# <u>Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΤΟΥ ΑΤΟΜΟΥ ΤΟΥ ΥΔΡΟΓΟΝΟΥ</u>

**ΑΣΚΗΣΗ 1**

**Άτομα αερίου υδρογόνου που βρίσκονται στη θεμελιώδη κατάσταση (n = 1), διεγείρονται με κρούση από δέσμη ηλεκτρονίων που έχουν επιταχυνθεί από διαφορά δυναμικού V. Θεωρούμε ότι κάθε ηλεκτρόνιο της δέσμης διεγείρει ένα μόνο άτομο υδρογόνου. Μετά την κρούση του με το άτομο του υδρογόνου, το ηλεκτρόνιο της δέσμης έχει χάσει το 60% της κινητικής ενέργειας που είχε τη στιγμή της κρούσης, ενώ το άτομο του υδρογόνου διεγείρεται σε μία κατάσταση στην οποία έχει ενέργεια $E_n$ = – 1,51 eV.**

**Δίνονται: η σταθερά του Planck h = $6{,}6\cdot10^{-34}$ J·s , η ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο κενό $c_0 = 3\cdot10^8$ m / s, η ενέργεια στη θεμελιώδη κατάσταση του ατόμου του υδρογόνου $E_1$ = – 13,6 eV, 1 eV = $1{,}6\cdot10^{-19}$ joule και για το φορτίο του ηλεκτρονίου $|q_e| = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C.**

**$Δ_1$. Να βρείτε τον κύριο κβαντικό αριθμό n της διεγερμένης κατάστασης που αντιστοιχεί στην ενέργεια $E_n$ = – 1,51 eV .**

**$Δ_2$. Να υπολογίσετε τη κινητική ενέργεια του κάθε ηλεκτρονίου της δέσμης τη στιγμή της κρούσης.**

**Το διεγερμένο άτομο του υδρογόνου παραμένει στη διεγερμένη κατάσταση για πολύ μικρό χρονικό διάστημα και στη συνέχεια αποδιεγειρόμενο επιστρέφει στη θεμελιώδη κατάσταση.**

**$Δ_3$. Να αναφέρετε όλες τις πιθανές μεταβάσεις του ηλεκτρονίου ενός ατόμου του αερίου υδρογόνου κατά την αποδιέγερσή του και την επιστροφή του στην θεμελιώδη κατάσταση και να σχεδιάσετε στη κόλλα σας το ποσοτικό διάγραμμα των ενεργειακών σταθμών, όπου να φαίνονται οι πιθανές μεταβάσεις κατά την αποδιέγερση αυτού του ατόμου.**

**$Δ_4$. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος της ακτινοβολίας που εκπέμπεται κατά την αποδιέγερση των ατόμων της παραπάνω ποσότητας υδρογόνου και ανήκει στην ορατή περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος.**

**Λύση**

**$Δ_1$.**

Η ενέργεια της διεγερμένης κατάστασης :

$E_n = E_1 / n^2 \Rightarrow n = \sqrt{(E_1 / E_n)} \Rightarrow n = \sqrt{(-13{,}6 / -1{,}51)} \Rightarrow n = \sqrt{9} \Rightarrow n = 3$ .

Δηλαδή το ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου βρίσκεται στη κατάσταση με κύριο κβαντικό αριθμό n = 3 δηλαδή στη δεύτερη διεγερμένη ενεργειακή κατάσταση.

**$Δ_2$.**

Το ηλεκτρόνιο e – βλήμα συγκρούεται με το ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου (e – στόχος) και χάνει μέρος (ποσοστό) της κινητικής του ενέργειας που μεταβιβάζεται στο ηλεκτρόνιο e του ατόμου του υδρογόνου, με αποτέλεσμα αυτό να διεγείρεται (διέγερση με κρούση).

Αρχή διατήρησης της ενέργειας :

(η γενικότερη μορφή και η βασικότερη αρχή που ισχύει σε ολόκληρο το σύμπαν)

(η ενέργεια διέγερσης για το ηλεκτρόνιο e του ατόμου κατά την μετάβαση του από την θεμελιώδη στη διεγερμένη κατάσταση συμβολίζεται $E_{δ,\,1\to n}$ , ενώ $ΔK_e$ είναι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου βλήματος της δέσμης)

$E_{δ,\,1\to n} = |ΔK_e| \Rightarrow E_{δ,\,1\to n} = (60\ /\ 100)\cdot K_e \Rightarrow E_{δ,\,1\to n} = 0{,}6\cdot K_e \Rightarrow E_n - E_1 = 0{,}6\cdot K_e \Rightarrow K_e = (E_n - E_1)\ /\ 0{,}6 \Rightarrow K_e = (-1{,}51 - (-13{,}6))\ /\ 0{,}6 \Rightarrow K_e = 20{,}15$ eV .

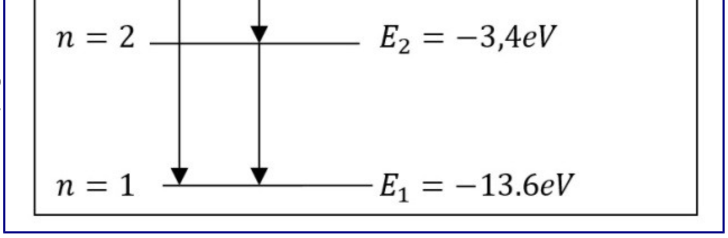
**$Δ_3$.**

Κατά την αποδιέγερση του το ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου μπορεί να μεταβεί στη θεμελιώδη κατάσταση :

• είτε απευθείας, εκπέμποντας ένα φωτόνιο που ανήκει στο υπεριώδες , γιατί :

4η συνθήκη του Bohr κατά την μετάβαση του ηλεκτρονίου του ατόμου του υδρογόνου από την n = 3 στην n = 1 :

$E_3 - E_1 = h\cdot f_{3\to1} \Rightarrow$



(βασική εξίσωση της κυματικής : $c_0 = \lambda_{3\to1} \cdot f_{3\to1} \Rightarrow f_{3\to1} = c_0 / \lambda_{3\to1}$)

$E_3 - E_1 = h\cdot(c_0 / \lambda_{3\to1}) \Rightarrow \lambda_{3\to1} = c_0 \cdot h / (E_3 - E_1) \Rightarrow \lambda_{3\to1} = 3\cdot10^8\cdot6{,}6\cdot10^{-34} / (-1{,}51 - (-13{,}6))\cdot1{,}6\cdot10^{-19} \Rightarrow \lambda_{3\to1} = 1{,}02\cdot10^{-7} \Rightarrow \lambda_{3\to1} = 102\cdot10^{-9} \Rightarrow \lambda_{3\to1} = 102$ nm .

• είτε με δύο διαδοχικά άλματα. Όπως βλέπετε στο σχήμα,
μετάβαση 3 → 2 , οπότε εκπέμπει φωτόνιο που ανήκει στο ορατό (το δείχνουμε στο επόμενο ερώτημα) και
μετάβαση 2 → 1 , οπότε εκπέμπει φωτόνιο που ανήκει στο υπεριώδες τμήμα του φάσματος, γιατί :
4η συνθήκη του Bohr κατά την μετάβαση του ηλεκτρονίου του ατόμου του υδρογόνου από την n = 2 στην n = 1 :
$E_2 - E_1 = h\cdot f_{2\to1} \Rightarrow$
(βασική εξίσωση της κυματικής : $c_0 = \lambda_{2\to1} \cdot f_{2\to1} \Rightarrow f_{2\to1} = c_0 / \lambda_{2\to1}$)

$E_2 - E_1 = h\cdot(c_0 / \lambda_{2\to1}) \Rightarrow \lambda_{2\to1} = c_0 \cdot h / (E_2 - E_1) \Rightarrow \lambda_{2\to1} = 3\cdot10^8\cdot6{,}6\cdot10^{-34} / (-3{,}4 - (-13{,}6))\cdot1{,}6\cdot10^{-19} \Rightarrow \lambda_{2\to1} = 1{,}21\cdot10^{-7} \Rightarrow \lambda_{2\to1} = 121\cdot10^{-9} \Rightarrow \lambda_{2\to1} = 121$ nm .

