

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο: ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ 2: ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

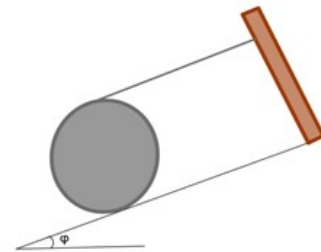
11. Ομογενής ράβδος AB μήκους $L = 4m$ και βάρους $w = 100N$ ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη σε κατακόρυφο τοίχο με άρθρωση και στο σημείο της Λ σε υποστήριγμα ($M\Lambda = L/4$) Η ράβδος ισορροπεί οριζόντια.



- α) Να βρεθεί η δύναμη N που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα.
- β) Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.
- γ) Μετακινούμε το υποστήριγμα και το τοποθετούμε στο Z, το οποίο είναι το μέσο του AM. Πόση είναι πλέον η δύναμη που ασκεί το υποστήριγμα στη ράβδο;

[200/3 N, 100/3N, 200N]

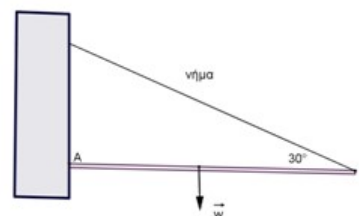
12. Ο δίσκος ισορροπεί με τη βοήθεια ενός νήματος παράλληλου στο κεκλιμένο επίπεδο. Αν το βάρος του δίσκου είναι $w = 10N$ και η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου είναι $\phi = 30^\circ$, να βρεθούν:



- α) η συνισταμένη ροπή των δυνάμεων που δέχεται ο δίσκος ως προς το κέντρο του K.
- β) η δύναμη που δέχεται ο τροχός από το νήμα.
- γ) η στατική τριβή στον δίσκο καθώς και το μέτρο της δύναμης που ασκεί το κεκλιμένο επίπεδο στο δίσκο.

[0N.m, 2,5N, 2,5N, $\sqrt{81,25}$ N]

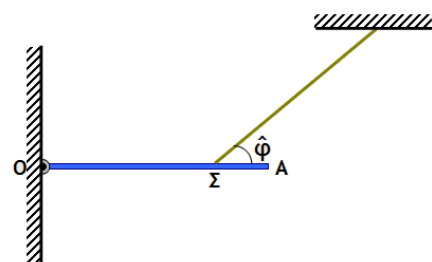
13. Η ράβδος AB του παρακάτω σχήματος είναι ομογενής, έχει μήκος ℓ και βάρος $w = 100N$ και ισορροπεί οριζόντια.



- α) Να υπολογισθεί η τάση του νήματος.
- β) Στο σημείο A η ράβδος εφάπτεται στον τοίχο. Αν η τριβή που δέχεται η ράβδος είναι μέγιστη δυνατή ώστε να ισορροπεί, να βρεθεί ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου και τοίχου.

[100N, $\sqrt{3}/3$]

14. Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει μήκος $L = 4 m$, μάζα $M = 30 kg$ και είναι αρθρωμένη στο άκρο της O. Η ράβδος ισορροπεί με τη βοήθεια νήματος, το οποίο είναι δεμένο σε σημείο Σ της ράβδου και σχηματίζει με τη ράβδο γωνία $\hat{\phi} = 30^\circ$. Η απόσταση (OΣ) είναι ίση με $3 m$. Να βρεθούν:



- α) Το μέτρο της τάσης \vec{N} του νήματος.

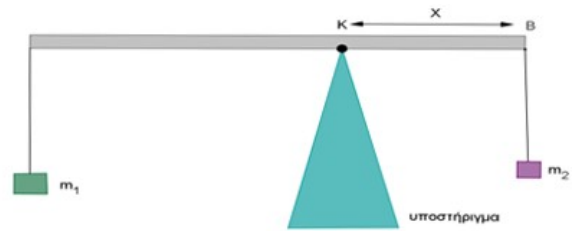
β) Το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης \vec{F} που ασκεί η άρθρωση στη ράβδο.

