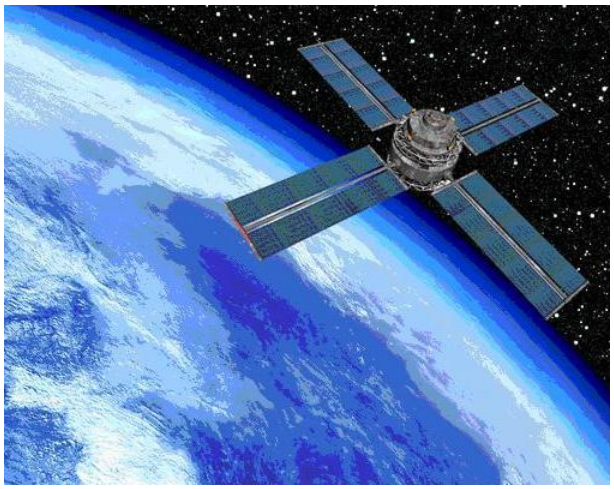
Τεχνητός δορυφόρος της Γης



Τεχνητός δορυφόρος της Γης πραγματοποιεί, με την επίδραση του βάρους του, ομαλή κυκλική κίνηση γύρω από το κέντρο της Γης, ευρισκόμενος διαρκώς στο επίπεδο του Ισημερινού της, και σε ύψος h=R/10 από την επιφάνειά της.
Να βρεθούν:
α. το μέτρο υ της ταχύτητάς του
β. η περίοδος T_Δ της κίνησής του
γ. ο χρόνος t από τη στιγμή που ο δορυφόρος βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με επίγειο ραντάρ που τον παρακολουθεί μέχρι να χαθεί απ' αυτό
δ. ο χρόνος t΄ από τη στιγμή που ο δορυφόρος βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με επίγειο ραντάρ που τον παρακολουθεί μέχρι να ξαναβρεθεί σε ίδια κατακόρυφη μ' αυτό.
ε. ο χρόνος t΄΄ από τη στιγμή που ο δορυφόρος βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με επίγειο ραντάρ που τον παρακολουθεί μέχρι να ξαναβρεθεί στην ίδια με την αρχική κατακόρυφη μ' αυτό.

Ο δορυφόρος περιστρέφεται με φορά ίδια με αυτήν των σημείων του Ισημερινού.
Η επιτάχυνση της βαρύτητας σε σημείο του Ισημερινού είναι $g_0=9,78 m/s^2$ και η ακτίνα της Γης $R=6,36 \cdot 10^6 m$.
Η επιτάχυνση της βαρύτητας σε συνάρτηση με το ύψος από την επιφάνεια της Γης δίνεται από τη σχέση: $g_h=g_0(R/R+h)^2$.
Η περίοδος περιστροφής του ραντάρ είναι, προφανώς, όση και της Γης, δηλαδή $T_P=86400s$.

Ενδεικτική απάντηση

Υπολογίζουμε πρώτα την επιτάχυνση της βαρύτητας στο ύψος του δορυφόρου Δ.
Είναι $g_h=g_0(R/R+h)^2= g_0(R/(R+R/10))^2= 9,78m/s^2\cdot(10/11)^2=8,08m/s^2$