**$\Delta_4$.**

Στην ορατή περιοχή του φάσματος ανήκει το φωτόνιο που εκπέμπει το ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου κατά την μετάβαση 3 → 2 .
4η συνθήκη του Bohr κατά την μετάβαση του ηλεκτρονίου του ατόμου του υδρογόνου από την n = 3 στην n = 2 :
$h\cdot f_{3\to2} = \Delta E_{3\to2} \Rightarrow h\cdot f_{3\to2} = E_3 - E_2 \Rightarrow f_{3\to2} = (E_3 - E_2) / h$ .
Η θεμελιώδης κυματική εξίσωση :$c_0 = \lambda_{3\to2} \cdot f_{3\to2} \Rightarrow \lambda_{3\to2} = c_0 / f_{3\to2} \Rightarrow$
(αντικαθιστούμε την σχέση $f_{3\to2} = (E_3 - E_2) / h$)

$\lambda_{3\to2} = c_0 / ((E_3 - E_2) / h) \Rightarrow \lambda_{3\to2} = c_0 \cdot h / (E_3 - E_2) \Rightarrow \lambda_{3\to2} = (3\cdot10^8\cdot6{,}6\cdot10^{-34} / (-1{,}51 - (-3{,}4))\cdot16\cdot10^{-20}) \Rightarrow \lambda_{3\to2} \cong 0{,}655\cdot10^{-6}$ m .

**ΑΣΚΗΣΗ 2**

**Μια ποσότητα αερίου υδρογόνου αποτελούμενη από άτομα που αρχικά βρίσκονται στη θεμελιώδη κατάσταση, βομβαρδίζεται από ταχέως κινούμενα ηλεκτρόνια. Τα άτομα του αερίου διεγείρονται σε κάποια ενεργειακή στάθμη. Εάν στο φάσμα εκπομπής του αερίου αυτού εμφανίζεται μόνο μία γραμμή που ανήκει στο ορατό, να υπολογίσετε:**

**$\Delta_1$. Τη στάθμη μέγιστης ενέργειας στην οποία είναι δυνατόν να διεγέρθηκαν τα άτομα.**

**$\Delta_2$. Ποιά είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια $K_{min}$ που πρέπει να έχει ένα ηλεκτρόνιο για να προκαλέσει αυτή τη διέγερση.**

**$\Delta_3$. Από πόσες γραμμές αποτελείται το φάσμα εκπομπής του αερίου και πόσο είναι το μικρότερο μήκος κύματος του φάσματος αυτού;**

**$\Delta_4$. Ένα φωτόνιο με το μικρότερο μήκος κύματος του φάσματος εκπομπής που περιγράψαμε, απορροφάται από ένα άτομο υδρογόνου που βρίσκεται στη $2^η$ διεγερμένη στάθμη. Πόση είναι η κινητική ενέργεια Κ του ηλεκτρονίου του ατόμου του υδρογόνου μετά την απορρόφηση;**

**Να θεωρήσετε ότι τα άτομα του υδρογόνου παραμένουν ακίνητα κατά τη διάρκεια των αλληλεπιδράσεων.**

**Δίνονται: η σταθερά του Planck $h = 6{,}6\cdot10^{-34}$ J·s, η ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο κενό $c_0 = 3\cdot10^8$ m / s και ότι 1 eV = $1{,}6\cdot10^{-19}$ J.**

**Για διευκόλυνση στους υπολογισμούς σας να θεωρήσετε ότι : 6,6·3 / (12,09·1,6) = 1 .**

**Λύση**

**$\Delta_1$.**

Για να εκπεμφθεί φωτόνιο που να ανήκει στο ορατό, πρέπει το άτομο αποδιεγειρόμενο να καταλήγει στη $1^η$ διεγερμένη στάθμη (n = 2). Αφού κατά την αποδιέγερση παράγεται μόνο ένα ορατό φωτόνιο το άτομο αρχικά είχε διεγερθεί μέχρι την n = 3. Οπότε :$E_3 = E_1 / 3^2 \Rightarrow E_3 = (-13{,}6) / 9 \Rightarrow E_3 = -1{,}51$ eV .

**$\Delta_2$.**

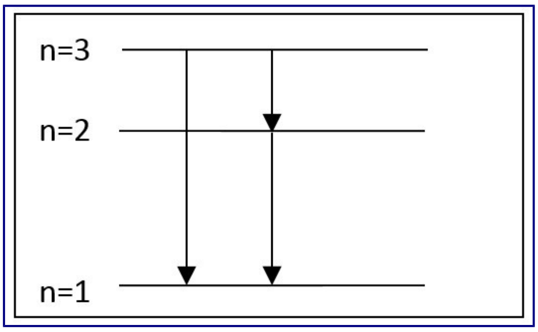
Αρχή διατήρησης ενέργειας κατά τη διέγερση με κρούση :
(η γενικότερη αρχή, η ενέργεια συνολικά διατηρείται)$K_{βλ,πριν} = K_{βλ,μετά} + E_{διεγ,\,1\to n} + \Delta K_{ατόμου} \Rightarrow$
(όπου $K_{βλ,πριν}$ : η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου βλήματος πριν την κρούση , $K_{βλ,μετά}$ : η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου – βλήματος μετά την κρούση , $E_{διεγ,\,1\to n}$ : η ενέργεια διέγερσης του ηλεκτρονίου – στόχου από

την 1 → n , $\Delta K_{\text{ατόμου}}$ : η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του ατόμου . Στη περίπτωση μας $\Delta K_{\text{ατόμου}} = 0$ και $K_{\beta\lambda,\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 0$ αφού μας ζητείται η ελάχιστη κινητική ενέργεια $K_{\beta\lambda,\pi\rho\iota\nu' min}$ .)

$K_{\beta\lambda,\pi\rho\iota\nu' min} = E_{\delta\iota\varepsilon\gamma,\ 1 \to n} \Rightarrow K_{\beta\lambda,\pi\rho\iota\nu' min} = E_3 - E_1 \Rightarrow K_{\beta\lambda,\pi\rho\iota\nu' min} = -1{,}51 - (-13{,}6) \Rightarrow K_{\beta\lambda,\pi\rho\iota\nu' min} = 12{,}09$ eV .

**$\Delta_3$.**

Το πλήθος των γραμμών εκπομπής ισούται με το πλήθος των διαφορετικής συχνότητας φωτονίων που εκπέμπονται. Όπως φαίνεται από το διπλανό διάγραμμα τα διαφορετικά φωτόνια είναι 3 άρα τρεις είναι και οι φωτεινές γραμμές στο φάσμα εκπομπής.




Το μήκος κύματος κάθε εκπεμπόμενου φωτονίου είναι αντιστρόφως ανάλογο της συχνότητας του. Άρα το μικρότερο δυνατό μήκος κύματος $\lambda_{min}$ αντιστοιχεί στη μέγιστη δυνατή συχνότητα $f_{max}$ , δηλαδή στη μέγιστη δυνατή ενέργεια εκπεμπόμενου φωτονίου. Αφού η ενέργεια του εκπεμπόμενου φωτονίου ισούται με την ενέργεια αποδιέγερση του ατόμου τελικά έχουμε, βασική κυματική εξίσωση :

$c_0 = \lambda_{min} \cdot f_{max} \Rightarrow f_{max} = c_0 / \lambda_{min}$ … (I) .

