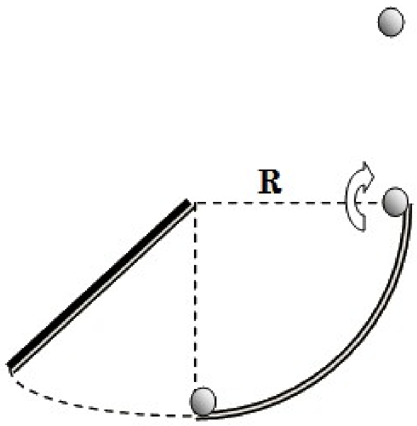
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο: ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ 5: ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΕΡΓΟ ΔΥΝΑΜΗΣ ΣΤΗ ΣΤΡΟΦΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

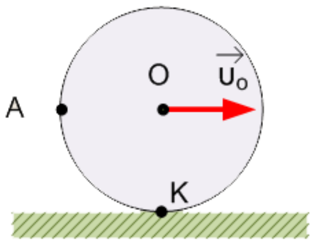
62. Μία κατακόρυφη ράβδος μάζας $M = 3kg$ και μήκους $\ell = 1m$, μπορεί να περιστρέφεται στο κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το πάνω άκρο της και είναι κάθετος σε αυτή. Εκτρέπουμε τη ράβδο από τη θέση ισορροπίας της και την αφήνουμε ελεύθερη. Τη στιγμή που περνάει από την κατακόρυφη θέση, το κάτω άκρο της συγκρούεται με σφαίρα ακτίνας $r = 0,1m$ και μάζας $m = 1kg$ που βρίσκεται ακίνητη στο κατώτατο σημείο τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R = 1m$, του οποίου το κέντρο συμπίπτει με το σημείο εξάρτησης της ράβδου. Το κάτω άκρο της ράβδου την στιγμή της κρούσης έχει ταχύτητα $\upsilon_1 = 5\ m/s$. Αμέσως μετά την κρούση η ράβδος ακινητοποιείται.



Η σφαίρα ανέρχεται στο τεταρτοκύκλιο στην αρχή ολισθαίνοντας και μετά κυλιόμενη. Τελικά εγκαταλείπει το ανώτερο άκρο του τεταρτοκυκλίου με γωνιακή ταχύτητα $\omega_3 = 8\ rad/s$. Να βρεθούν:
α) η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της.
β) η ταχύτητα υ_2 της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.
γ) το ύψος h, πάνω από το τεταρτοκύκλιο, στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα.
δ) η γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας στο ανώτατο σημείο της τροχιάς της.
Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σ’ αυτήν και διέρχεται από το κέντρο μάζας της, $I_{cm} = \dfrac{M\ell^2}{12}$ και $g = 10\ m/s^2$.

[1kgm^2, 5m/s, 3,2cm, 8rad/s][1kgm^2, 5m/s, 3,2cm, 8rad/s]

63. Ο δίσκος του σχήματος έχει μάζα $M = 2\ kg$, ακτίνα $R = 0,2\ m$ κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή η ταχύτητα του κέντρου του Ο έχει μέτρο $\upsilon_o = 4\ m/s$. Το σημείο Α βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το ΑΟ είναι οριζόντιο. Να υπολογίσετε:



α) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου.
β) την ταχύτητα του σημείου Α.
γ) την κινητική ενέργεια του δίσκου.
δ) την κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής του δίσκου ως προς ένα στιγμιαίο άξονα περιστροφής που περνάει από τα σημεία επαφής του δίσκου με το έδαφος και είναι παράλληλος στον αρχικό άξονα που περνάει από το Ο. Να θεωρήσετε ότι ο δίσκος κάνει μόνο περιστροφική κίνηση ως προς τον άξονα αυτό με την ίδια γωνιακή ταχύτητα. Τι παρατηρείτε;
Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του Ο:

$I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$.

