Η ΦΥΣΗ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Μια μονοχρωματική δέσμη φωτός έχει μήκος κύματος λ_0 = 500 nm όταν διαδίδεται στο κενό. Δίνονται: η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c_0 = 3\cdot10^8$ m / s και η σταθερά του Planck $h = 6{,}6\cdot10^{-34}$ J·s.

Δ_1. Να υπολογίσετε, τη συχνότητα της δέσμης καθώς και την ενέργεια ενός φωτονίου της, όταν αυτή διαδίδεται στο κενό.

Η παραπάνω μονοχρωματική δέσμη διαδίδεται αρχικά σε νερό, το οποίο έχει δείκτη διάθλασης $n_N = 4 / 3$. Η δέσμη συναντά κάθετα στη πορεία της ένα γυάλινο πλακίδιο, οπότε εισέρχεται σε αυτό. Αφού διανύσει απόσταση d = 30 cm μέσα στο γυάλινο πλακίδιο, εξέρχεται και πάλι στο νερό. Δίνεται ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού από το οποίο είναι κατασκευασμένο το πλακίδιο $n_\Gamma = 8 / 5$.

Δ_2. Να υπολογίσετε τη μεταβολή του μήκους κύματος της μονοχρωματικής δέσμης κατά τη μετάβασή της από το γυάλινο πλακίδιο στο νερό.

Δ_3. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ενέργειας του φωτονίου της μονοχρωματικής δέσμης κατά τη μετάβασή της από το νερό στο γυάλινο πλακίδιο.

Δ_4. Να βρείτε το χρόνο που διαρκεί η διάδοση της δέσμης μέσα στο γυάλινο πλακίδιο.

Λύση

Δ_1.

Η βασική κυματική εξίσωση :$c_0 = \lambda_0\cdot f \Rightarrow f = c_0 / \lambda_0 \Rightarrow f = 3\cdot10^8 / 5\cdot10^{-7} \Rightarrow f = 6\cdot10^{14}$ Hz .

Η ενέργεια ενός φωτονίου της μονοχρωματικής δέσμης :$E = h\cdot f \Rightarrow E = 6{,}6\cdot10^{-34}\cdot6\cdot10^{14} \Rightarrow E = 39{,}6\cdot10^{-20}$ joule .

Δ_2.

Το μήκος κύματος της μονοχρωματικής ακτινοβολίας κατά τη διάδοση της μέσα στο νερό :$\lambda_N = \lambda_0 / n_N \Rightarrow \lambda_N = 5\cdot10^{-7} / (4 / 3) \Rightarrow \lambda_N = 3{,}75\cdot10^{-7}$ m $\Rightarrow \lambda_N = 375$ nm .

Το μήκος κύματος της μονοχρωματικής ακτινοβολίας κατά τη διάδοση της μέσα στο γυαλί :$\lambda_\Gamma = \lambda_0 / n_\Gamma \Rightarrow \lambda_\Gamma = 5\cdot10^{-7} / (8 / 5) \Rightarrow \lambda_\Gamma = 3{,}12\cdot10^{-7}$ m $\Rightarrow \lambda_N = 312$ nm .

Η μεταβολή του μήκους κύματος Δλ της μονοχρωματικής δέσμης κατά τη μετάβασή της από το γυάλινο πλακίδιο στο νερό :$\Delta\lambda = \lambda_N - \lambda_\Gamma \Rightarrow \Delta\lambda = 375 - 312 \Rightarrow \Delta\lambda = 63$ nm .

Δ_3.

Η συχνότητα δεν μεταβάλλεται κατά την αλλαγή του μέσου διάδοσης του κάθε φωτονίου, εξαρτάται μόνο από την φωτεινή πηγή που δημιούργησε το φωτόνιο.

Δεν αλλάζει λοιπόν, ούτε η ενέργεια του φωτονίου :$\Delta E = E_f{'} - E_f \Rightarrow \Delta E = h\cdot f - hf \Rightarrow \Delta E = 0$.

Δεν υπάρχει μεταβολή της ενέργειας του φωτονίου.

Δ_4.

Ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού δίνεται :$n_\Gamma = c_0 / c_\Gamma \Rightarrow c_\Gamma = c_0 / n_\Gamma$.

Η ταχύτητα του φωτός στο γυαλί (ορισμός της ταχύτητας) όταν διανύει απόσταση d μέσα στο πλακίδιο σε χρόνο Δt :$c_\Gamma = d / \Delta t \Rightarrow \Delta t = d / c_\Gamma \Rightarrow \Delta t = d / (c_0 / n_\Gamma) \Rightarrow \Delta t = d\cdot n_\Gamma / c_0 \Rightarrow \Delta t = 3\cdot10^{-1}\cdot(8 / 5) / (3\cdot10^8) \Rightarrow \Delta t = 16\cdot10^{-10}$ s .

ΑΣΚΗΣΗ 2

Μονοχρωματική ακτινοβολία συχνότητας $f = 6\cdot10^{14}$ Hz προσπίπτει από το κενό σε διαφανές υλικό, μέσα στο οποίο το μήκος κύματός της μειώνεται στα 5 / 6 της αρχικής του τιμής.