Η $f_{max} = f_{3 \to 1}$ . Η ενέργεια αποδιέγερσης από την n = 3 στην n = 1 :

$E_{\alpha\pi o\delta,\ 3 \to 1} = h \cdot f_{3 \to 1} \Rightarrow f_{3 \to 1} = E_{\alpha\pi o\delta,\ 3 \to 1} / h \Rightarrow c_0 / \lambda_{min} = E_{\alpha\pi o\delta,\ 3 \to 1} / h \Rightarrow \lambda_{min} = c_0 \cdot h / (E_3 - E_1) \Rightarrow \lambda_{min} = 3 \cdot 10^8 \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-34} / (12{,}09 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}) \Rightarrow \lambda_{min} = 10^{-7}$ m .

**$\Delta_4$.**

Η ενέργεια του φωτονίου είναι $E_f = 12{,}09$ eV , η ενέργεια ιονισμού από την n = 3 στη n = ∞ είναι :

$E_{\iota o\nu,\ 3 \to \infty} = E_\infty - E_3 \Rightarrow E_{\iota o\nu,\ 3 \to \infty} = 0 - (-1{,}51) \Rightarrow E_{\iota o\nu,\ 3 \to \infty} = 1{,}51$ eV .

Παρατηρούμε ότι $E_f = 12{,}09 \text{ eV} > E_{\iota o\nu,\ 3 \to \infty} = 1{,}51$ eV ,

Το άτομο θα απόρροφήσει το παραπάνω φωτόνιο και θα ιονισθεί δηλαδή το ηλεκτρόνιο του θα μεταφερθεί σε περιοχή εκτός του ηλεκτρικού πεδίου του πυρήνα, στο άπειρο.

Αρχή διατήρησης ενέργειας κατά τον ιονισμό:(η γενικότερη αρχή, η ενέργεια συνολικά διατηρείται)

(όπου $K_{e,\ free}$ : η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου που είναι ελεύθερο, βρίσκεται εκτός ηλεκτρικού πεδίου του πυρήνα, στο άπειρο)

$E_f = E_{\iota o\nu,\ 3 \to \infty} + K_{e,\ free} \Rightarrow K_{e,\ free} = E_f - E_{\iota o\nu,\ 3 \to \infty} \Rightarrow K_{e,\ free} = 12{,}09 - 1{,}51 \Rightarrow K_{e,\ free} = 10{,}58$ eV .

**ΑΣΚΗΣΗ 3**

**Ένα άτομο υδρογόνου βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση (n = 1) με ενέργεια $E_1 = -13{,}6$ eV. Δίνονται: η σταθερά του Planck $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J·s, η ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο κενό $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m / s και ότι 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J .**

**$\Delta_1$. Να υπολογίσετε την ενέργεια που απαιτείται για να διεγερθεί το άτομο στη δεύτερη διεγερμένη κατάσταση (n = 3) .**

**$\Delta_2$. Να βρείτε τη συχνότητα ενός φωτονίου που αν απορροφηθεί από το ηλεκτρόνιο, μπορεί να προκαλέσει την παραπάνω διέγερση.**

**$\Delta_3$. Να πραγματοποιήσετε το διάγραμμα των ενεργειακών σταθμών, όπου θα φαίνονται όλες οι πιθανές μεταβάσεις του ηλεκτρονίου που πραγματοποιούνται κατά την αποδιέγερση του ατόμου.**

**$\Delta_4$. Να υπολογίσετε το μικρότερο από τα μήκη κύματος των φωτονίων, που είναι πιθανό να εκπεμφούν κατά την αποδιέγερση του ατόμου του υδρογόνου.**

**Λύση**

**$\Delta_1$.**

Η ενέργεια που απαιτείται για να διεγερθεί το ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου είναι :

Από την 4η συνθήκη του Bohr :

$E_{\delta\iota\varepsilon\gamma,\ 1 \to 3} = E_3 - E_1 \Rightarrow E_{\delta\iota\varepsilon\gamma,\ 1 \to 3} = (E_1 / 3^2) - E_1 \Rightarrow E_{\delta\iota\varepsilon\gamma,\ 1 \to 3} = (-13{,}6 / 9) - (-13{,}6) \Rightarrow E_{\delta\iota\varepsilon\gamma,\ 1 \to 3} = 12{,}09$ eV .

**$\Delta_2$.**

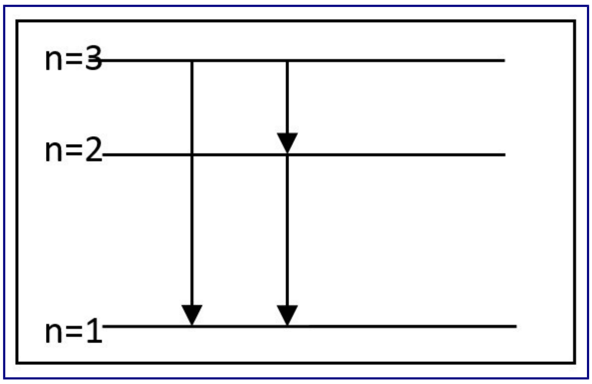
Αρχή διατήρησης της ενέργειας για διέγερση με απορρόφηση ενός φωτονίου :

(η γενικότερη μορφή που ισχύει παντού)

$E_f = E_{διεγ,\,1 \to 3} \Rightarrow h \cdot f = E_{διεγ,\,1 \to 3} \Rightarrow f = E_{διεγ,\,1 \to 3} / h \Rightarrow f = 12{,}09 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} / 6{,}6 \cdot 10^{-34} \Rightarrow f = 29{,}31 \cdot 10^{14}$ Hz .

**$Δ_3$.**

Οι πιθανές μεταβάσεις του διεγερμένου ηλεκτρονίου του ατόμου κατά την αποδιέγερση του από την n = 3 στη n = 1 :




**$Δ_4$.**

Από την βασική κυματική εξίσωση :

$c = λ \cdot f \Rightarrow λ = c / f$ ,

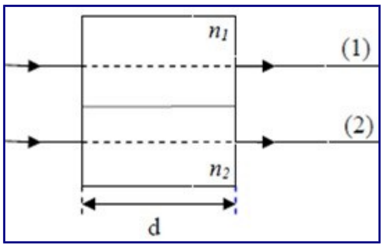
το μήκος κύματος του εκπεμπόμενου φωτονίου είναι αντιστρόφως ανάλογο της συχνότητας του.

Άρα το μικρότερο δυνατό μήκος κύματος λ αντιστοιχεί στη μέγιστη δυνατή συχνότητα δηλαδή στη μέγιστη δυνατή ενέργεια εκπεμπόμενου φωτονίου. Το φωτόνιο με την μεγαλύτερη ενέργεια είναι αυτό που αντιστοιχεί στην αποδιέγερση από την n = 3 στη n = 1 και έχει συχνότητα $29{,}31 \cdot 10^{14}$ Hz όπως υπολογίστηκε στο $Δ_2$ ερώτημα, άρα :

$c_0 = λ_{min} \cdot f_{max} \Rightarrow λ_{min} = c_0 / f_{max} \Rightarrow λ_{min} = 3 \cdot 10^8 / 29{,}31 \cdot 10^{14} \Rightarrow λ_{min} = 102{,}35 \cdot 10^{-9}$ m .