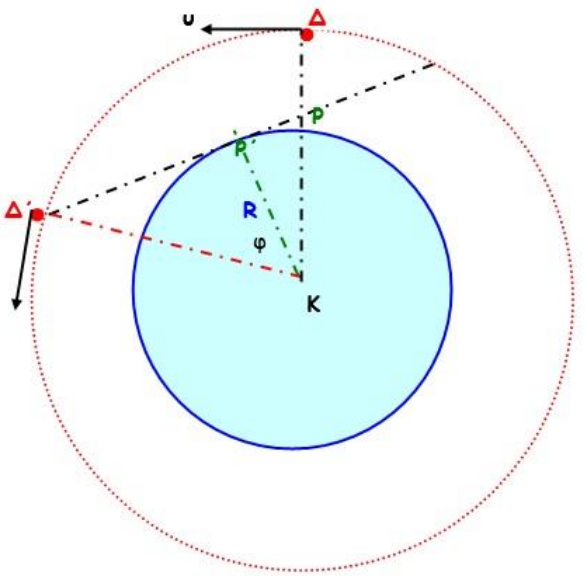
α. Το βάρος του δορυφόρου παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης
άρα, αν m η μάζα του δορυφόρου:
$mg_h =mυ^2/(R+h)$ απ' όπου
$υ=(g_h (R+h))^{1/2}=(g_h (R+R/10))^{1/2}=(11g_h R/10)^{1/2}$
και με αντικατάσταση:
$υ=(11\cdot 8,08m/s^2\cdot 6,36\cdot 10^6m/10)^{1/2}$ ή

υ=7520m/s

β. άρα η περίοδος της κίνησής του είναι
$T=2π(R+h)/υ=2π(R+R/10)/υ= 22πR/10υ$
και με αντικατάσταση:
$T=22π\cdot 6,36\cdot 10^6m/(10\cdot 7520m/s)$ ή

T=5843s

γ.



Ο δορυφόρος θα χαθεί από το ραντάρ P όταν βρεθεί σε θέση Δ΄ που βρίσκεται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο του ραντάρ, το οποίο επίσης θα έχει μετατοπιστεί σε θέση P΄ (το οριζόντιο επίπεδο σε έναν τόπο της Γης εφάπτεται στη Γη σ' αυτόν τον τόπο, άρα είναι κάθετο στην ακτίνα της)
και θα ισχύουν:
γωνία $ΔKΔ΄=ω_Δt=2πt/T_Δ$, K το κέντρο της Γης,
γωνία $PKP΄=ω_Pt=2πt/T_P$
φ= γωνία ΔKΔ΄- γωνία $PKP΄=2πt/T_Δ-2πt/T_P=2πt(T_P-T_Δ)/T_ΔT_P$
άρα $t=φT_ΔT_P/2π(T_P-T_Δ)$

και συνφ=R/(R+h)=10/11 άρα φ=0,429rad
και άρα t=0,429 · 5843s · 86400s/2 · 3,14(86400s-5843s) ή

t=428s

δ. η αντίστοιχη γωνία φ΄ θα είναι 2π άρα
$t'=2\pi T_{\Delta}T_{P}/2\pi(T_{P}-T_{\Delta}) = T_{\Delta}T_{P}/(T_{P}-T_{\Delta})$ ή

t΄=6267s

ε. Θα πρέπει μέσα σ' αυτόν τον χρόνο ο δορυφόρος να έχει πραγματοποιήσει k πλήρεις περιστροφές, άρα $t''=kT_{\Delta}$, και το ραντάρ να έχει λ, άρα $t''=\lambda T_{P}$ επομένως: $kT_{\Delta} = \lambda T_{P}$ ή $k/\lambda=T_{P}/T_{\Delta}$ ή k/λ=86400/5843, απ' όπου k=86400 και λ=5843 και άρα t΄΄=86400 · 5843s ή

t΄΄=504835200s

Παρατηρήσεις:

Η ταχύτητα και η περίοδος του δορυφόρου εξαρτώνται μόνο από το ύψος στο οποίο αυτός περιστρέφεται.

Ο χρόνος κατά τον οποίο ο δορυφόρος γίνεται, σε κάθε πέρασμα, αντιληπτός από το ραντάρ είναι, λόγω συμμετρίας, 856s.

Οι εκφράσεις "σε ίδια κατακόρυφη" και "στην ίδια κατακόρυφη" δεν είναι ισότιμες.

(**η μελέτη της περίπτωσης όπου ο δορυφόρος περιστρέφεται με αντίθετη φορά με τα σημεία του Ισημερινού επαφίεται στον αναγνώστη**)

Βαγγέλης Κουντούρης

Βιβλιογραφία: "Φυσική Β΄ Λυκείου" υπό έκδοση