Δ_1. Ποιο το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στο κενό;

Δ_2. Υπολογίστε το δείκτη διάθλασης του διαφανούς υλικού για τη συγκεκριμένη ακτινοβολία.

Δ_3. Ποια η ταχύτητα της μονοχρωματικής αυτής ακτινοβολίας στο διαφανές υλικό;

Δ_4. Αν η ακτίνα διανύει απόσταση L = 1 cm μέσα στο διαφανές υλικό, υπολογίστε το χρόνο που χρειάζεται για να το διασχίσει.

Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c_0 = 3\cdot10^8$ m / s.

Λύση

$\mathbf{\Delta_1}$. Το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στο κενό προσδιορίζεται με τη βοήθεια της θεμελιώδους εξίσωσης της κυματικής. Είναι:$c_0 = \lambda_0 f \Rightarrow \lambda_0 = c_0 / f \Rightarrow \lambda_0 = (3\cdot10^8$ m / s) / ($6\cdot10^{14}$ Hz) $\Rightarrow \boldsymbol{\lambda_0 = 5\cdot10^{-7}}$ **m.**

$\mathbf{\Delta_2}$. Το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στο διαφανές υλικό είναι: $\lambda = 5\cdot\lambda_0 / 6$.

Επομένως ο δείκτης διάθλασης του διαφανούς υλικού είναι:$n = \lambda_0 / \lambda_\Gamma \Rightarrow n = \lambda_0 / (5\cdot\lambda_0 / 6) \Rightarrow$ **n = 1,2.**

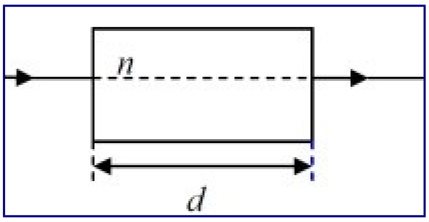
$\mathbf{\Delta_3}$. Η ταχύτητα διάδοσης c της ακτινοβολίας στο διαφανές υλικό είναι:$n = c_0 / c \Rightarrow c = c_0 / n_\Gamma \Rightarrow c = (3\cdot10^8$ m / s) / 1,2 $\Rightarrow \mathbf{c = 2{,}5\cdot10^8}$ **m / s** .

$\mathbf{\Delta_4}$. Ο χρόνος που χρειάζεται για να διασχίσει η ακτίνα απόσταση 1 cm μέσα στο διαφανές υλικό είναι:

$L = c\cdot\Delta t \Rightarrow \Delta t = L / c \Rightarrow \Delta t = (1\cdot10^{-2}$ m) / $2{,}5\cdot10^8$ m / s $\Rightarrow \mathbf{\Delta t = 4\cdot10^{-11}}$ **s** .

ΑΣΚΗΣΗ 3

Ακτίνα μονοχρωματικής ακτινοβολίας με συχνότητα $5\cdot10^{14}$ Hz που διαδίδεται αρχικά στον αέρα, προσπίπτει κάθετα στην επιφάνεια διαφανούς γυάλινης πλάκας και διέρχεται μέσα από αυτή, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η *d* πλάκα έχει πάχος d = 20 cm και δείκτη διάθλασης n = 1,5.



Αν η ταχύτητα του φωτός στον αέρα είναι $c_0 = 3\cdot10^8$ m / s και η σταθερή του Planck $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J.s, να υπολογίσετε:

Δ_1. το χρόνο διόδου της ακτίνας από την πλάκα πάχους 20 cm,

Δ_2. την ενέργεια που μεταφέρουν 1000 φωτόνια αυτής της ακτινοβολίας,

Δ_3. το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στον αέρα και στη γυάλινη πλάκα,

Δ_4. τον αριθμό των μηκών κύματος της μονοχρωματικής ακτινοβολίας στο γυαλί.

Λύση

$\mathbf{\Delta_1}$. Η ταχύτητα διάδοσης c της ακτινοβολίας στο γυαλί είναι:$n = c_0 / c \Rightarrow c = c_0 / n_\Gamma \Rightarrow c = (3\cdot10^8$ m / s) / 1,5 $\Rightarrow c = 2\cdot10^8$ m / s .

Επομένως για το χρόνο διόδου της ακτίνας από την πλάκα πάχους 20 cm θα ισχύει:$\Delta x = c\cdot\Delta t \Rightarrow \Delta t = \Delta x / c \Rightarrow \Delta t = (20\cdot10^{-2}$ m) / $2\cdot10^8$ m / s $\Rightarrow \mathbf{\Delta t = 10^{-9}}$ **s .**

$\mathbf{\Delta_2}$. Η ενέργεια κάθε φωτονίου είναι:$E = h\cdot f \Rightarrow E = (6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s)·($5\cdot10^{14}$ Hz) $E = 33{,}15\cdot10^{-20}$ J.