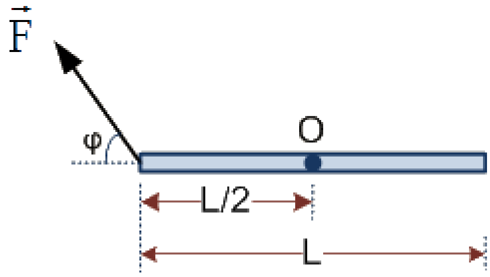
[20r/s, 4√2 m/s, 24j, 24j]

64. Μια ξύλινη ράβδος μήκους $\ell = 0,4m$ και μάζας $M = 0,04kg$ ισορροπεί ελεύθερη σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα σώμα Σ μάζας $m = 0,01kg$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα $\upsilon = 4\ m/s$ χτυπά κάθετα στο άκρο Α της ράβδου. Μετά την κρούση το σώμα Σ ακινητοποιείται. Αν γνωρίζουμε ότι το σώμα Σ ως προς το κέντρο μάζας της ράβδου έχει στροφορμή που βρίσκεται από τη σχέση $L = \frac{m\upsilon\ell}{2}$, να βρείτε:

α) την ταχύτητα του κέντρου μάζας της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
β) τον άξονα γύρω από τον οποίο θα περιστραφεί η ράβδος και τη γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει.
γ) τον αριθμό των περιστροφών που θα εκτελέσει η ράβδος στο χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μετατοπιστεί το κέντρο μάζας της κατά $1m$.
δ) Την ταχύτητα του πάνω άκρου της ράβδου (Β), όταν αυτή θα έχει συμπληρώσει 1,5 περιστροφές.
Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το κέντρο μάζας της, $I_{cm} = \frac{M\ell^2}{12}$.

[1m/s, 15rad/s, 7,5/π, 4m/s]

65. Η ομογενής και συμπαγής ράβδος του σχήματος έχει μάζα $M = 4kg$, μήκος $L = 6m$ και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το μέσο της Ο και είναι κάθετος σε αυτή. Στη ράβδο ασκείται συνεχώς μια δύναμη $\vec{F}$ σταθερού μέτρου $8N$ που σχηματίζει γωνία $\phi = 30^\circ$ με την προέκταση της ράβδου. Η γωνία αυτή παραμένει σταθερή σε όλη τη διάρκεια της περιστροφής της ράβδου. Να υπολογίσετε:



α) την κινητική ενέργεια της ράβδου τη στιγμή που η γωνιακή της ταχύτητα έχει μέτρο $\omega = 4\ rad/s$.

β) το έργο της δύναμης $\vec{F}$ μετά από δύο περιστροφές της ράβδου.

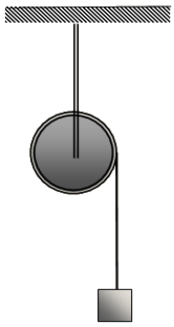
γ) το ρυθμό με τον οποίο η δύναμη $\vec{F}$ μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο τη στιγμή που η στροφορμή της έχει μέτρο $L = 12\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$.

δ) το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου τη στιγμή που η κινητική της ενέργεια είναι $24\ J$.

Δίνεται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι: $I = \frac{1}{12}ML^2$

[96j, 48π j, 12j/s, 24j/s]

66. Μια κατακόρυφη τροχαλία έχει τυλιγμένο γύρω της ένα λεπτό αβαρές σχοινί, στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο ένα σώμα (Σ) μάζας $m_{\Sigma} = 1kg$. Η τροχαλία έχει ακτίνα $R = 0,1m$, μάζα $M = 2kg$ και μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της τροχαλίας. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, αφήνουμε το σύστημα να κινηθεί.



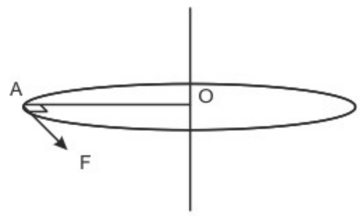
Να βρείτε:
α) Την επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα Σ.
β) Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας περιστροφής στην τροχαλία.
γ) Για τη χρονική στιγμή $t = 2s$ ζητούνται:
  1) Η στροφορμή της τροχαλίας.
  2) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας.

Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I_{cm} = \frac{MR^2}{2}$.

Δίνεται $g = 10\ m/s^2$. Τριβές δεν υπάρχουν.