**ΑΣΚΗΣΗ 4**

**Δύο μονοχρωματικές ακτινοβολίες (1) και (2), που αρχικά διαδίδονται στο κενό με μήκη κύματος $λ_{0,1}$ και $λ_{0,2}$ αντίστοιχα, προσπίπτουν ταυτόχρονα κάθετα σε δύο οπτικά υλικά πάχους d το καθένα (με διαφορετικούς δείκτες διάθλασης) και τα διαπερνούν, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το υλικό με δείκτη διάθλασης $n_1$ είναι γυαλί και το υλικό με δείκτη διάθλασης $n_2$ είναι κρύσταλλος ιωδιούχου λιθίου (LiI).**




**Αν θεωρήσουμε ότι η ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας (1) στο γυαλί είναι $c_1 = 2 \cdot 10^8$ m / s κι ότι ισχύει $n_1 / n_2 = 3 / 4$ τότε:**

**$Δ_1$. Να υπολογίσετε την ταχύτητα της μονοχρωματικής ακτινοβολίας (2) στο LiI .**

**$Δ_2$. Αν οι δύο ακτινοβολίες εξέρχονται από τα δύο ισόπαχα οπτικά υλικά με χρονική διαφορά $Δt = 2 \cdot 10^{-10}$ s, να υπολογίσετε το πάχος d .**

**$Δ_3$. Αν η ενέργεια κάθε φωτονίου της μονοχρωματικής ακτινοβολίας (2) θεωρήσουμε ότι είναι ίση με $3{,}3 \cdot 10^{-15}$ J να υπολογίσετε τον αριθμό των μηκών κύματος της μονοχρωματικής ακτινοβολίας στο εσωτερικό του γυαλιού .**

**$Δ_4$. Πόσα φωτόνια της μονοχρωματικής ακτινοβολίας (2) θα δώσουν ενέργεια ίση με την ενέργεια του φωτονίου που παράγεται κατά την αποδιέγερση από την διεγερμένη κατάσταση με κύριο κβαντικό αριθμό n =2 στην θεμελιώδη κατάσταση ($E_2 \to E_1$) του ατόμου του υδρογόνου.**

**Για διευκόλυνση στις πράξεις σας θεωρήστε 3,3 / 1,6 ≈ 2,04 .**

**Δίνονται: η ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο κενό $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m / s, 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J και η σταθερά του Planck $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J·s .**

**Λύση**

**$Δ_1$.**

Ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού ορίζεται :$n_1 = c_0 / c_1$ .

Ο δείκτης διάθλασης των κρυστάλλων LiI ορίζεται :$n_2 = c_0 / c_2$ .

Διαιρούμε τις σχέσεις κατά μέλη και έχουμε :$n_1 / n_2 = c_2 / c_1 \Rightarrow c_2 = (n_1 / n_2) \cdot c_1 \Rightarrow c_2 = 1{,}5 \cdot 10^8$ m / s .

**$Δ_2$.**

Το φως στο κάθε υλικό διανύει απόσταση d με σταθερή ταχύτητα.

Η ταχύτητα $c_1$ στο γυαλί :$c_1 = d / t_1 \Rightarrow t_1 = d / c_1$ .

Η ταχύτητα $c_2$ των κρυστάλλων LiI :$c_2 = d / t_2 \Rightarrow t_2 = d / c_2$ .

Αφού $c_2 < c_1$ θα είναι $t_2 > t_1$ .
Η χρονική διαφορά Δt :
$\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t = (d / c_2) - (d / c_1) \Rightarrow \Delta t = d\cdot((1 / c_2) - (1 / c_1)) \Rightarrow d = \Delta t / ((1 / c_2) - (1 / c_1)) \Rightarrow d = 2\cdot10^{-10} / (0,5 / 3\cdot10^8) \Rightarrow d = 12\cdot10^{-2}$ m $\Rightarrow d = 12$ cm .

**$\Delta_3$.**

Η ενέργεια ενός φωτονίου της μονοχρωματικής ακτινοβολίας (2) :
$E_{(2)} = h\cdot f_2 \Rightarrow f_2 = E_{(2)} / h \Rightarrow f_2 = 3,3\cdot10^{-15} / (6,6\cdot10^{-34}) \Rightarrow f_2 = 0,5\cdot10^{19}$ Hz $\Rightarrow f_2 = 5\cdot10^{18}$ Hz .
Η βασική κυματική εξίσωση για την μονοχρωματική ακτινοβολία (2) στον κρύσταλλο ιωδιούχου λιθίου:
$c_2 = \lambda_2\cdot f_2 \Rightarrow \lambda_2 = c_2 / f_2 \Rightarrow \lambda_2 = 1,5\cdot10^8 / 0,5\cdot10^{19} \Rightarrow \lambda_2 = 3\cdot10^{-11}$m.
Ο αριθμός των μηκών κύματος της μονοχρωματικής ακτινοβολίας (2) στο εσωτερικό του γυαλιού είναι :
$\kappa_2 = d / \lambda_2 = 12\cdot10^{-2} / (3\cdot10^{-11}) \Rightarrow \kappa_2 = 4\cdot10^9$ μήκη κύματος .

**$\Delta_4$.**

Η ενέργεια του φωτονίων, λόγω της αποδιέγερσης του ηλεκτρονίου του ατόμου του υδρογόνου :
$E_\varphi = \Delta E_{αποδ} \Rightarrow E_\varphi = E_2 - E_1 \Rightarrow E_\varphi = -13,6 / 2^2 - (-13,6) \Rightarrow E_{\varphi,1} = -3,4 + 13,6 \Rightarrow E_\varphi = 10,2$ eV $= 10,2\cdot1,6\cdot10^{-19} \Rightarrow E_\varphi = 16,32\cdot10^{-19}$ J .

Παρατηρούμε ότι η ενέργεια της μονοχρωματικής ακτινοβολίας (2) είναι μεγαλύτερη από την ενέργεια των φωτονίων της αποδιέγερσης $E_2 \rightarrow E_1$

**Θα έπρεπε να ρωτάει** :
**Πόσα από τα φωτόνια που παράγονται κατά την αποδιέγερση $E_2 \rightarrow E_1$ θα δώσουν ενέργεια ίση με την ενέργεια της μονοχρωματικής ακτινοβολίας (2)** και θα είχαμε :
$N = E_{(2)} / E_\varphi = 3,3\cdot10^{-15} / (10,2\cdot1,6\cdot10^{-19}) = (2,04 / 10,2)\cdot10^4 = 0,2\cdot10^4 \Rightarrow N = 2000$ φωτόνια .