Επομένως τα 1000 φωτόνια θα μεταφέρουν ενέργεια:$E_{ολ} = N\cdot E = 1000\cdot(33{,}15\cdot10^{-20}$ J) $\Rightarrow \mathbf{E_{ολ} = 33{,}15\cdot10^{-17}}$ **J.**

$\mathbf{\Delta_3}$. Το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στον αέρα προσδιορίζεται με τη βοήθεια της θεμελιώδους εξίσωσης της κυματικής. Είναι:$c_0 = \lambda_0\cdot f \Rightarrow \lambda_0 = c_0 / f \Rightarrow \lambda_0 = (3\cdot10^8$ m / s) / ($5\cdot10^{14}$ Hz) $\Rightarrow \boldsymbol{\lambda_0 = 6\cdot10^{-7}}$ **m.**

Από τον ορισμό του δείκτη διάθλασης προκύπτει για το μήκος κύματος λ_Γ στη γυάλινη πλάκα:

$n_\Gamma = \lambda_0 / \lambda_\Gamma \Rightarrow \lambda_\Gamma = \lambda_0 / n_\Gamma \Rightarrow \lambda_\Gamma = 6\cdot10^{-7}$ m / 1,5 $\Rightarrow \boldsymbol{\lambda_\Gamma = 4\cdot10^{-7}}$ **m .**

$\mathbf{\Delta_4}$. Ο αριθμός N των μηκών κύματος που «χωράνε» στο πλακίδιο πάχους d = 20 cm = $20\cdot10^{-2}$ m είναι :

$d = N\cdot\lambda_\Gamma \Rightarrow N = d / \lambda_\Gamma \Rightarrow N = (20\cdot10^{-2}$ m) / ($4\cdot10^{-7}$ m) $\Rightarrow \mathbf{N = 5\cdot10^5}$ **μήκη κύματος .**

ΑΣΚΗΣΗ 4

Μονοχρωματική δέσμη φωτός με μήκος κύματος στο κενό λ_0 = 600 nm, διαδίδεται σε διαφανές υλικό, το οποίο έχει δείκτη διάθλασης n = 1,25. Δίνονται: η σταθερά του Planck $h = 6{,}6\cdot10^{-34}$ J·s και η ταχύτητα διάδοσης του φωτός στο κενό (θεωρήστε την ίδια και στον αέρα) $c_0 = 3\cdot10^8$ m / s.

Δ_1. Να υπολογίσετε τη ταχύτητα διάδοσης και το μήκος κύματος της μονοχρωματικής δέσμης στο διαφανές υλικό.

Δ_2. Να βρείτε την ενέργεια ενός φωτονίου της δέσμης.

Δ_3. Να υπολογίσετε το ποσοστό μείωσης του μήκους κύματος της δέσμης κατά τη διάδοσης της από το κενό στο υλικό.

Δ_4. Να συγκρίνετε την ενέργεια του φωτονίου που υπολογίσατε στο ερώτημα Δ_2 με την κινητική ενέργεια ενός σαλιγκαριού μάζας 20 g που κινείται με ταχύτητα 1 cm / s .

Λύση

Δ_1.

Ο δείκτης διάθλασης στο διαφανές υλικό ορίζεται :

$n = c_0 / c \Rightarrow c = c_0 / n \Rightarrow c = 3\cdot10^8 / 1{,}25 \Rightarrow c = 2{,}4\cdot10^8$ m / s .

Η σχέση του δείκτη διάθλασης και του μήκους κύματος στο διαφανές υλικό :

$\lambda = \lambda_0 / n \Rightarrow \lambda = 6\cdot10^{-7} / 1{,}25 \Rightarrow \lambda = 4{,}8\cdot10^{-7}$ m $\Rightarrow \lambda = 480$ nm .

Δ_2.

Η βασική κυματική εξίσωση :

$c_0 = \lambda_0\cdot f \Rightarrow f = c_0 / \lambda_0$ … (I) .

Η ενέργεια ενός φωτονίου της δέσμης είναι :

$E_f = h\cdot f \Rightarrow$ αντικαθιστούμε την (I) $\Rightarrow E = h\cdot(c_0 / \lambda_0) \Rightarrow E = 6{,}6\cdot10^{-34}\cdot(3\cdot10^8 / 6\cdot10^{-7}) \Rightarrow E = 3{,}3\cdot10^{-19}$ joule .

Δ_3.

Το ποσοστό μείωσης του μήκους κύματος της δέσμης κατά τη διάδοσης της από το κενό στο υλικό :

$(\Delta\lambda / \lambda_0)\ \% = ((\lambda - \lambda_0) / \lambda_0)\cdot100\ \% \Rightarrow (\Delta\lambda / \lambda_0)\ \% = ((480 - 600) / 600)\cdot100\ \% \Rightarrow (\Delta\lambda / \lambda_0)\ \% = -20\ \%$.

Δ_4.

Η κινητική ενέργεια του σαλιγκαριού είναι :

$K_{\sigma\alpha\lambda} = ½\cdot m\cdot\upsilon^2 \Rightarrow K_{\sigma\alpha\lambda} = ½\cdot20\cdot10^{-3}\cdot(10^{-2})^2 \Rightarrow K_{\sigma\alpha\lambda} = 10^{-6}$ joule .

Συγκρίνουμε την ενέργεια του φωτονίου με την κινητική ενέργεια του σαλιγκαριού :

$K_{\sigma\alpha\lambda} / E_f = 10^{-6} / 3{,}3\cdot10^{-19} \Rightarrow K_{\sigma\alpha\lambda} / E_f = 3\cdot10^{12} \Rightarrow K_{\sigma\alpha\lambda} > E_f$.