γ) Το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης \vec{F}' που θα ασκήσει η άρθρωση στη ράβδο, αν το νήμα δεθεί σε σημείο Κ της ράβδου, τέτοιο, ώστε η απόσταση (ΟΚ) να είναι ίση με $\frac{4}{3} m$ και το νήμα να σχηματίζει την ίδια γωνία $\hat{\phi}$ με τη ράβδο.

Δίνεται: $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

[400N, $100\sqrt{13} N$, $150\sqrt{28} N$]

15. Στα άκρα Α και Β της ομογενούς ράβδου μήκους $L = 1m$ έχουμε κρεμάσει 2 σώματα με μάζες $m_1 = 3kg$ και $m_2 = 1kg$. Δίνεται $g = 10m/s^2$.



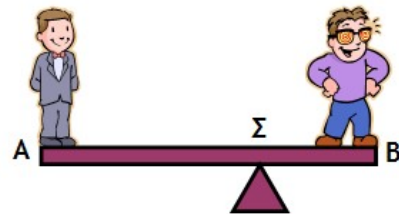
α) Αν η ράβδος είναι αβαρής, πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα έτσι ώστε το σύστημα των τριών σωμάτων να ισορροπεί;

β) Αν η ράβδος έχει βάρος $w = 60N$, πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα ώστε το σύστημα να ισορροπεί;

γ) Αφαιρούμε το m_1 και από τη ράβδο κρέμεται μόνο το m_2 . Πού πρέπει να τοποθετήσουμε το υποστήριγμα για να ισορροπεί η ράβδος; Πόση είναι η δύναμη που ασκεί το υποστήριγμα στην ράβδο;

[0,75m, 0,6m, $3/7m$]

16. Στα άκρα Α και Β της αβαρούς τραμπάλας του σχήματος βρίσκονται δύο παιδιά. Το παιδί που βρίσκεται στο άκρο Α έχει βάρος μέτρου $w_A = 200 N$, ενώ το άλλο παιδί έχει βάρος μέτρου $w_B = 800 N$.



Το μήκος της τραμπάλας είναι $L = 2 m$.

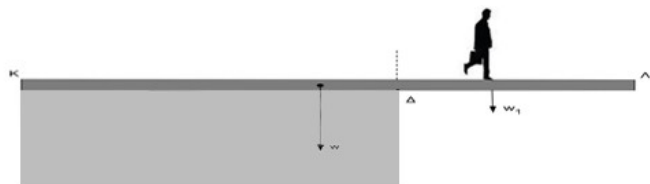
α) Να βρεθεί σε πόση απόσταση από το άκρο Α πρέπει να τοποθετηθεί στήριγμα (Σ), ώστε η τραμπάλα να ισορροπεί.

β) Να βρεθεί η δύναμη στήριξης \vec{F} που ασκεί το στήριγμα (Σ) στην τραμπάλα.

γ) Αν το παιδί που βρίσκεται στο άκρο Α σταθεί πιο κοντά στο στήριγμα (Σ), προς ποια μεριά θα ανατραπεί η τραμπάλα;

[1,6m, 1000N, δεξιόστροφα]

17. Μια ομογενής σανίδα ΚΛ μήκους $L = 10m$ και βάρους $W = 1200N$ τοποθετείται πάνω σε μια επιφάνεια ώστε το τμήμα ΔΛ μήκους $L = 4m$ να προεξέχει της επιφάνειας. Ένας άνθρωπος βάρους $w_1 = 800N$ ξεκινάει από το άκρο Κ και κινείται πάνω στη σανίδα με κατεύθυνση προς το Λ.

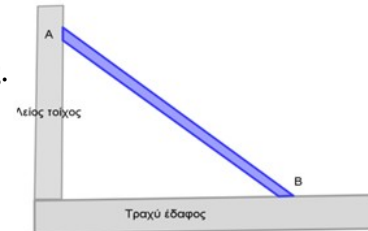


α) Μέχρι ποιά απόσταση x από το σημείο Δ μπορεί να περπατήσει ώστε να μην ανατραπεί η σανίδα;

β) Πόσο είναι η μέτρο της αντίδρασης N εκείνη την στιγμή;

[1,5m, 2000N]

18. Μια ράβδος ομογενής AB μήκους L και βάρους $w = 100N$ ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα στηριζόμενη στο άκρο της A σε λείο τοίχο και στο άκρο της B σε τραχύ έδαφος. Δίνεται ότι η ελάχιστη γωνία για την οποία η ράβδος δεν ολισθαίνει είναι $\phi = 45^\circ$ και ότι $g = 10m/s^2$.