**ΑΣΚΗΣΗ 5**

**Ένα πλήθος ατόμων υδρογόνου που βρίσκονται στη θεμελιώδη κατάσταση διεγείρονται στη τρίτη διεγερμένη κατάσταση .**

**$\Delta_1$. Αν $f_{4\rightarrow2}$ η συχνότητα του φωτονίου που εκπέμπεται κατά την αποδιέγερση ατόμου υδρογόνου από την $4^η$ στην $2^η$ ενεργειακή στάθμη, και $f_{3\rightarrow1}$ η συχνότητα του φωτονίου που παράγεται κατά την αποδιέγερση ατόμου υδρογόνου από την $3^η$ στην $1^η$ ενεργειακή στάθμη, να δείξετε ότι ισχύει η σχέση : $f_{3\rightarrow1} = (128 / 27)\cdot f_{4\rightarrow2}$ .**

**$\Delta_2$. Να γίνει το διάγραμμα των ενεργειακών σταθμών, όπου να απεικονίζονται οι ενεργειακές στάθμες έως την τρίτη διεγερμένη κατάσταση και να εξηγηθεί ότι οι αποδιεγέρσεις από την τρίτη διεγερμένη κατάσταση στη θεμελιώδη μπορεί να πραγματοποιηθούν με τέσσερες διαφορετικούς τρόπους.**

**$\Delta_3$. Ποία από τις αποδιεγέρσεις αυτών των διεγερμένων ατόμων, εκπέμπει φωτόνια με το ελάχιστο μήκος κύματος;**

**$\Delta_4$. Από τις αποδιεγέρσεις όλων των ατόμων παράγονται φωτόνια από τα οποία τα 6000 έχουν το ελάχιστο μήκος κύματος. Αν υποθέσουμε ότι όλοι οι δυνατοί τρόποι αποδιέγερσης έχουν ίδια πιθανότητα, δηλαδή ίδιο πλήθος ατόμων σε κάθε τρόπο αποδιέγερσης, να υπολογίσετε το πλήθος των ατόμων υδρογόνου που διεγέρθηκαν και το πλήθος όλων των φωτονίων που παράχθηκαν.**

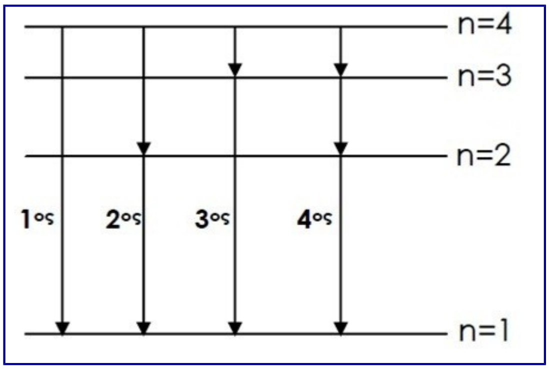
**Λύση**

**$\Delta_1$.**

Η αποδιέγερση του ηλεκτρονίου του ατόμου του υδρογόνου από την n = 4 στην n = 2 :
$E_{f,4\rightarrow2} = \Delta E_{αποδ,4\rightarrow2} \Rightarrow E_{f,4\rightarrow2} = E_4 - E_2 \Rightarrow E_{f,4\rightarrow2} = E_1 / 4^2 - E_1 / 2^2 \Rightarrow E_{f,4\rightarrow2} = E_1 /16 - E_1 / 4 \Rightarrow E_{f,4\rightarrow2} = -3\cdot E_1 / 16$ .
Η συχνότητα του φωτονίου που εκπέμπεται κατά την αποδιέγερση από την n = 4 στη n = 2 :
$E_{f,4\rightarrow2} = h\cdot f_{4\rightarrow2} \Rightarrow f_{4\rightarrow2} = E_{f,4\rightarrow2} / h \Rightarrow f_{4\rightarrow2} = -(3\cdot E_1) / (16\cdot h)$ … (I) .
Η αποδιέγερση του ηλεκτρονίου του ατόμου του υδρογόνου από την n = 3 στην n = 1 :
$E_{f,3\rightarrow1} = \Delta E_{αποδ,3\rightarrow1} \Rightarrow E_{f,3\rightarrow1} = E_3 - E_1 \Rightarrow E_{f,3\rightarrow1} = E_1 / 3^2 - E_1 \Rightarrow E_{f,3\rightarrow1} = E_1 / 9 - E_1 \Rightarrow E_{f,3\rightarrow1} = -8\cdot E_1 / 9$ .

Η συχνότητα του φωτονίου που εκπέμπεται κατά την αποδιέγερση από την n = 3 στη n = 1 :
$E_{f\,,\,3\,\to\,1} = h\cdot f_{3\,\to 1} \Rightarrow f_{3\,\to\,1} = E_{f\,,\,3\,\to\,1} / h \Rightarrow f_{3\text{-}1} = -\,(8\cdot E_1) / (9\cdot h)$ … (II) .
Διαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις (I) και (II) :
(I) / (II) $\Rightarrow f_{3\,\to\,1} / f_{4\,\to\,2} = [-\,(8\cdot E_1) / (9\cdot h)] / [-\,(3\cdot E_1) / (16\cdot h)] \Rightarrow f_{3\,\to\,1} / f_{4\,\to\,2} = (8\cdot 16) / (9\cdot 3) \Rightarrow f_{3\,\to\,1} / f_{4\,\to\,2} = 128 / 27 \Rightarrow f_{3\,\to\,1} = (128 / 27)\cdot f_{4\,\to\,2}$ .

**$\Delta_2$.**




Στο παραπάνω διάγραμμα των ενεργειακών σταθμών φαίνονται οι 4 διαφορετικοί τρόποι αποδιέγερσης από την τρίτη διεγερμένη (n = 4) στην θεμελιώδη (n = 1) :
1$^{ος}$ πιθανός τρόπος αποδιέγερσης : n = 4 → n = 1 ,
2$^{ος}$ πιθανός τρόπος αποδιέγερσης : n = 4 → n = 2 → n = 1 ,
3$^{ος}$ πιθανός τρόπος αποδιέγερσης : n = 4 → n = 3 → n = 1 ,
4$^{ος}$ πιθανός τρόπος αποδιέγερσης : n = 4 → n = 3 → n = 2 → n = 1 .

**$\Delta_3$.**
Από τη βασική κυματική εξίσωση :$c_0 = \lambda\cdot f \Rightarrow \lambda = c_0 / f$
Το ελάχιστο μήκος κύματος έχει το φωτόνιο με την μεγαλύτερη συχνότητα, άρα και ενέργεια :
$E_{f\,,\,max} = h\cdot f_{max} = \Delta E_{αποδ,max}$ .
Οπότε το ελάχιστο μήκος κύματος έχει το φωτόνιο που εκπέμπεται την απευθείας μετάβαση n = 4 → n = 1 .

**$\Delta_4$.**
Αφού όλοι οι πιθανοί τρόποι αποδιέγερσης είναι ισοπίθανοι ξεκινούν 4·6.000 = 24.000 φωτόνια από την τρίτη διεγερμένη (n = 4) ,
και με δεδομένο ότι από κάθε ένα διεγερμένο ηλεκτρόνιο εκπέμπεται ένα φωτόνιο θα είναι 24.000 τα ηλεκτρόνια που διεγέρθηκαν.
Τα φωτόνια που παράγονται από τους 4 διαφορετικούς τρόπους είναι σύμφωνα με το διάγραμμα του ερωτήματος $\Delta_2$ είναι :6.000 + 2·6.000 + 2·6.000 + 3·6.000 = 48.000 .