ΑΣΚΗΣΗ 5

Όπως είναι γνωστό σε όλους μας, οι κάθε είδους τηλεπικοινωνίες σήμερα μπορούν να γίνονται ασύρματα (πχ δορυφορική τηλεόραση) αλλά και με καλώδια οπτικών ινών (π.χ. καλωδιακή τηλεόραση). Η τηλεφωνική επικοινωνία του Mick που είναι στο Λονδίνο με τον George που είναι στη Νέα Υόρκη, μπορεί να γίνει ασύρματα μέσω δορυφόρου, οπότε ηλεκτρομαγνητικά κύματα με συχνότητα f_δ = 10 GHz διανύουν την διαδρομή Λονδίνο – Δορυφόρος – Νέα Υόρκη, μήκους περίπου L_δ = 81.000 km.

Μπορεί όμως να γίνει και μέσω, του βυθισμένου στον Ατλαντικό καλωδίου οπτικής ίνας (γυαλί) οπότε ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία μήκους κύματος λ_γ = 1 μm, κινείται μέσα στην οπτική ίνα (γυαλί με δείκτη διάθλασης n_γ = 1,5) που συνδέει τις δυο πόλεις και έχει μήκος περίπου L_γ = 6.000 km.

Δ_1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα c_γ και τη συχνότητα f_γ, της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που διαδίδεται στο γυαλί της οπτικής ίνας.

Δ_2. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος λ_δ του ηλεκτρομαγνητικού κύματος κατά τη δορυφορική επικοινωνία και το λόγο των ενεργειών των φωτονίων στους δυο τρόπους επικοινωνίας.

Δ_3. Να υπολογίσετε το χρόνο που απαιτείται για την άφιξη του ηλεκτρομαγνητικού κύματος σε κάθε τρόπο επικοινωνίας.

Δ_4. Για να έχετε ταχύτερη επικοινωνία, ποιόν τρόπο από τους δύο θα επιλέγατε και γιατί;

Δίνεται η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c_0 = 3\cdot10^8$ m / s .

Λύση

Δ_1.

Ο δείκτης διάθλασης οπτικού υλικού για συγκεκριμένη συχνότητα ισούται με :$n = c_0 / c \Rightarrow c = c_0 / n$.

Οπότε η ταχύτητα διάδοσης της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας στο γυαλί, είναι :$c_\gamma = c_0 / n_\gamma = (3\cdot10^8) / 1{,}5 \Rightarrow c_\gamma = 2\cdot10^8$ m / s .

Από τη θεμελιώδη κυματική εξίσωση (για την διάδοση στο γυαλί) :$c_\gamma = \lambda\cdot f_\gamma \Rightarrow f_\gamma = c_\gamma / \lambda_\gamma \Rightarrow f_\gamma = (2\cdot10^8) / (10^{-6}) \Rightarrow f_\gamma = 2\cdot10^{14}$ Hz .

Δ_2.

Από τη θεμελιώδη κυματική εξίσωση (για την διάδοση στην ατμόσφαιρα – διάστημα) :

$c_\delta = \lambda\cdot f_\delta \Rightarrow \lambda_\delta = c_0 / f_\delta \Rightarrow \lambda_\delta = (3\cdot10^8) / (10^{10}) \Rightarrow \lambda_\delta = 3\cdot10^{-2}$ m .

Η ενέργεια φωτονίου ορισμένης συχνότητας f είναι :$E_f = h\cdot f$.

Οπότε ο λόγος των ενεργειών των φωτονίων στους δύο τρόπους επικοινωνίας είναι :
$E_{f,\delta} / E_{f,\gamma} = h \cdot f_\delta / h \cdot f_\gamma \Rightarrow E_{f,\delta} / E_{f,\gamma} = f_\delta / f_\gamma \Rightarrow E_{f,\delta} / E_{f,\gamma} = (10^{10}) / (2 \cdot 10^{14}) \Rightarrow E_{f,\delta} / E_{f,\gamma} = 5 \cdot 10^{-5}$.

$Δ_3$.

Το φως διαδίδεται με σταθερή ταχύτητα , από τον ορισμό της ταχύτητας του φωτός :
$c = L / t \Rightarrow t = L / c$.
Ο χρόνος διάδοσης της ακτινοβολίας στην ατμόσφαιρα – διάστημα :
$t_\delta = L_\delta / c_0 = (81 \cdot 10^6) / (3 \cdot 10^8) \Rightarrow t_\delta = 27 \cdot 10^{-2}$ s .
Ο χρόνος διάδοσης της ακτινοβολίας στο γυαλί :$t_\gamma = L_\gamma / c_\gamma = (6 \cdot 10^6) / (2 \cdot 10^8) \Rightarrow t_\gamma = 3 \cdot 10^{-2}$ s .

$Δ_4$.

Αφού $t_\delta > t_\gamma$, η επικοινωνία είναι ταχύτερη μέσω της οπτικής ίνας .