[5m/s^2, 25N, 1kgm^2/s, 0,5kgm^2/s^2]

67. Η ράβδος ΟΑ του σχήματος με μήκος $L = 1\ m$ και μάζα $M = 6\ kg$ είναι οριζόντια και περιστρέφεται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης μέτρου $F = 15\ N$, η οποία είναι διαρκώς κάθετη στη ράβδο, στο άκρο της Α. Η περιστροφή γίνεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το Ο.



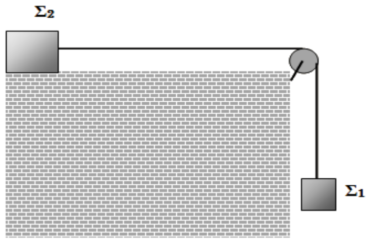
Αρχικά η ράβδος είναι ακίνητη. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να υπολογιστούν:
α) Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της.
β) Η ροπή της δύναμης ως προς τον άξονα περιστροφής.
γ) Το έργο που έχει προσφέρει η δύναμη στη ράβδο στη διάρκεια της πρώτης περιστροφής.
δ) Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου στο τέλος της πρώτης περιστροφής.

ε) Ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο στο τέλος της πρώτης περιστροφής.
Δίνονται: $\sqrt{30\pi} = 9,7$.
Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι

κάθετος στη ράβδο $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$.

[2kg.m^2, 15N.m, 30π j, 9,7r/s, 145,5 j/s]

68. Δύο σώματα Σ1 και Σ2 που έχουν μάζες $m_1 = 2kg$ και $m_2 = 1kg$ αντίστοιχα, συνδέονται μεταξύ τους με αβαρές νήμα το οποίο διέρχεται από το αυλάκι ομογενούς τροχαλίας μάζας $M = 2kg$ και ακτίνας $R = 20cm$. Το σώμα Σ1 κρέμεται κατακόρυφα και το Σ2βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί.



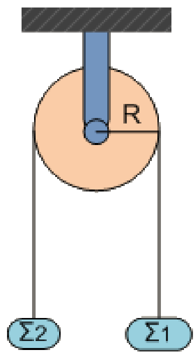
Να υπολογίσετε:
α) το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος Σ1.
β) τις τιμές των τάσεων Τ1 και Τ2 των δύο νημάτων.
γ) το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της.
δ) τη στροφορμή της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της, την χρονική στιγμή $t = 2s$.

Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I_{cm} = \frac{MR^2}{2}$.

Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.

[5m/s^2, 10N, 5N, 1Nm, 2kgm^2/s]

69. Η ομογενής τροχαλία του σχήματος έχει μάζα $M = 8\ kg$ και ακτίνα $R = 0,2\ m$. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν αντίστοιχα μάζες $m_1 = 4\ kg$ και $m_2 = 2\ kg$. Η τροχαλία και τα σώματα Σ_1 , Σ_2 είναι αρχικά ακίνητα και τα κέντρα μάζας των Σ_1 , Σ_2 βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί και τη χρονική στιγμή t_1 η κατακόρυφη απόσταση των κέντρων μάζας των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι $h = 1,28\ m$. Τη χρονική στιγμή t_1 να υπολογίσετε:



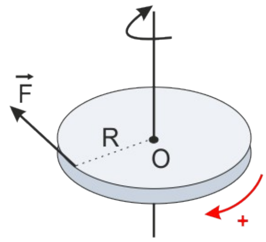
α) την ταχύτητα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 .
β) το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας.
γ) το πηλίκο της κινητικής ενέργειας των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 προς την κινητική ενέργεια της τροχαλίας.
δ) τον αριθμό των στροφών της τροχαλίας.
ε) το ρυθμό με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια στην τροχαλία.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I = \frac{1}{2}MR^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και $\pi = 3,14$.

Σημείωση: Η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση του νήματος. Το νήμα είναι αβαρές.
Να θεωρήσετε ότι τα σώματα Σ_1 και Σ_2 δε φτάνουν στο έδαφος, ούτε συγκρούονται με την τροχαλία.

[1,6m/s, 1,28 kg.m^2/s, 3/2, 0,5, 51,2 j/s]

70. Οριζόντιος ομογενής και συμπαγής δίσκος, μάζας $M = 6\ kg$ και ακτίνας $R = 1\ m$, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του (Ο). Αρχικά ο δίσκος ηρεμεί. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούμε στο δίσκο δύναμη $\vec{F}$ σταθερού μέτρου $6\ N$ η οποία εφάπτεται συνεχώς στην περιφέρειά του, οπότε ο δίσκος αρχίζει να περιστρέφεται.



