

Ερωτήσεις Θεωρίας

1. Να συμπληρώσετε τα κενά στους παρακάτω τύπους:

- α) $\eta\mu(\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$
- β) $\eta\mu(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$
- γ) $\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$
- δ) $\sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$
- ε) $\epsilon\phi(\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$
- στ) $\epsilon\phi(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$
- ζ) $\sigma\phi(\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$
- η) $\sigma\phi(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$
- θ) $\eta\mu 2\alpha = \dots\dots\dots$
- ι) $\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \dots\dots\dots$
- ια) $\epsilon\phi 2\alpha = \dots\dots\dots$
- ιβ) $\sigma\phi 2\alpha = \dots\dots\dots$

Λύνοντας ασκήσεις

1. Δίνονται οι γωνίες ω και θ για τις οποίες ισχύει ότι $\omega + \theta = 135^\circ$. Να αποδείξετε ότι:

- α) $\epsilon\phi(\omega + \theta) = -1$ και
- β) $\epsilon\phi\omega + \epsilon\phi\theta + 1 = \epsilon\phi\omega \cdot \epsilon\phi\theta$

2. α) Να δείξετε ότι:

$$\eta\mu\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \eta\mu\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cdot \eta\mu x$$

β) Με τη βοήθεια του προηγούμενου ερωτήματος να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης:

$$f(x) = \eta\mu\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \eta\mu\left(x - \frac{\pi}{4}\right), \quad x \in \mathbb{R}.$$

3. (Προαιρετική) Για μια γωνία ω ισχύει ότι $5\sigma\upsilon\nu 2\omega + 28\sigma\upsilon\nu\omega + 21 = 0$.

α) Δείξτε ότι:

$$\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{4}{5}$$

β) Αν για τη γωνία ω ισχύει επιπλέον ότι $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, τότε:

i. να δείξετε ότι:

$$\sigma\upsilon\nu 2\omega = \frac{7}{25} \quad \text{και} \quad \eta\mu 2\omega = -\frac{24}{25},$$

ii. να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\Pi = \frac{13 \cdot (\eta\mu^2 2\omega + \sigma\upsilon\nu^2 2\omega)}{18 \cdot \epsilon\phi 2\omega \cdot \sigma\phi 2\omega + 25 \cdot (\eta\mu 2\omega + \sigma\upsilon\nu 2\omega)}$$