ΑΣΚΗΣΗ 6

Η ταχύτητα του φωτός στο διαμάντι είναι $c_\delta = 1{,}2 \cdot 10^8$ m / s ενώ σε ένα είδος λαδιού είναι $c_\varepsilon = 2 \cdot 10^8$ m / s.

$Δ_1$. Να υπολογίσετε το δείκτη διάθλασης του διαμαντιού και του λαδιού.

Ρίχνουμε ένα κομμάτι από το παραπάνω διαμάντι μέσα στο λάδι. Ρίχνουμε στην επιφάνεια του λαδιού μονοχρωματική δέσμη φωτός που στον αέρα έχει μήκος κύματος 500 nm. Η ακτίνα διαδίδεται στο λάδι και κατόπιν προσπίπτει στο διαμάντι και διαδίδεται και σε αυτό.

$Δ_2$. Να υπολογίσετε τον λόγο $\lambda_\delta / \lambda_\varepsilon$ όπου λ_ε το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στο λάδι και λ_δ στο διαμάντι.

$Δ_3$. Να υπολογίσετε την ενέργεια ενός φωτονίου αυτής της ακτινοβολίας. Να αιτιολογήσετε αν αυτή η ενέργεια μεταβάλλεται καθώς η ακτινοβολία περνά από τον αέρα στο νερό και τέλος στο διαμάντι.

$Δ_4$. Για να θερμανθεί ένα γραμμάριο από αυτό το λάδι και να ανέβει η θερμοκρασία του κατά 1°C απαιτείται ενέργεια 1,98 J. Πόσα φωτόνια έχουν ενέργεια ίση με την ενέργεια που απαιτείται για να θερμανθούν 2 g από το λάδι αυτό κατά 1°C;

Δίνεται ότι η ταχύτητα του φωτός στον αέρα είναι $3 \cdot 10^8$ m / s και η σταθερά του Planck $6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J·s .

Λύση

$Δ_1$.

Ο δείκτης διάθλασης οπτικού υλικού για συγκεκριμένη συχνότητα ορίζεται ως :$n = c_0 / c$

Οπότε ,$n_\delta = (3 \cdot 10^8 / 1{,}2 \cdot 10^8) \Rightarrow n_\delta = 2{,}5$ $n_\varepsilon = (3 \cdot 10^8 / 2 \cdot 10^8) \Rightarrow n_\varepsilon = 1{,}5$

$Δ_2$.

Απο τον ορισμό του δείκτη διάθλασης προκύπτει :$n = c_0 / c \Rightarrow n = \lambda_0 \cdot f / (\lambda \cdot f) \Rightarrow n = \lambda_0 / \lambda \Rightarrow \lambda = \lambda_0 / n$
Άρα :$\lambda_\delta / \lambda_\varepsilon = (\lambda_0 / n_\delta) / (\lambda_0 / n_\varepsilon) \Rightarrow \lambda_\delta / \lambda_\varepsilon = n_\varepsilon / n_\delta \Rightarrow \lambda_\delta / \lambda_\varepsilon = 1{,}5 / 2{,}5 \Rightarrow \lambda_\delta / \lambda_\varepsilon = 0{,}6$.

$Δ_3$.

Η συχνότητα ενός φωτονίου της ακτινοβολίας είναι ανεξάρτητη από το μέσο διάδοσης και έχει σταθερή τιμή ίση με :$c_0 = \lambda_0 \cdot f \Rightarrow f = c_0 / \lambda_0 \Rightarrow f = (3 \cdot 10^8) / (5 \cdot 10^{-7}) \Rightarrow f = 0{,}6 \cdot 10^{15} \Rightarrow f = 6 \cdot 10^{14}$ Hz .
Η ενέργεια ενός φωτονίου με τη παραπάνω συχνότητα είναι :$E_f = h \cdot f \Rightarrow E_f = 6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} \Rightarrow E_f = 39{,}6 \cdot 10^{-20}$ J .
και παραμένει σταθερή ανεξάρτητα από το μέσο διάδοσης.

$Δ_3$.

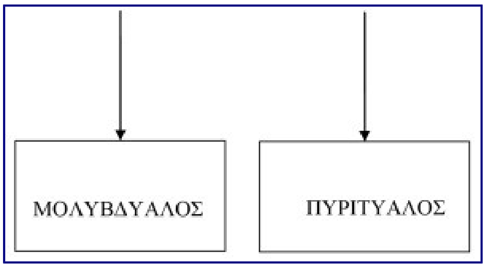
Αφού για να θερμανθεί ένα γραμμάριο λαδιού και να ανέβει η θερμοκρασία του κατά 1°C απαιτείται ενέργεια 1,98 J, τότε για να θερμανθεί διπλάσια ποσότητα απαιτείται προσφορά διπλάσιας ποσότητας ενέργειας , δηλαδή απαιτούνται Q = 3,96 J.
Η προσφορά της παραπάνω ενέργειας γίνεται με απορρόφηση φωτονίων που το κάθε ένα έχει ενέργεια $E_f = 39{,}6 \cdot 10^{-20}$ J .
Οπότε $Q = N_f \cdot E_f \Rightarrow N_f = Q / E_f \Rightarrow N_f = 3{,}96 / (39{,}6 \cdot 10^{-20}) = 10^{19}$ φωτόνια .