Κάποια χρονική στιγμή t_1 ο δίσκος έχει στροφορμή μέτρου $L = 60\ kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$. Για αυτή τη χρονική στιγμή t_1 να υπολογίσετε:

α) το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στο χρονικό διάστημα από $t = 0$ έως $t = t_1$.

β) τον αριθμό των στροφών που έχει διαγράψει ο δίσκος στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

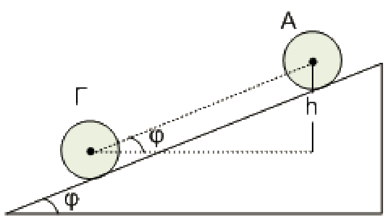
γ) το ρυθμό με τον οποίο η δύναμη $\vec{F}$ μεταφέρει ενέργεια στο δίσκο τη χρονική στιγμή t_1.

δ) το ρυθμό μεταβολής της κινητικής του ενέργειας τη χρονική στιγμή t_1. Τι εκφράζει ο ρυθμός αυτός;

Δίνονται: $\frac{50}{\pi} \simeq 16$ και η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I = \frac{1}{2} M R^2$.

[600J, 50/π, 120J/s, 120J/s]

71. Μια ομογενής και συμπαγής σφαίρα μάζας $M = 4\ kg$ και ακτίνας $R = 0,5\ m$ αφήνεται (θέση Α) να κυλήσει κατά μήκος ενός πλάγιου επιπέδου γωνίας κλίσης φ, με $\eta\mu\phi = 0,35$. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Τη στιγμή που το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει κατακόρυφη μετατόπιση $h = 7\ m$ (θέση Γ), να υπολογίσετε:



α) το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας.

β) τον αριθμό των περιστροφών που έχει εκτελέσει μέχρι τότε.

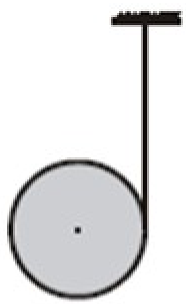
γ) το λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια της σφαίρας σε κάποια χρονική στιγμή, κατά τη διάρκεια της κίνησής της.
δ) Για τη μετατόπιση της σφαίρας από τη θέση Α έως τη θέση Γ να υπολογίσετε με τη βοήθεια του θεωρήματος έργου-ενέργειας το έργο της στατικής τριβής

δ1) κατά τη μεταφορική κίνηση.

δ2) κατά τη περιστροφική κίνηση. Τι παρατηρείτε;

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον άξονά της $I = \frac{2}{5}MR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

[20rad/s, 20/π, 5/2, -80J, 80J]

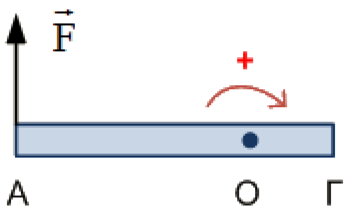


72. Στο γιογιό του σχήματος που έχει μάζα $M = 6\ kg$ και ακτίνα $R = 0,1\ m$, έχει τυλιχτεί πολλές φορές γύρω του λεπτό αβαρές νήμα. Με σταθερό το ένα άκρο του νήματος αφήνουμε το γιογιό να κατεβαίνει. Όταν αυτό έχει κατέβει κατά $h = \frac{5}{3}\ m$ αποκτά μεταφορική ταχύτητα $u_{cm} = 5\ \frac{m}{s}$. Να υπολογίσετε:

α) Τη μεταφορική επιτάχυνση του κέντρου μάζας του σώματος.
β) Τη γωνιακή επιτάχυνση του σώματος και την τάση του νήματος.
γ) Το λόγο της στροφικής κινητικής ενέργειας προς τη μεταφορική κινητική ενέργεια του σώματος, χωρίς να θεωρήσετε γνωστό τον τύπο της ροπής αδράνειας του γιογιό.
δ) Τη σχέση που περιγράφει πώς μεταβάλλεται η στροφική κινητική ενέργεια του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνονται: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$.

