Γενικό Λύκειο Μαραθοκάμπου Σάμου

Άλγεβρα, β' τάξης

Εργασία για το σπίτι:

«Διαίρεση Πολυωνύμων»

Πέμπτη 23η Φεβρουαρίου του 2017

Ερωτήσεις Θεωρίας

1. Να δείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ δια το $x-\rho$ είναι ίσο με $P(\rho)$.

2. Να δείξετε ότι το $x-\rho$ είναι παράγοντας ενός πολυωνύμου $P(x)$ αν και μόνο αν $P(\rho)=0$.

Λύνοντας ασκήσεις

1. α) Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης $(x^3-6x^2+11x-2):(x-2)$.

β) Αν $P(x)=x^3-6x^2+11x+\lambda$, να βρείτε την τιμή του $\lambda\in\mathbb{R}$ ώστε η διαίρεση $P(x):(x-3)$ να έχει υπόλοιπο μηδέν.

2. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x)=-2x^3+\lambda^2(x^2-1)+\lambda(x^3-1)+\lambda+9$ και $Q(x)=(\lambda+12)x^2+(\lambda-2)x^3+(\lambda^2-9)x$ με $\lambda\in\mathbb{R}$.

α) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι και τα δύο πολυώνυμα είναι τρίτου βαθμού. Συμφωνείτε με την άποψη αυτή; Γιατί;

β) Να βρείτε την τιμή του $\lambda\in\mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $P(x)=Q(x)$.

3. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=3x^4-12x^3+8x^2+\alpha x+\beta$, όπου α και β σταθεροί πραγματικοί αριθμοί. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με $x+1$ αφήνει υπόλοιπο $\upsilon_1=16+P(1)$ ενώ διαιρούμενο με $x-1$ αφήνει υπόλοιπο $\upsilon_2=16-P(-1)$, τότε να αποδείξετε ότι:

α) $P(1)=0$ και $P(-1)=16$,

β) $\alpha=4$ και $\beta=-3$,

γ) $P(4)\cdot P(5)\cdot P(6)\cdot P(7)\neq 0$.

4. Έστω $P(x)$ πολυώνυμο τρίτου βαθμού το οποίο διαιρείται με το πολυώνυμο x^2+2x και είναι τέτοιο, ώστε $P(1)=0$ και $P(2)=8$.

α) Να αποδείξετε ότι $P(x)=x^3+x^2-2x$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $P(x)=8$.

γ) Να λύσετε την ανίσωση $P(x)>2$.

5. Θεωρούμε το πολυώνυμο $P(x)=x^3-2x^2+x-12$.

α) Να εξετάσετε αν το $x-3$ είναι παράγοντας του $P(x)$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$ αφού πρώτα πραγοντοποιήσετε το $P(x)$.

6. Θεωρούμε το πολυώνυμο $P(x)=x^3+\alpha x^2-11x+30$ με $\alpha\in\mathbb{R}$ για το οποίο γνωρίζουμε ότι έχει ρίζα το 5.

α) Να υπολογίσετε την τιμή του $\alpha\in\mathbb{R}$.

β) Αν $\alpha=-4$ να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$, αφού πρώτα πραγοντοποιήσετε το $P(x)$.

7. Θεωρούμε το πολυώνυμο $P(x)=x^3+\alpha x^2-11x+30$ με $\alpha\in\mathbb{R}$ για το οποίο γνωρίζουμε ότι η αριθμητική του τιμή για $x=-1$ είναι 16.

α) Να υπολογίσετε την τιμή του $\alpha\in\mathbb{R}$.

β) Αν $\alpha=-4$ και το 2 είναι ρίζα της εξίσωσης $P(x)=0$, να προσδιορίσετε τις άλλες ρίζες της εξίσωσης.

8. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \beta x^2 + \gamma x + \delta$ με $\beta, \gamma, \in \mathbb{R}$ που έχει ρίζες τους αριθμούς 0, 1 και 3.

α) Να δείξετε ότι $\beta = -4$, $\gamma = 3$ και $\delta = 0$.

β) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$, αφού πρώτα παραγοντοποιήσετε το $P(x)$.

9. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \lambda^2 x^3 - 4\lambda x + 3$ με $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x - 1$.

β) Αν $\lambda = 3$ να βρείτε όλες τις ρίζες του πολυωνύμου $P(x)$.

10. Θεωρούμε την πολυωνυμική συνάρτηση με τύπο $f(x) = 2x^4 - x^3 + \alpha x^2 - 5x + 6$ με $\alpha \in \mathbb{R}$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(-2, 0)$.

α) Δείξτε ότι $\alpha = -14$.

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

11. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 3x^3 - 10x^2 + 9x - 2$.

α) Να κάνετε τη διαίρεση $P(x)$ με το $3x^2 - 4x + 1$ και να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης.

β) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$, αφού πρώτα πραγοντοποιήσετε το $P(x)$.

12. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - \alpha x^2 - 5x + \beta$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

α) Αν το $P(x)$ έχει ρίζα το 1 και το υπόλοιπο της διαίρεσής του με το $x - 2$ είναι ίσο με -4, να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

β) Αν είναι $\alpha = 2$ και $\beta = 6$, να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.