ΑΣΚΗΣΗ 7

Οι δείκτες διάθλασης της μολυβδυάλου και της πυριτυάλου (που είναι δύο τύποι γυαλιών), για κάποια μονοχρωματική ακτινοβολία, είναι 3/2 και 5/3, αντιστοίχως.

$Δ_1$. Ποιος είναι ο λόγος της ταχύτητας, της συγκεκριμένης ακτινοβολίας, στην μολυβδυάλο προς την αντίστοιχη ταχύτητα στην πυριτύαλο;

$Δ_2$. Ποιος είναι ο λόγος των ενεργειών των φωτονίων της ακτινοβολίας στην μολυβδύαλο και στην πυριτύαλο;



Η συγκεκριμένη μονοχρωματική ακτινοβολία εισέρχεται κάθετα σε δύο ισοπαχή κομμάτια μολυβδυάλου και πυριτύαλου, όπως φαίνεται στο σχήμα.

$Δ_3$. Ποιος ο λόγος του αριθμού των μηκών κύματος που χωρούν στο κομμάτι της μολυβδυάλου προς τον αντίστοιχο αριθμό μηκών κύματος που χωρούν στο κομμάτι της πυριτυάλου;

$Δ_4$. Να υπολογιστεί ο λόγος των χρόνων που χρειάζεται η μονοχρωματική ακτινοβολία προκειμένου να διασχίσει το κομμάτι της μολυβδυάλου προς τον αντίστοιχο χρόνο που απαιτείται για να διασχίσει το κομμάτι της πυριτυάλου.

Λύση

$Δ_1$.

Ο δείκτης διάθλασης της μολυβδυάλου είναι :$n_μ = c_0 / c_μ \Rightarrow c_μ = c_0 / n_μ$.

Ο δείκτης διάθλασης της πυριτύαλου είναι :$n_π = c_0 / c_π \Rightarrow c_π = c_0 / n_π$.

Διαιρούμε τις παραπάνω σχέσεις κατά μέλη :$c_μ / c_π = (c_0 / n_μ) / (c_0 / n_π) \Rightarrow c_μ / c_π = n_π / n_μ \Rightarrow c_μ / c_π = (3 / 2) / (5 / 3) \Rightarrow c_μ / c_π = 9 / 10$.

$Δ_2$.

Η ενέργεια των φωτονίων της ακτινοβολίας στη μολυβδυάλο είναι :$E_μ = h·f_μ$.

Η ενέργεια των φωτονίων της ακτινοβολίας στη πυριτύαλο είναι :$E_π = h·f_π$.

Αφού η ακτινοβολία είναι η ίδια, οι συχνότητες θα είναι ίσες :$f_μ = f_π$.

Ο λόγος των παραπάνω ενεργειών είναι :$E_μ / E_π = 1$.

Η σχέση των λ και n :$λ_{0,π} / λ_{0,μ} = n_μ / n_π \Rightarrow λ_{0,π} / λ_{0,μ} = (3 / 2) / (5 / 3) \Rightarrow λ_{0,π} / λ_{0,μ} = 9 / 10$.

$Δ_3$.

Το μήκος κύματος στη μολυβδυάλο :$λ_μ = λ_{0,μ} / n_μ$.

Το μήκος κύματος στη πυριτύαλο :$λ_π = λ_{0,π} / n_π$.

Διαιρούμε τις παραπάνω σχέσεις κατά μέλη :$λ_π / λ_μ = (λ_{0,π} / n_π) / (λ_{0,μ} / n_μ) \Rightarrow λ_π / λ_μ = (λ_{0,π} / λ_{0,μ})·(n_μ / n_π) \Rightarrow$
$λ_π / λ_μ = (9 / 10)·(9 / 10) \Rightarrow λ_π / λ_μ = 81 / 100$.

Ισχύει για το πάχος d της μολυβδυάλου :$d = N_μ·λ_μ \Rightarrow N_μ = d / λ_μ$.

Ισχύει για το πάχος d της πυριτυάλου :$d = N_π·λ_π \Rightarrow N_π = d / λ_π$.

Διαιρούμε τις παραπάνω σχέσεις κατά μέλη :$N_μ / N_π = (d / λ_μ) / (d / λ_π) \Rightarrow N_μ / N_π = λ_π / λ_μ \Rightarrow N_μ / N_π = 81 / 100$.

$Δ_4$.

Η ταχύτητα της φωτεινής ακτίνας στην μολυβδύαλο :$c_μ = d / t_μ \Rightarrow t_μ = d / c_μ$.

Η ταχύτητα της φωτεινής ακτίνας στην πυριτύαλο :$c_π = d / t_π \Rightarrow t_π = d / c_π$.

Διαιρούμε τις παραπάνω σχέσεις κατά μέλη :$t_μ / t_π = (d / c_μ) / (d / c_π) \Rightarrow t_μ / t_π = c_π / c_μ \Rightarrow$(έχουμε υπολογίσει : $c_μ / c_π = 9 / 10 \Rightarrow c_π / c_μ = 10 / 9$) $t_μ / t_π = c_π / c_μ \Rightarrow t_μ / t_π = 10 / 9$.