[7,5m/s^2, 75r/s^2, 15N, 1/3, $K_{περ}$=56,25 t^2]



73. Η ομογενής ράβδος του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που περνά από το σημείο Ο. Η ράβδος έχει μάζα $M = 3\ kg$ και μήκος $L = 3\ m$. Στη ράβδο ασκείται συνεχώς μια οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ η οποία έχει σταθερό μέτρο $F = 10\ N$ και είναι

διαρκώς κάθετη στη ράβδο, στο άκρο της Α. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η ράβδος είναι ακίνητη. Να υπολογιστούν:

α) Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το σημείο Ο.

β) Το έργο που παράγει η δύναμη στη διάρκεια της πρώτης περιστροφής.

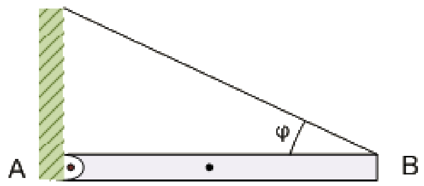
γ) Η κινητική ενέργεια που έχει η ράβδος μετά από δύο περιστροφές.

δ) Ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο στο τέλος της δεύτερης περιστροφής.

Δίνονται: $\sqrt{\frac{160\pi}{3}} \approx 13$. Η απόσταση $OA = 2\ m$ και η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$.

[3kgm^2, 40πJ, 80πJ, 260J/s]

74. Η ράβδος ΑΒ είναι ομογενής και ισοπαχής με μήκος $L = 2\ m$ και μάζα $M = 3\ Kg$. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Το άλλο άκρο της Β συνδέεται με τον τοίχο με αβαρές νήμα που σχηματίζει γωνία $\phi = 30^\circ$ με τη ράβδο, η οποία ισορροπεί οριζόντια, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από το νήμα.

Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα στο άκρο Β και η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από την άρθρωση σε κατακόρυφο επίπεδο. Να υπολογίσετε:

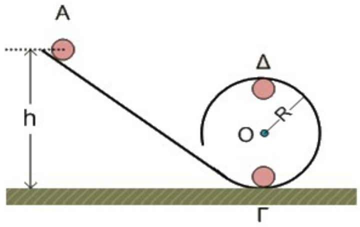
β) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου μόλις κοπεί το νήμα.

γ) Την κινητική ενέργεια της ράβδου, τη στιγμή που διέρχεται από την κατακόρυφη θέση.

δ) Σε ποια θέση της ράβδου, καθώς αυτή κινείται από την οριζόντια αρχική της θέση και μέχρι να διέλθει από την κατακόρυφη θέση, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της είναι στιγμιαία μηδέν.

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτή $I_{cm} = \frac{1}{12}ML^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και $\eta\mu 30 = \frac{1}{2}$.

[30N, 7,5rad/s^2, 30J, κατακόρυφη]



75. Η ομογενής και συμπαγής σφαίρα του σχήματος έχει μάζα $m = 1\ kg$ και ακτίνα $r = 0,2\ m$ και αφήνεται από ύψος h , να κινηθεί κατά μήκους κεκλιμένου επιπέδου και στη συνέχεια στο εσωτερικό της κυκλικής στεφάνης ακτίνας $R = 10,2\ m$. Η σφαίρα κυλίεται συνεχώς χωρίς να ολισθαίνει. Για να κάνει η σφαίρα με ασφάλεια ανακύκλωση, να υπολογιστεί:

α) το μέτρο της ελάχιστης τιμής της ταχύτητάς της στο σημείο Δ.

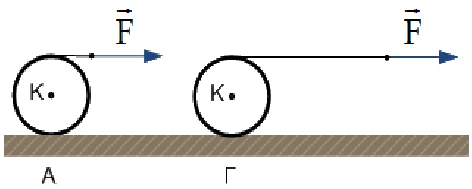
β) το μέτρο της ελάχιστης γωνιακής ταχύτητας ως προς τον άξονα περιστροφής της, στο σημείο Γ.

γ) το μέτρο της κάθετης δύναμης που δέχεται από το οριζόντιο επίπεδο στη θέση Γ αν από τη θέση αυτή διέρχεται με γωνιακή ταχύτητα ίση με αυτή που υπολογίσατε στο ερώτημα β.

δ) το ελάχιστο ύψος h .