**ΑΣΚΗΣΗ 6**

**Φορτισμένα σωματίδια επιταχύνονται από υψηλή διαφορά δυναμικού και διέρχονται από αέριο υδρογόνο τα άτομα του οποίου βρίσκονται στη θεμελιώδη κατάσταση. Κατά τη κίνηση αυτή κάθε φορτισμένο σωματίδιο συγκρούεται με ένα άτομο υδρογόνου που βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση, στο οποίο δίνει το 50% της κινητικής του ενέργειας. Το κάθε άτομο του υδρογόνου διεγείρεται στην ενεργειακή κατάσταση με κύριο κβαντικό αριθμό n = 3.**
**Δίνονται: η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c_0 = 3\cdot 10^8$ m / s, η σταθερά του Planck $h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ J·s, η ακτίνα της θεμελιώδους τροχιάς του ηλεκτρονίου $r_1 = 0{,}53\cdot 10^{-10}$ m και για το φορτίο του ηλεκτρονίου $|q_e| = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C. Η ενέργεια στη θεμελιώδη κατάσταση του ατόμου του υδρογόνου $E_1 = -\,13{,}6$ eV .**
**Όπου χρειαστεί στα αποτελέσματα να κάνετε στρογγυλοποίηση στο δεύτερο δεκαδικό ψηφίο.**
**$\Delta_1$. Να υπολογίσετε την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του ηλεκτρονίου στη δεύτερη διεγερμένη κατάσταση (n = 3).**
**$\Delta_2$. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια κάθε φορτισμένου σωματιδίου πριν τη κρούση του με το άτομο υδρογόνου.**
**$\Delta_3$. Αν $K_3$ είναι η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου στη δεύτερη διεγερμένη κατάσταση (n = 3) και $K_1$ η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου στη θεμελιώδη κατάσταση να υπολογίσετε το λόγο $K_3 / K_1$.**
**$\Delta_4$. Κατά την αποδιέγερση των ατόμων του υδρογόνου εκπέμπονται φωτόνια διαφορετικών ενεργειών. Κάποια από τα φωτόνια αυτά έχουν ενέργεια 10,2 eV το καθένα. Ποιά μετάβαση έχει σαν αποτέλεσμα την εκπομπή φωτονίων αυτής της ενέργειας;**

**ΛΥΣΗ**

**$\Delta_1$.** Στη δεύτερη διεγερμένη κατάσταση (n = 3) η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του ηλεκτρονίου είναι :
$r_3 = 3^2\cdot r_1 \Rightarrow r_3 = 9\cdot r_1 \Rightarrow r_3 = 9\cdot 0{,}53\cdot 10^{-10}\text{ m} \Rightarrow r_3 = 4{,}77\cdot 10^{-10}$ m .

**$\Delta_2$.** Η απαιτούμενη ενέργεια για την διέγερση είναι :

$E_{\delta,1\to3} = E_3 - E_1 \Rightarrow E_{\delta,1\to3} = (E_1 / 9) - E_1 \Rightarrow E_{\delta,1\to3} = (-13{,}6\ eV / 9) - (-13{,}6) \Rightarrow E_{\delta,1\to3} = -1{,}51\ eV + 13{,}6\ eV \Rightarrow E_{\delta,1\to3} = 12{,}09\ eV$ .

Αυτή ήταν το 50% της κινητικής ενέργειας $K_{arx}$ των φορτισμένων σωματιδίων :

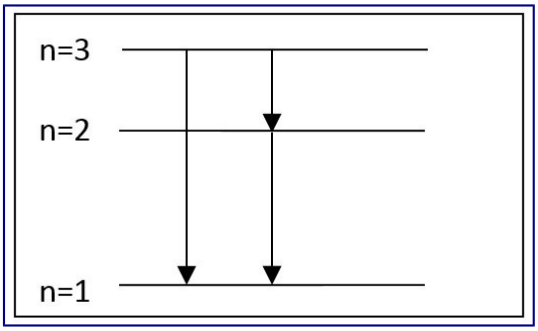
$E_{\delta,1\to3} = (50 / 100)\cdot K_{arx} \Rightarrow E_{\delta,1\to3} = (1 / 2)\cdot K_{arx} \Rightarrow K_{arx} = 2\cdot E_{\delta,1\to3} \Rightarrow K_{arx} = 2\cdot 12{,}09\ eV \Rightarrow K_{arx} = 24{,}18\ eV$

**$\Delta_3$.** Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου δίνεται από την σχέση:

$K_n = (k_c\cdot e^2) / (2\cdot r_n)$Οπότε $K_1 = (k_c\cdot e^2) / (2\cdot r_1)$ και

$K_3 = (k_c\cdot e^2) / (2\cdot r_3) \Rightarrow K_3 = (k_c\cdot e^2) / (2\cdot 9\cdot r_1) \Rightarrow K_3 = (1 / 9)\cdot[(k_c\cdot e^2) / (2\cdot r_1)] \Rightarrow K_3 = (1 / 9)\cdot K_1 \Rightarrow K_3 / K_1 = 1 / 9$ .

**$\Delta_4$.** Όπως φαίνεται από το παρακάτω διάγραμμα κατά την αποδιέγερση από την δεύτερη διεγερμένη (n = 3) εκπέμπονται τρία διαφορετικά φωτόνια.




Εκπομπή φωτονίων ενέργειας 10,2 eV έχουμε κατά την μετάβαση n = 2 → n = 1 :

$\Delta E_{\alpha\pi o\delta} = E_2 - E_1 \Rightarrow \Delta E_{\alpha\pi o\delta} = -13{,}6 / 2^2 - (-13{,}6) \Rightarrow \Delta E_{\alpha\pi o\delta} = -3{,}4 + 13{,}6 \Rightarrow \Delta E_{\alpha\pi o\delta} = 10{,}2\ eV$ .

Άρα η ενέργεια του φωτονίου $E_\varphi$ :

$E_\varphi = 10{,}2\ eV$ , λόγω της αρχής διατήρησης της ενέργειας .

**ΑΣΚΗΣΗ 7**

**Ένα διεγερμένο άτομο υδρογόνου αποδιεγείρεται από την κατάσταση με n = 3 στην κατάσταση με n = 1 με ένα κβαντικό άλμα. Κατά την αποδιέγερση εκπέμπεται ένα φωτόνιο. Η ενέργεια του ατόμου του υδρογόνου στη θεμελιώδη κατάσταση είναι $E_1 = -13{,}6$ eV.**

**$\Delta_1$. Να βρεθούν η ενέργεια και το μήκος κύματος του εκπεμπόμενου φωτονίου.**

**Το φωτόνιο αλληλεπιδρά με άλλο διεγερμένο άτομο υδρογόνου το οποίο βρίσκεται κατάσταση με n = 2 και το ιονίζει.**

**$\Delta_2$. Να βρεθεί η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου που απελευθερώνεται από το διεγερμένο άτομο (θεωρώντας ότι το άτομο παραμένει πρακτικά ακίνητο).**

**$\Delta_3$. Να υπολογιστεί η κινητική και η δυναμική ενέργεια του αρχικού ατόμου του υδρογόνου, όταν αυτό βρίσκεται στην κατάσταση με n = 3.**

**$\Delta_4$. Αν το φωτόνιο που προέρχεται από την αποδιέγερση του αρχικού ατόμου υδρογόνου περνούσε κάθετα από το κενό σε γυαλί με πάχος d = 1 cm και δείκτη διάθλασης n = 1,1 γι αυτή τη συχνότητα, με πόσα μήκη κύματος της ακτινοβολίας του φωτονίου θα ήταν ίσο το πάχος του γυαλιού;**

**Δίνονται:**

**Στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C . Ταχύτητα του φωτός στο κενό $c_0 = 3\cdot 10^8$ m / s .**

**Σταθερά του Planck $h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ J·s . Να θεωρήσετε ότι 19,34 / 6,63 = 3.**

**Λύση**

**$\Delta_1$.**

Κατά την αποδιέγερση του ηλεκτρονίου του ατόμου του υδρογόνου, η ενέργεια του εκπεμπόμενου φωτονίου :

$E_f = E_{\alpha\pi o\delta,3\to1} \Rightarrow E_f = E_3 - E_1 \Rightarrow E_f = (E_1 / 9) - E_1 \Rightarrow E_f = -1{,}51 + 13{,}6 \Rightarrow E_f = 12{,}09\ eV$ .

