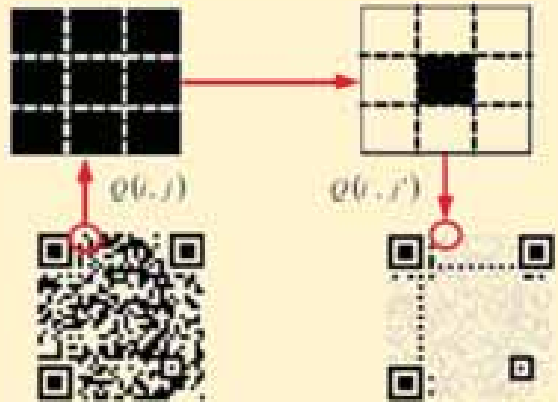
Στα νέα σχολικά βιβλία θα περιέχονται και QR Code.

Ο κώδικας QR έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε να παρέχει μεγάλη ευελιξία και δυνατότητες προσαρμογής σε διάφορες εφαρμογές, επιτρέποντας την αποθήκευση διαφορετικών τύπων δεδομένων, όπως κείμενο, URL, αριθμούς, αρχεία κ.ά.

## Δημιουργία κωδικού

Για να δημιουργήσουμε έναν κωδικό QR, χρειάζεται:

1. Το μήκος του κειμένου και ο βαθμός διόρθωσης σφαλμάτων, για να καθορίσουμε το μέγεθος του κώδικα QR.
2. Ξεκινάτε με μια λευκή περιοχή στην οποία τοποθετούμε σταδιακά όλα τα στοιχεία του κωδικού QR.
3. Τοποθετούμε τα μοτίβα θέσης, τα μοτίβα ευθυγράμμισης και οι γραμμές συγχρονισμού που δεν εξαρτώνται από το κείμενο.
4. Μια ακολουθία bit παράγεται από το κείμενο και μια ακολουθία bit για διόρθωση σφαλμάτων.
5. Ακολουθεί σχεδιασμός συμβολοσειράς ψηφίων κειμένου και ψηφίων διόρθωσης σφάλματος από τα δεξιά προς τα αριστερά.
6. Για να περιέχει το σύμβολο περίπου τον ίδιο αριθμό μαύρων και λευκών εικονοστοιχείων ώστε να αποφευχθούν μοτίβα που δυσχεραίνουν την ανάγνωση, τοποθετούμε διαδοχικά οκτώ διαφορετικές μάσκες πάνω στο σύμβολο και επιλέγουμε αυτή που δίνει το καλύτερο αποτέλεσμα.
7. Ολοκληρώνουμε με την αναγραφή στο σύμβολο του αριθμού αναγνώρισης της χρησιμοποιούμενης μάσκας.



αποτελούνται από κατάλληλα στοιχεία Unicode.

## Γεννήτρια Κώδικα QR

Γρήγορος και εύκολος τρόπος για να δημιουργήσουμε έναν κωδικό QR είναι να χρησιμοποιήσουμε μια διαδικτυακή γεννήτρια κωδικών QR. Ένα σενάριο μετατρέπει τα κείμενα σε κώδικα και δημιουργεί το γραφικό. Οι κωδικοί QR μπορούν να δημιουργηθούν όχι μόνο ως γραφικά εικονοστοιχείων, αλλά μπορούν επίσης να