

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1<sup>ο</sup>: ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

### ΕΝΟΤΗΤΑ 1.1: ΠΕΡΙΟΔΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ - ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ (ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ)

1. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με περίοδο  $T = 2 \text{ s}$  και πλάτος ταλάντωσης  $A = 0,1 \text{ m}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα. Να υπολογιστούν:

α) η συχνότητα και η γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης.

β) το πλάτος της ταχύτητας και το πλάτος της επιτάχυνσης.

γ) Να γραφούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε σχέση με το χρόνο,  $x = f(t)$ ,  $v = f(t)$  και  $a = f(t)$  αντίστοιχα.

$$[0,5\text{Hz}, \pi\text{rad/s}, 0,1\pi\text{m/s}, 0,1\pi^2\text{m/s}^2, x=0,1\eta\mu\text{πt}, u=0,1\pi\sigma\upsilon\eta\text{πt}, a=-0,1\pi^2\eta\mu\pi\text{t}]$$

2. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και η εξίσωση της απομάκρυνσης σε σχέση με το χρόνο είναι:  $x = 0,2 \cdot \eta\mu 2t$  (S.I.). Να υπολογιστούν:

α) η γωνιακή συχνότητα, η περίοδος και η συχνότητα ταλάντωσης.

β) το πλάτος της ταλάντωσης, το πλάτος της ταχύτητας και το πλάτος της επιτάχυνσης.

γ) η απομάκρυνση τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{8} \text{ s}$ .

$$\text{Δίνεται } \eta\mu \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$[2\text{r/s}, \pi \text{ s}, 1/\pi \text{ Hz}, 0,2\text{m}, 0,4\text{m/s}, 0,4\text{m/s}^2, 0,1\sqrt{2}\text{m}]$$

3. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. και η ταχύτητα μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση  $u = 2 \cdot \sigma\upsilon\upsilon 4\pi t$  (S.I.)

Να υπολογιστεί:

α) Η απόσταση των δύο ακραίων θέσεων.

β) Η επιτάχυνση όταν η απομάκρυνση του σώματος είναι  $x = +A$ .

γ) Η ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t = \frac{1}{12} \text{ s}$ .

δ) Αν η μάζα του ταλαντούμενου σώματος είναι  $m = 0,2 \text{ kg}$  να υπολογιστεί η σταθερά επαναφοράς του συστήματος και ο ρυθμός μεταβολής της ορμής τη χρονική στιγμή κατά την οποία

η απομάκρυνση είναι  $x = -\frac{A}{2}$ .

$$\text{Δίνεται } \sigma\upsilon\upsilon \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \text{ και } \pi^2 \simeq 10.$$

$$[1/\pi\text{m}, -8\pi\text{m/s}^2, 1\text{m/s}, 32\text{N/m}, 8/\pi\text{N}]$$

4. Σώμα μάζας  $m = 4 \text{ kg}$  εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής  $x = A \cdot \eta\mu\omega t$  ενώ η σταθερά επαναφοράς του συστήματος είναι  $400 \text{ N/m}$ . Το σώμα μετά από 3 πλήρεις ταλαντώσεις έχει διαγράψει τροχιά μήκους  $d = 0,6 \text{ m}$ .

Να υπολογιστούν:

α) η συχνότητα ταλάντωσης,

β) το πλάτος της επιτάχυνσης,

γ) ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t = \frac{\pi}{40} \text{ s}$ ,

δ) το έργο της δύναμης επαναφοράς καθώς το σώμα μεταβαίνει από τη θέση ισορροπίας στην ακραία αρνητική θέση.

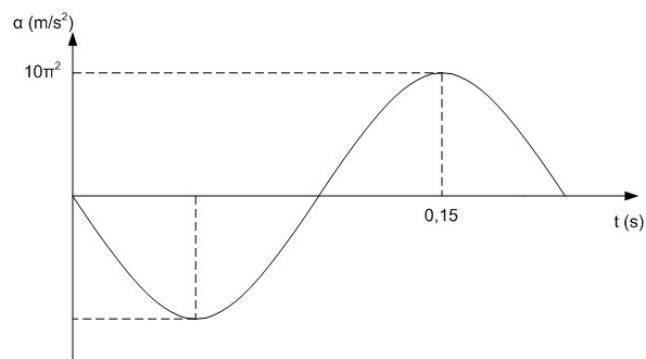
Δίνεται  $\eta\mu\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

[5/πHz, 5m/s<sup>2</sup>, -2,5√2m/s<sup>2</sup>, -0,5j]

5. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση επιτάχυνσης-χρόνου:

Να υπολογιστούν:

- Το πλάτος της ταλάντωσης.
- Η συχνότητα και η γωνιακή συχνότητα.
- Να βρεθεί η εξίσωση ταχύτητας-χρόνου και να σχεδιαστεί το αντίστοιχο ποσοτικό διάγραμμα.
- Να κάνετε το διάγραμμα επιτάχυνσης-απομάκρυνσης (ποσοτικό).