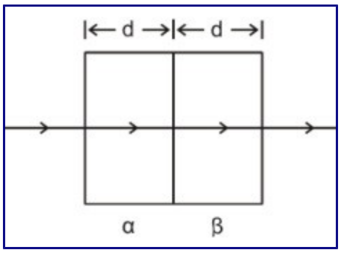
ΑΣΚΗΣΗ 8

Μονοχρωματική δέσμη φωτός, με μήκος κύματος στο κενό $λ_0$ = 660 nm, διαδίδεται στον αέρα και προσπίπτει κάθετα σε πλάκα γυαλιού. Η ακτινοβολία αφού διανύσει μέσα στην πλάκα απόσταση d = 0,6 m εξέρχεται πάλι στον αέρα. Δίνονται η σταθερά του Plank $h = 6{,}6·10^{-34}$ J·s και η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c_0 = 3·10^8$ m / s.

$Δ_1$. Να βρεθεί η ενέργεια ενός φωτονίου της ακτινοβολίας στο κενό.

$Δ_2$. Η ενέργεια του φωτονίου που υπολογίσατε στο ερώτημα $Δ_1$ μεταβάλλεται όταν το φωτόνιο κινείται στο γυαλί; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.
$Δ_3$. Πόσα φωτόνια ανά δευτερόλεπτο εκπέμπονται από πηγή της παραπάνω ακτινοβολίας αν η ισχύ της είναι 6W;
$Δ_4$. Να υπολογισθεί πόσο χρόνο διαρκεί η κίνηση ενός φωτονίου της ακτινοβολίας μέσα στη γυάλινη πλάκα αν ο δείκτης διάθλασης του γυαλιού n = 1,5 .
Λύση
$Δ_1$.
Η βασική εξίσωση της κυματικής :$c_0 = λ_0 \cdot f \Rightarrow f = c_0 / λ_0$.
Η ενέργεια του ενός φωτονίου στο κενό , είναι :$E_f = h \cdot f \Rightarrow E_f = h \cdot (c_0 / λ_0) \Rightarrow E_f = 6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot [3 \cdot 10^8 / (660 \cdot 10^{-9})] \Rightarrow E_f = 3 \cdot 10^{-19}$ J .
$Δ_2$.
Όπου και αν κινηθεί το φωτόνιο η ενέργεια του E = h·f δεν αλλάζει , δεδομένου ότι η συχνότητα f δεν αλλάζει , η συχνότητα δίνεται από την πηγή που δημιουργεί το ηλεκτρομαγνητικό κύμα δηλαδή την φωτεινή ακτίνα. Φυσικά δεν αλλάζει και η σταθερά h .
$Δ_3$.
Η ισχύς της φωτεινής ακτίνας :$P_{ολ} = W_{ολ} / t \Rightarrow P_{ολ} = N_f \cdot E_f / t \Rightarrow P_{ολ} = (N_f / t) \cdot E_f \Rightarrow N_f / t = P_{ολ} / E_f \Rightarrow N_f / t = 6 / (3 \cdot 10^{-19}) \Rightarrow N_f / t = 2 \cdot 10^{19}$ φωτόνια / s .   για t = 1 s , εκπέμπονται : $N_f = 2 \cdot 10^{19}$ φωτόνια .
$Δ_4$.
Ο δείκτης διάθλασης στη γυάλινη πλάκα :$n = c_0 / c \Rightarrow c = c_0 / n$.
Η ταχύτητα ορίζεται :$c = d / t \Rightarrow t = d / c \Rightarrow t = d / (c_0 / n) \Rightarrow t = d \cdot n / c_0 \Rightarrow t = 6 \cdot 10^{-1} \cdot 1{,}5 / (3 \cdot 10^8) \Rightarrow t = 3 \cdot 10^{-9}$ s .

ΑΣΚΗΣΗ9
Μονοχρωματική δέσμη φωτός με συχνότητα $f = 5 \cdot 10^{14}$ Hz διαπερνά κάθετα σε δυο διαφανή υλικά α και β πάχους d = 10 cm το καθένα. Το μήκος κύματος της ακτινοβολίας μέσα στο υλικό α είναι $λ_α$ = 500 nm . Δίνονται: η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m / s και η σταθερά του Planck h = $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s .