Ζητείται:

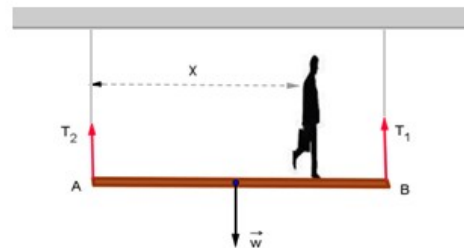
α) Η κάθετη δύναμη που ασκεί το έδαφος στη ράβδο.

β) Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ ράβδου-εδάφους καθώς και τη δύναμη που ασκεί ο λείος τοίχος στη ράβδο.

γ) Το μέτρο της δύναμης (αντίδρασης) του εδάφους στη ράβδο.

[100N, 0,5 $50\sqrt{5}$ N]

19. Ένας μηχανικός βάρους $w_1 = 800N$ βρίσκεται πάνω σε μια οριζόντια ομογενή σανίδα AB, μήκους $L = 10m$ και βάρους $w = 500N$. Η σανίδα κρέμεται από δύο κατακόρυφα σχοινιά που είναι δεμένα στα άκρα A και B. Όλο το σύστημα ισορροπεί οριζόντιο όπως φαίνεται στο σχήμα.



α) Να βρεθούν τα μέτρα των τάσεων T_1 και T_2 των δύο σχοινιών αν $x = 8m$.

β) Ποιά είναι η μέγιστη και ποιά η ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάση T_1 ;

γ) Για ποιά τιμή της απόστασης x , το μέτρο της τάσης T_1 είναι ίσο με το μέτρο της τάσης T_2 ;

[890N, 410N, 250N, 1050N, 5m]

20. Η ράβδος OB είναι ομογενής έχει βάρος $w = 10N$ και έχει μήκος $L = 2m$. Το ένα άκρο της O στηρίζεται σε τοίχο με άρθρωση, ενώ στο άλλο έχουμε δέσει νήμα το οποίο σχηματίζει γωνία $\phi = 30^\circ$ με το οριζόντιο επίπεδο. Πάνω στη ράβδο βρίσκεται οριζόντιο ελατήριο σταθεράς

$K = 100 \frac{N}{m}$ που στο ένα άκρο του έχουμε δέσει

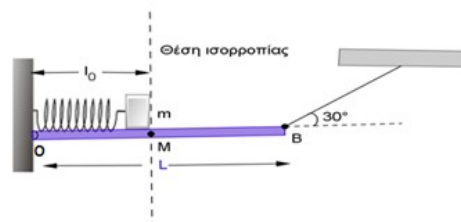
σώμα μάζας $m = 1kg$ που ισορροπεί ακίνητο. Το φυσικό μήκος του ελατηρίου είναι

$\ell_0 = \frac{L}{2} = 1m$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ εκτοξεύεται το σώμα με ταχύτητα $v = 5m/s$

προς τα δεξιά, οπότε το σώμα ξεκινάει να εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση. (Υπόδειξη: Ω θετική φορά θεωρείστε τη κατεύθυνση προς τα δεξιά.)

Να βρεθεί:

α) Η τάση του νήματος πριν την εκτόξευση του σώματος.



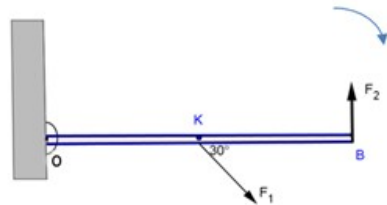
β) Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.

γ) Η τάση του νήματος τη χρονική στιγμή $t = 0,15 \cdot \pi s$.

δ) Το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από την άρθρωση τη χρονική στιγμή $t = 0,15 \cdot \pi s$.