[0,1m, 5Hz, 10π r/s]

6. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής  $x = A \cdot \eta\mu\omega t$ . Η συχνότητα διέλευσης του σώματος από τη Θέση Ισορροπίας είναι  $2 \text{ Hz}$  ενώ η ακραία θέση ταλάντωσης απέχει από τη Θέση Ισορροπίας απόσταση  $d = 0,4 \text{ m}$ . Η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι  $D = 100 \text{ N/m}$ . Να υπολογιστούν:

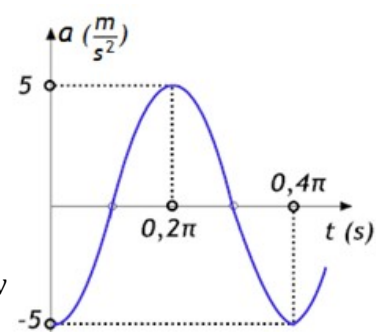
- η περίοδος της ταλάντωσης.
- η μάζα του ταλαντούμενου σώματος.
- οι χρονικές στιγμές κατά τη διάρκεια της πρώτης περιόδου στις οποίες η απομάκρυνση είναι  $x = +0,2 \text{ m}$ .
- η ταχύτητα τις ίδιες χρονικές στιγμές.

Δίνεται  $\pi^2 \simeq 10$ ,  $\eta\mu\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

[1s, 2,5kg, 1/12 s, 5/12 s, 0,4√3 πm/s, -0,4√3 πm/s]

7. Στο παρακάτω διάγραμμα παριστάνεται η επιτάχυνση ενός σώματος μάζας  $m = 2 \text{ kg}$ , που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε συνάρτηση με το χρόνο.

- Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα  $\omega$  και το πλάτος ταλάντωσης  $A$ .
- Να γράψετε την εξίσωση που δίνει τη φάση της ταλάντωσης  $\phi$  σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$ .
- Να παραστήσετε γραφικά την επιτάχυνση  $a$  σε συνάρτηση με την απομάκρυνση  $x$ , σε κατάλληλα βαθμολογημένους άξονες.
- Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της ορμής του σώματος τη



χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{\pi}{30} \text{ s}$ . Δίνεται ότι:  $\eta\mu\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  και  $\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$ .

[5 r/s, 0,2 m,  $\varphi=5t+\pi/2$ , -1kg.m/s]

8. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης  $x = 20\eta\mu 10\pi t$  ( $x$  σε  $\text{cm}$  και  $t$  σε  $\text{s}$ ). Να υπολογιστούν:

α) ο ρυθμός μεταβολής της φάσης,

β) η ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t = \frac{1}{60} \text{ s}$ .

γ) Να γίνει το διάγραμμα φάσης-χρόνου για τις τρεις πρώτες ταλαντώσεις.

Δίνεται  $\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

[10π r/s,  $\pi\sqrt{3} \text{ m/s}$ ]

9. Σώμα εκτελεί Α.Α.Τ. με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής  $x = A \cdot \eta\mu\omega t$ . Το σώμα μετά από χρόνο  $5 \text{ s}$  έχει πραγματοποιήσει  $50$  πλήρεις ταλαντώσεις. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το διάγραμμα δύναμης επαναφοράς-απομάκρυνσης.

Να υπολογιστούν

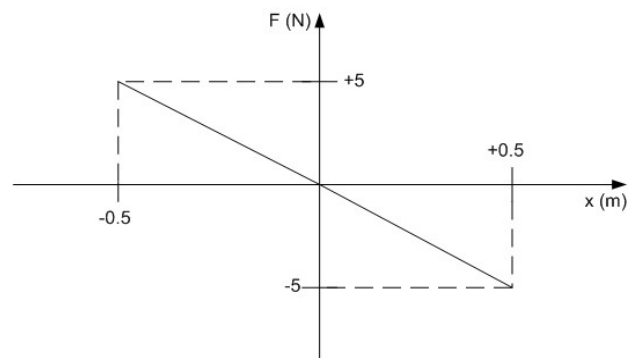
α) η μάζα του ταλαντούμενου σώματος.

β) το πλάτος της ταχύτητας.

γ) η διαφοράς φάσης μεταξύ των χρονικών στιγμών  $t_1 = 0,15 \text{ s}$  και  $t_2 = 0,5 \text{ s}$ .

δ) το μέτρο της απομάκρυνσης όταν η επιτάχυνση είναι  $\frac{a_{\max}}{4}$ .

Δίνεται  $\pi^2 \simeq 10$ .



[ $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ ,  $10\pi \text{ m/s}$ ,  $7\pi \text{ rad}$ ,  $0,125 \text{ m}$ ]