Δίνονται η ροπή αδράνειας της σφαίρας ως προς τον άξονά της $I_{cm} = \frac{2}{5}mr^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και $\sqrt{\frac{27}{7}} \approx 1,96$.

[10m/s, 98rad/s, 48,4N, 27,1m]



76. Στην επιφάνεια ενός ομογενούς κυλίνδρου μάζας $m = 2\ kg$ και ακτίνας $R = 0,3\ m$, έχουμε τυλίξει λεπτό σχοινί αμελητέας μάζας, το ελεύθερο άκρο του οποίου έλκεται με σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $6\ N$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σχοινί ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση, περιστρέφοντας ταυτόχρονα τον κύλινδρο. Ο κύλινδρος μπορεί να κυλίεται χωρίς ολίσθηση και αρχικά ηρεμούσε στη θέση Α. Όταν βρεθεί στη θέση Γ έχει ξετυλιχθεί σχοινί τόσο, ώστε το σημείο εφαρμογής της δύναμης $\vec{F}$ να έχει μετατοπιστεί κατά $L = 4\ m$

Να υπολογισθεί:

α) το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

β) η στατική τριβή.

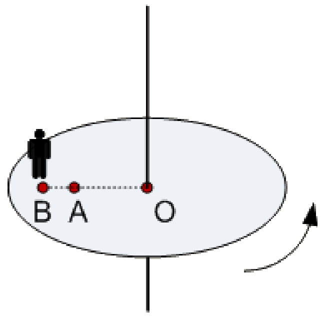
γ) η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ στη θέση Γ.

δ) το ποσοστό της κινητικής του ενέργειας που είναι στροφική στη θέση Γ.

Δίνονται: η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$ και η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I = \frac{1}{2}mR^2$.

[4m/s^2, -2N, 48W, 33,3%]

77. Ο δίσκος του σχήματος είναι οριζόντιος, έχει μάζα $M = 50\ kg$ και ακτίνα $R = 4\ m$. Στη θέση Β του δίσκου βρίσκεται ένα παιδί με μάζα $m = 40\ Kg$ και το σύστημα παιδί – δίσκος περιστρέφεται χωρίς τριβές, με γωνιακή ταχύτητα $\omega_1 = 5,6\ rad/s$, γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίσκου Ο. Αν το παιδί μετακινηθεί από τη θέση Β στη θέση Α του δίσκου (βλέπε σχήμα), τότε η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου γίνεται ω_2. (Να θεωρήσετε το παιδί ως σημειακή μάζα).

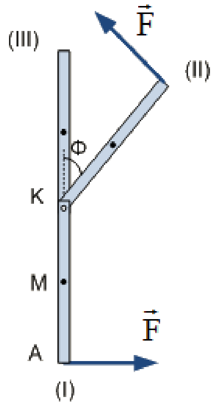


β) Να υπολογίσετε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος.
γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του παιδιού.
δ) Που οφείλονται οι παραπάνω μεταβολές (στα ερωτήματα β και γ);

Δίνονται: οι αποστάσεις $AO = 2\ m,\ BO = 3\ m$ και η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$

[7,6rad/s, 4256J, -800kgm^2/s]

78. Η ομογενής ράβδος ΑΚ στηρίζεται στο άκρο της Κ μέσω άρθρωσης και αρχικά κρέμεται κατακόρυφα (θέση Ι). Η ράβδος ΑΚ έχει μήκος L = 0,15m και μάζα m= 2kg . Στο άκρο της Α ασκούμε συνεχώς μια δύναμη F κάθετη στη ράβδο η οποία έχει σταθερό μέτρο, οπότε η ράβδος αρχίζει να ανεβαίνει. Όταν η ράβδος φτάσει στη θέση (ΙΙ), όπου σχηματίζει γωνία φ= 60^0 με την κατακόρυφη, καταργείται η δύναμη F και η ράβδος φτάνει στην κατακόρυφη θέση (ΙΙΙ), χωρίς γωνιακή ταχύτητα. Να υπολογίσετε:



α) Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της στη θέση (ΙΙ).