Η ενέργεια του φωτονίου είναι :$E_f = h\cdot f \Rightarrow$

(Η βασική κυματική εξίσωση : $c_0 = \lambda_0\cdot f \Rightarrow f = c_0 / \lambda_0$)

$E_f = h\cdot(c_0 / \lambda) \Rightarrow \lambda = h\cdot c_0 / E_f \Rightarrow \lambda = (3\cdot 10^8\cdot 6{,}63\cdot 10^{-34}) / (12{,}09\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}) \Rightarrow \lambda = (3\cdot 6{,}63\cdot 10^{-26}) / (19{,}34\cdot 10^{-19}) = 3\cdot(6{,}63 / 19{,}34)\cdot 10^{-7} = 3\cdot(1 / 3)\cdot 10^{-7} \Rightarrow \lambda = 10^{-7}\ m$ .

**$\Delta_2$.**

Το ηλεκτρόνιο του ατόμου ιονίζεται με απορρόφηση φωτονίου.

Αρχή διατήρησης της ενέργειας :(η γενικότερη μορφή που ισχύει παντού)

$E_f = E_{\iota o\nu,2\to\infty} + K_{e,\infty} \Rightarrow K_{e,\infty} = E_f - (E_\infty - E_2) \Rightarrow K_{e,\infty} = E_f - [0 - (E_1 / 4)] \Rightarrow K_{e,\infty} = 12{,}09 - 3{,}4 \Rightarrow K_{e,\infty} = 8{,}69$ eV .

**$\Delta_3$.**

Σε κάθε επιτρεπόμενη τροχιά , για το ηλεκτρόνιο του ατόμου, ισχύει :

Η δυναμική ενέργεια : $U_n = - k_c \cdot e^2 / r_n$ .
Η κινητική ενέργεια : $K_n = m \cdot \upsilon^2 / 2 \Rightarrow$
(η κεντρομόλος είναι η δύναμη Coulomb : $F_c = m \cdot \upsilon^2 / r_n \Rightarrow m \cdot \upsilon^2 = F_c \cdot r_n$ , η δύναμη Coulomb : $F_c = k_c \cdot e^2 / r_n^2$)
$F_c \cdot r_n / 2 = k_c \cdot e^2 / (2 \cdot r_n)$ .
Η ολική ενέργεια : $E_n = U_n + K_n \Rightarrow E_n = - k_c \cdot e^2 / (2 \cdot r_n)$ .
Από τα παραπάνω προκύπτει ότι :$K_n = - E_n$ και $U_n = 2 \cdot E_n$ .
Στην κατάσταση με κβαντικό αριθμό n = 3 , έχουμε :
$K_3 = - E_3 \Rightarrow K_3 = - E_1 / 9 \Rightarrow K_3 = - (-13{,}6) / 9 \Rightarrow K_3 = 1{,}51$ eV .
$U_3 = 2 \cdot E_3 \Rightarrow U_3 = - 2 \cdot 13{,}6 \Rightarrow U_3 = - 3{,}02$ eV .
**$\Delta_4$.**
Ο δείκτης διάθλασης οπτικού υλικού για συγκεκριμένη συχνότητα ορίζεται ως :
(Η βασική κυματική εξίσωση : $c_0 = \lambda_0 \cdot f$ και $c = \lambda \cdot f$)
$n = c_0 / c \Rightarrow n = \lambda_0 \cdot f / (\lambda \cdot f) \Rightarrow n = \lambda_0 / \lambda$ .
Το μήκος κύματος της ακτίνας μέσα στο οπτικό υλικό είναι:$\lambda = \lambda_0 / n \Rightarrow \lambda = 10^{-7} / 1{,}1$ m .
Αφού η ακτίνα προσπίπτει κάθετα στο υλικό, η απόσταση που διανύει στο εσωτερικό του ταυτίζεται με το πάχος του, οπότε$N_\lambda = d / \lambda \Rightarrow N_\lambda = 10^{-2} / (10^{-7} / 1{,}1) \Rightarrow N_\lambda = 1{,}1 \cdot 10^5 \Rightarrow N_\lambda = 11 \cdot 10^4$ μήκη κύματος .

**ΑΣΚΗΣΗ 8**
**Ένα σωματίδιο με αρχική κινητική ενέργεια $K_{αρχ}$ = 30 eV συγκρούεται με άτομο υδρογόνου που βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση και έχει ενέργεια $E_1$ = -13,6 eV. Το άτομο του υδρογόνου ιονίζεται ενώ πρακτικά παραμένει ακίνητο και το σωματίδιο κρούσης, απομακρύνεται από το χώρο της κρούσης με κινητική ενέργεια $K_{τελ}$ = 6,2 eV.**
**$\Delta_1$. Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου που απελευθερώνεται από το ιονισμένο άτομο.**
**Το ηλεκτρόνιο που προέκυψε από τον ιονισμό του ατόμου υδρογόνου, συγκρούεται με άλλο άτομο υδρογόνου που βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση και το διεγείρει.**
**$\Delta_2$. Να βρείτε σε ποια κατάσταση διεγείρεται το άτομο του υδρογόνου.**
**Το διεγερμένο άτομο αποδιεγείρεται με ένα κβαντικό άλμα. Κατά την αποδιέγερση παράγεται ένα φωτόνιο.**
**$\Delta_3$. Να υπολογιστούν η συχνότητα και το μήκος κύματος του φωτονίου.**
**Το φωτόνιο που προέρχεται από την αποδιέγερση του ατόμου υδρογόνου περνάει από το κενό σε γυαλί με δείκτη διάθλασης n = 1,2 για τη συχνότητα αυτή.**
**$\Delta_4$. Να υπολογίσετε τη μεταβολή του μήκους κύματος κατά τη διέλευση από το κενό στο γυαλί, καθώς και πόσα μήκη κύματος χωράνε μέσα σε γυαλί πάχους d = 1 cm.**
**Δίνονται:**
**Στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C . Ταχύτητα του φωτός στο κενό $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m / s .**
**Σταθερά του Planck $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s . Να θεωρήσετε ότι 16,32 / 6,63 ≈ 2,5 .**
**Λύση**
**$\Delta_1$.**
Έχουμε ιονισμό με κρούση .Αρχή διατήρησης της ενέργειας :(η γενικότερη σχέση , ισχύει παντού)
$K_{αρχ} = K_{τελ} + E_{ιον\,,\,1 \to άπειρο} + K_{e\,,\,άπειρο} + \Delta K_{ιόντος} \Rightarrow K_{αρχ} = K_{τελ} + (0 - E_1) + K_{e\,,\,άπειρο} + 0 \Rightarrow K_{e\,,\,άπειρο} = K_{αρχ} - K_{τελ} + E_1 \Rightarrow K_{e\,,\,άπειρο} = 30 - 6{,}2 - 13{,}6 \Rightarrow K_{e\,,\,άπειρο} = 10{,}2$ eV.
**$\Delta_2$.**
Διέγερση με κρούση:
Η απαιτούμενη ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί για να διεγερθεί το άτομο από τη θεμελιώδη κατάσταση στη :
1η διεγερμένη , με βάση την συνθήκη του Bohr , είναι :
$E_{διεγ,\,1 \to 2} = E_2 - E_1 \Rightarrow E_{διεγ,\,1 \to 2} = (E_1 / 4) - E_1 \Rightarrow E_{διεγ,\,1 \to 2} = -3{,}4 + 13{,}6 \Rightarrow E_{διεγ,\,1 \to 2} = 10{,}2$ eV.
2η διεγερμένη , με βάση την συνθήκη του Bohr , είναι :
$E_{διεγ,\,1 \to 3} = E_3 - E_1 \Rightarrow E_{διεγ,\,1 \to 3} = (E_1 / 9) - E_1 \Rightarrow E_{διεγ,\,1 \to 3} = -1{,}51 + 13{,}6 \Rightarrow E_{διεγ,\,1 \to 3} = 12{,}09$ eV ,
κ.τ.λ.