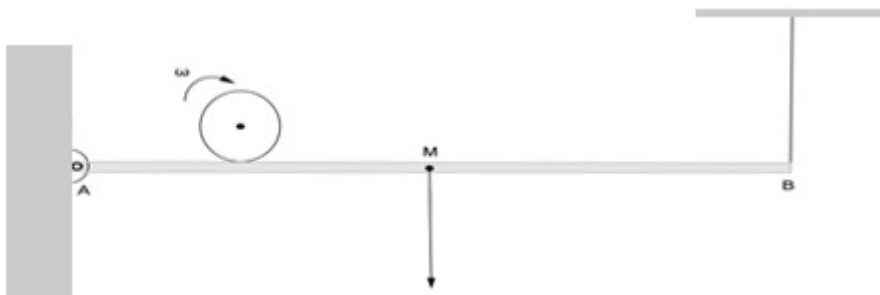
[20N, 0,5m, 15N, $5\sqrt{3} N$]

21. Στο μέσο K της αβαρούς ράβδου OB μήκους ℓ ασκούμε δύναμη $F_1 = 50N$ η οποία έχει την κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα. Στο σημείο O υπάρχει άρθρωση. Να βρεθεί η δύναμη F_2 που πρέπει να ασκείται στο άκρο B της ράβδου έτσι ώστε η ράβδος να ισορροπεί οριζόντια.



[12,5N]

22. Η ομογενής ράβδος του σχήματος έχει βάρος $w_1 = 10N$ και μήκος $\ell = 4m$. Το ένα της άκρο αρθρώνεται σε κατακόρυφο τοίχο και το άλλο της άκρο κρέμεται από κατακόρυφο σχοινί με αποτέλεσμα να ισορροπεί οριζόντια.



α) Να βρεθεί η τάση του νήματος.

β) Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$, από το άκρο A ξεκινάει να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει πάνω στη ράβδο ένας κύλινδρος βάρους $w_2 = 10N$ με επιτάχυνση $a_{cm} = 1m/s^2$.

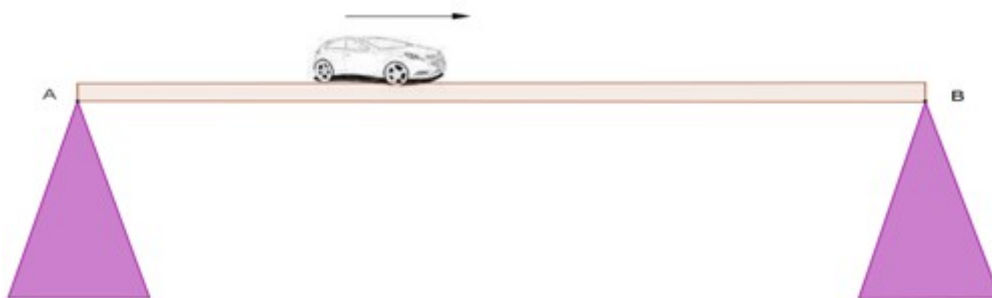
Ζητείται:

γ) Η τάση του νήματος τη χρονική στιγμή $t = \sqrt{3} s$.

δ) Η γωνιακή ταχύτητα και η θέση του κυλίνδρου, όταν η τάση του νήματος γίνει $T = 10N$. (Δίνεται η ακτίνα του κυλίνδρου $R = 0,1m$).

[5 N, 5N, $35/4N$, 20rad/s]

23. Μια οριζόντια γέφυρα έχει μήκος $L = 8m$ και βάρος $w = 40000N$. Η γέφυρα στηρίζεται σε δυο υποστηρίγματα στα άκρα της A και B. Ένα όχημα βάρους $w_1 = 10000N$ κινείται στη γέφυρα με $v = 1m/s$. Θεωρούμε ως αρχική χρονική στιγμή $t = 0$ τη στιγμή που το όχημα φθάνει στο άκρο A της γέφυρας.



- α) Να βρεθεί η δύναμη που δέχεται η γέφυρα από το υποστήριγμα A τη χρονική στιγμή $t = 0$.
β) Ποιά η θέση του αυτοκινήτου ώστε η ράβδος να δέχεται ίσες δυνάμεις από τα υποστηρίγματα;
γ) Να γίνει το διάγραμμα της δύναμης που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα A σε συνάρτηση με τον χρόνο.

[30.000N, 4m,]