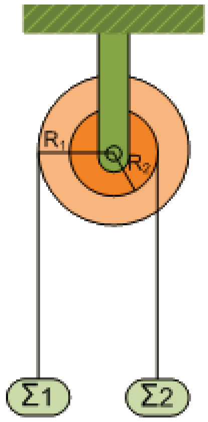
β) Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ για τη περιστροφή της ράβδου από τη θέση (Ι) στη θέση (ΙΙ).

γ) Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

δ) Το ποσοστό του έργου της δύναμης F που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια της ράβδου κατά τη περιστροφή της από τη θέση (Ι) στη θέση (ΙΙ).
Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα περιστροφής που περνά από το άκρο της Κ και είναι κάθετος σε αυτή: $I = \frac{1}{3}ML^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$.

[10rad/s, 3J, 30/πN, 25%]

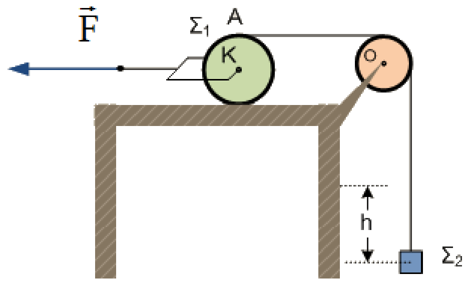
79. Στο σχήμα φαίνεται σε τομή μια τροχαλία που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες $R_1 = 0,2\ m$ και $R_2 = 0,1\ m$, που μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της τροχαλίας. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν ίσες μάζες $m_1 = m_2 = 2\ kg$ και είναι στερεωμένα μέσω νημάτων που είναι τυλιγμένα στους κυλίνδρους. Η τροχαλία και τα σώματα $\Sigma_1,\ \Sigma_2$ είναι αρχικά ακίνητα και τα κέντρα μάζας των $\Sigma_1,\ \Sigma_2$ βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί και τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα Σ_1 έχει κατέβει κατά $h_1 = 0,4\ m$.



Α. Να δείξετε:
α) ότι η ταχύτητα του σώματος Σ_1 είναι συνέχεια διπλάσια της ταχύτητας του σώματος Σ_2 .
β) ότι το διάστημα που διανύει το σώμα Σ_1 είναι συνέχεια διπλάσιο του διαστήματος που διανύει το σώμα Σ_2 .
Β. Τη χρονική στιγμή t_1 να υπολογίσετε:
γ) τη γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας.
δ) το ρυθμό με τον οποίο το βάρος του σώματος Σ_1 μεταφέρει ενέργεια στο σύστημα.
Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I = 0,1\ kg \cdot m^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\frac{m}{s^2}$.
Σημείωση: Η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση. Το νήμα είναι αβαρές.
Να θεωρήσετε ότι τα σώματα Σ_1 και Σ_2 δεν φτάνουν στο έδαφος ούτε συγκρούονται με την τροχαλία.

[√40ras/s, 8√10W]

80. Η κατακόρυφη τροχαλία του σχήματος, μάζας $m = 3\ kg$ και ακτίνας $r = 0,1\ m$, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο της Ο και είναι κάθετος σε αυτήν. Στο αυλάκι της τροχαλίας περνά νήμα που από το ένα άκρο του κρέμεται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2\ kg$ και στο άλλο άκρο του είναι δεμένος ένας κατακόρυφος τροχός (Σ_1) που έχει μάζα $M = 4\ kg$ και ακτίνα $R = 0,2\ m$



α) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ ώστε το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα να παραμείνει ακίνητο.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ που το σύστημα του σχήματος είναι ακίνητο, αυξάνουμε τη δύναμη ακαριαία έτσι ώστε να γίνει $F = 80\ N$.

β) Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος Σ_2 .

Για τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ_2 έχει ανέλθει κατά $h = 2\ m$, να υπολογίσετε:

γ) Το μέτρο της στροφορμής της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της.

δ) Τη μετατόπιση του τροχού από την αρχική του θέση.

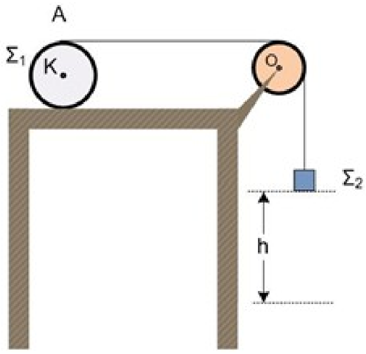
ε) Το ποσοστό του έργου της δύναμης F που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του τροχού Σ_1 κατά τη μετατόπιση του σώματος Σ_2 κατά h .