Αφού η κινητική ενέργεια του e – βλήματος είναι :$K_{e,απειρο}$ = 10,2 eV = $E_{διεγ\,,\,1\,\to\,2}$ , το άτομο θα διεγερθεί μέχρι την n = 2 .

**$Δ_3$.**

Η συνθήκη του Bohr :$E_f = E_{αποδ,\,2\,\to\,1} \Rightarrow h\cdot f = E_2 - E_1 \Rightarrow f = (10{,}2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}) / (6{,}63\cdot 10^{-34}) \Rightarrow f = 16{,}32 / 6{,}63\cdot 10^{15} \Rightarrow f = 2{,}5\cdot 10^{15}$ Hz . $λ = c_0 / f \Rightarrow λ = 3\cdot 10^8 / 2{,}5\cdot 10^{15} \Rightarrow λ = 1{,}2\cdot 10^{-7}$ m.

**$Δ_4$.**

Ο δείκτης διάθλασης οπτικού υλικού για συγκεκριμένη συχνότητα ορίζεται ως :

$n = c_0 / c \Rightarrow n = (λ_0\cdot f / λ\cdot f) \Rightarrow n = λ_0 / λ$ .

Το μήκος κύματος της ακτίνας μέσα στο οπτικό υλικό σε σχέση με τον δείκτη διάθλασης , είναι:

$λ = λ_0 / n \Rightarrow λ = 1{,}2\cdot 10^{-7} / 1{,}2 = 10^{-7}$ m .

Η μεταβολή του μήκους κύματος της ακτίνας , είναι :$Δλ = λ - λ_0 \Rightarrow Δλ = 10^{-7} - 1{,}2\cdot 10^{-7} \Rightarrow Δλ = -0{,}2\cdot 10^{-7}$ m .

Υποθέτοντας ότι η ακτίνα προσπίπτει κάθετα στο υλικό, η απόσταση που διανύει στο εσωτερικό του ταυτίζεται με το πάχος του, οπότε :$d = N_λ\cdot λ \Rightarrow N_λ = d / λ \Rightarrow N_λ = 10^{-2} / 10^{-7} \Rightarrow N_λ = 10^5$ μήκη κύματος .

**ΑΣΚΗΣΗ 9**

**Μια δέσμη 30 φωτονίων που έχουν συχνότητες $f_1$ και $f_2$ με $f_1 < f_2$ απορροφάται πλήρως από 30 άτομα υδρογόνου που βρίσκονται στην θεμελιώδη κατάσταση. Κάθε άτομο απορροφά και ένα φωτόνιο.**

**Κάποια άτομα διεγείρονται στην κατάσταση με n = 2 , ενώ τα υπόλοιπα στην κατάσταση με n = 3 . Αν η ολική ενέργεια της δέσμης των φωτονίων είναι 343,8 eV, να υπολογιστούν :**

**$Δ_1$. Η ενέργεια του φωτονίου που έχει συχνότητα $f_1$ και του φωτονίου που έχει συχνότητα $f_2$ .**

**$Δ_2$. Οι συχνότητες $f_1$ και $f_2$ των φωτονίων .**

**$Δ_3$. Ο αριθμός των φωτονίων που έχουν συχνότητα $f_1$ και $f_2$ .**

**Αν η αποδιέγερση γίνει με τον μέγιστο αριθμό αλμάτων , να υπολογιστεί :**

**$Δ_4$. Ο αριθμός των εκπεμπομένων φωτονίων.**

**Δίνονται : $h = 6{,}6\cdot 10^{-34}$ j·s και $E_1 = -13{,}6$ eV και 1 eV = $1{,}6\cdot 10^{-19}$ joule .**

**Λύση**

**$Δ_1$.**

Το κάθε φωτόνιο που έχει συχνότητα $f_1$ , έχει ενέργεια :

$ΔE_1 = E_2 - E_1 \Rightarrow ΔE_1 = [(E_1 / 2^2) - E_1 \Rightarrow ΔE_1 = -(3\cdot E_1 / 4) \Rightarrow ΔE_1 = -[3\cdot(-13{,}6) / 4] \Rightarrow ΔE_1 = 10{,}2$ eV .

Το κάθε φωτόνιο που έχει συχνότητα $f_2$ έχει ενέργεια :

$ΔE_2 = E_1\cdot[(1 / 9) - 1] \Rightarrow ΔE_2 = E_1\cdot(-8 / 9) \Rightarrow ΔE_2 = -13{,}6\cdot(-8 / 9) \Rightarrow ΔE_2 = 12{,}09$ eV .

**$Δ_2$.**

Η συχνότητα $f_1$ του φωτονίου :

$ΔE_1 = h\cdot f_1 \Rightarrow f_1 = ΔE_1 / h \Rightarrow f_1 = 10{,}2\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19} / (6{,}6\cdot 10^{-34}) \Rightarrow f_1 = 2{,}47\cdot 10^{15}$ Hz .

Η συχνότητα $f_2$ του φωτονίου :

$ΔE_2 = h\cdot f_2 \Rightarrow f_2 = ΔE_2 / h \Rightarrow f_2 = 12{,}09\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19} / (6{,}6\cdot 10^{-34}) \Rightarrow f_2 = 2{,}93\cdot 10^{15}$ Hz .

**$Δ_3$.**

Έστω x ο αριθμός των φωτονίων που έχει συχνότητα $f_1$ και $ΔE_1$ η ενέργεια που μεταφέρει το καθένα.

Έστω y ο αριθμός των φωτονίων που έχει συχνότητα $f_2$ και $ΔE_2$ η ενέργεια που μεταφέρει το καθένα.

Η ολική ενέργεια της δέσμης είναι 343,8 eV . Για την ολική ενέργεια της δέσμης , ισχύει :

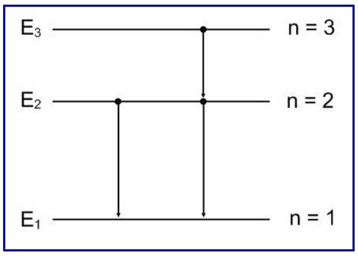
$E_{ολ} = x\cdot ΔE_1 + y\cdot ΔE_2 \Rightarrow 343{,}8 = x\cdot 10{,}2 + y\cdot 12{,}09$ … (1) ,

για τον αριθμό των φωτονίων , ισχύει :x + y = 30 … (2) .

Από τις σχέσεις (1) και (2) :

$10{,}2\cdot(30 - y) + 12{,}09\cdot y = 343{,}8 \Rightarrow 306 - 10{,}2\cdot y + 12{,}09\cdot y = 343{,}8 \Rightarrow 1{,}89\cdot y = 37{,}8 \Rightarrow y = 20$ φωτόνια με συχνότητα $f_1$ . και $x = 30 - y \Rightarrow x = 30 - 20 \Rightarrow x = 10$ φωτόνια με συχνότητα $f_2$ .

**$Δ_4$.**




Από την αποδιέγερση των x = 10 ατόμων από την n = 2 στην n = 1 με ένα άλμα προκύπτουν 10 φωτόνια .
Από την αποδιέγερση των y = 20 ατόμων από την n = 3 στην n = 1 με δύο άλματα (μέγιστος αριθμός) προκύπτουν 2·y φωτόνια , δηλαδή 2·20 = 40 φωτόνια .
Ο συνολικός αριθμός φωτονίων :
$N = x + 2 \cdot y \Rightarrow N = 50$ φωτόνια
κατά την αποδιέγερση με μέγιστο αριθμό αλμάτων .