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \dfrac{m}{s^2}$, η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I = \dfrac{1}{2}mr^2$ και του σώματος Σ_1 ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_1 = \dfrac{1}{2}MR^2$.

Σημείωση: Η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση. Το νήμα είναι αβαρές. Ο τροχός Σ_1 κυλίεται χωρίς ολίσθηση.

[40N, $4 m/s^2$, $0,6 kgm^2/s$, 1m, 15%]

81. Η τροχαλία του σχήματος μάζας $m = 3\ kg$ και ακτίνας $r = 0,1\ m$, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άξονα που περνάει από το κέντρο της Ο και είναι κάθετος σε αυτήν. Στο αυλάκι της τροχαλίας περνά νήμα που στο ένα άκρο του κρέμεται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2\ kg$ και στο άλλο άκρο του είναι τυλιγμένο γύρω από ένα κύλινδρο (Σ_1) που έχει μάζα $M = 4\ kg$ και ακτίνα $R = 0,2\ m$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί, οπότε το σώμα Σ_2 πέφτει κατακόρυφα και ο κύλινδρος κυλίεται (χωρίς να ολισθαίνει).



Τη χρονική στιγμή t_1 που το σώμα Σ_2 έχει κατέβει κατά ύψος $h = 2\ m$, να υπολογιστεί:

α) το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος Σ_1 και του σώματος Σ_2 .

β) το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας K του κυλίνδρου Σ_1 .

γ) το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου Σ_1 ως προς τον άξονα περιστροφής του.

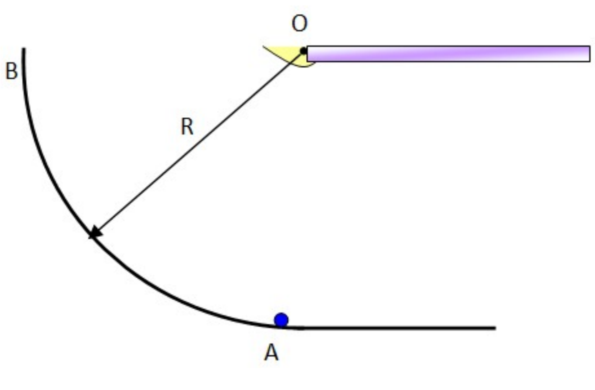
δ) το ποσοστό του έργου του βάρους του σώματος Σ2 που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια της τροχαλίας.

Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \dfrac{m}{s^2}$, η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της $I = \dfrac{1}{2}mR^2$ και του σώματος Σ_1 ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_1 = \dfrac{1}{2}MR^2$.

Σημείωση: Η τριβή ανάμεσα στην τροχαλία και στο νήμα είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση του νήματος. Το νήμα είναι αβαρές.

[4m/s^2, 2m/s, 0,8kg.m^2/s, 30%]

82. Η ομογενής ράβδος μάζας $M = 9kg$ και μήκους $\ell = 1,2m$ του διπλανού σχήματος αφήνεται από την οριζόντια θέση να κινηθεί στο κατακόρυφο επίπεδο. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το αρθρωμένο άκρο της Ο. Όταν διέρχεται από την κατακόρυφη θέση συγκρούεται με ακίνητο υλικό σημείο μάζας $m = 1kg$ που βρίσκεται στο κατώτερο σημείο Α ενός λείου κατακόρυφου οδηγού σε σχήμα τεταρτοκυκλίου



ακτίνας $R = 1,2m$. Μετά την κρούση η ράβδος αποκτά γωνιακή ταχύτητα μέτρου ίσου με το μισό από αυτό που είχε ελάχιστα πριν την κρούση και ίδιας φοράς.
Αν δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$, να υπολογίσετε:

α) τη γωνιακή ταχύτητα της ράβδου ελάχιστα πριν την κρούση.
β) την ταχύτητα του υλικού σημείου αμέσως μετά την κρούση.
γ) τη στιγμιαία ισχύ της ροπής του βάρους της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
δ) την απώλεια της Μηχανικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση.

[5rad/s, 9m/s, 0W, 0j]