$Δ_1$. Να υπολογίσετε την ενέργεια ενός φωτονίου αυτής της ακτινοβολίας όταν διαδίδεται στο υλικό α.
$Δ_2$. Να υπολογίσετε το δείκτη διάθλαση του υλικού α.
$Δ_3$. Αν κατά τη μετάβαση της ακτινοβολίας από το υλικό α στο υλικό β το μήκος κύματος της μειώνεται κατά 20%, να υπολογίσετε το δείκτη διάθλασης του υλικού β καθώς και τον αριθμό μηκών κύματος αυτής της ακτινοβολίας που αντιστοιχούν στο πάχος d του υλικού β.
$Δ_4$. Αν η ακτινοβολία αυτή διαπερνά το υλικό α σε χρόνο $t_α$ ενώ το υλικό β σε χρόνο $t_β$ να υπολογίσετε το λόγο $t_α / t_β$.
Λύση
$Δ_1$.
Η ενέργεια ενός φωτονίου της ακτινοβολίας όταν διαδίδεται στο κενό δίνεται :
$E = h \cdot f \Rightarrow E = 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14} \Rightarrow E = 33{,}15 \cdot 10^{-20}$ joule .
Η συχνότητα δεν αλλάζει από το κενό στο οπτικό μέσο α ή στο οπτικό μέσο β , εξαρτάται μόνο από την φωτεινή πηγή που δημιούργησε την μονοχρωματική ακτινοβολία .
$Δ_2$.
Η βασική κυματική εξίσωση :$c_α = λ_α \cdot f \Rightarrow c_α = λ_α \cdot f \Rightarrow c_α = 500 \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^{14} \Rightarrow c_α = 2{,}5 \cdot 10^8$ m / s .
Ο δείκτης διάθλασης είναι :$n_α = c_0 / c_α \Rightarrow n_α = 3 \cdot 10^8 / 2{,}5 \cdot 10^8 \Rightarrow n_α = 1{,}2$.
$Δ_3$.
Κατά τη μετάβαση της ακτινοβολίας από το υλικό α στο υλικό β το μήκος κύματος της μειώνεται κατά 20 % :
$λ_β = λ_α – (20 / 100) \cdot λ_α \Rightarrow λ_β = (80 / 100) \cdot λ_α \Rightarrow λ_β = 0{,}8 \cdot λ_α \Rightarrow λ_β = 0{,}8 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \Rightarrow λ_β = 4 \cdot 10^{-7}$ m .

Ισχύει :
$\lambda_\beta / \lambda_\alpha = n_\alpha / n_\beta \Rightarrow n_\beta = n_\alpha \cdot \lambda_\alpha / \lambda_\beta \Rightarrow n_\beta = 1{,}2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} / (4 \cdot 10^{-7}) \Rightarrow n_\beta = 1{,}5$.
N_β είναι ο αριθμός των μηκών κύματος στο υλικό β .
Για το πάχος του υλικού έχουμε :$d = N_\beta \cdot \lambda_\beta \Rightarrow N_\beta = d / \lambda_\beta \Rightarrow N_\beta = 10 \cdot 10^{-2} / (4 \cdot 10^{-7}) \Rightarrow N_\beta = 25 \cdot 10^4$ μήκη κύματος .

Δ_4.

Ισχύει :$n_\beta = c_0 / c_\beta \Rightarrow c_\beta = c_0 / n_\beta \Rightarrow c_\beta = 3 \cdot 10^8 / 1{,}5 \Rightarrow c_\beta = 2 \cdot 10^8$ m / s .
Η ταχύτητα της φωτεινής ακτίνας στο υλικό β :$c_\beta = d / t_\beta$.
Η ταχύτητα της φωτεινής ακτίνας στο υλικό α :$c_\alpha = d / t_\alpha$.
Διαιρούμε κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις :$c_\beta / c_\alpha = (d / t_\beta) / (d / t_\alpha) \Rightarrow t_\alpha / t_\beta = c_\beta / c_\alpha \Rightarrow t_\alpha / t_\beta = 2 \cdot 10^8 (2{,}5 \cdot 10^8) \Rightarrow t_\alpha / t_\beta = 0{,}8$.

ΑΣΚΗΣΗ 10

Πηγή μονοχρωματικής ακτινοβολίας εκπέμπει 10^{20} φωτόνια ανά δευτερόλεπτο με μήκος κύματος $\lambda_0 = 500$ nm στο κενό. Δίνονται η ταχύτητα του φωτός στο κενό $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m / s και η σταθερά του Planck (κατά προσέγγιση για διευκόλυνση των πράξεών μας) $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J·s .
Δ_1. Να υπολογίσετε τη συχνότητα της παραπάνω ακτινοβολίας.
Δ_2. Να βρείτε το χρόνο που χρειάζεται αυτή η ακτινοβολία, για να διανύσει μια απόσταση d = 1,5 m μέσα σε ένα διαφανές υλικό που έχει δείκτη διάθλασης n = 2 .
Δ_3. Να υπολογίσετε την ισχύ της ακτινοβολίας.
Η παραπάνω ακτινοβολία αφού εξέλθει από το υλικό με δείκτη διάθλασης n = 2 εισέρχεται σε ένα δεύτερο διαφανές υλικό. Παρατηρούμε ότι το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στο δεύτερο υλικό, είναι αυξημένο κατά 25% σε σχέση με το μήκος κύματος της ακτινοβολίας στο πρώτο υλικό.
Δ_4. Να βρεθεί ο δείκτης διάθλασης για το δεύτερο διαφανές υλικό.

Λύση

Δ_1.

Η βασική κυματική εξίσωση :$c_0 = \lambda_0 \cdot f \Rightarrow f = c_0 / \lambda_0 \Rightarrow f = 3 \cdot 10^8 / (5 \cdot 10^{-7}) \Rightarrow f = 6 \cdot 10^{14}$ Hz .

Δ_2.

Ο δείκτης διάθλασης ορίζεται :$n = c_0 / c \Rightarrow c = c_0 / n \Rightarrow c = 3 \cdot 10^8 / 2 \Rightarrow c = 1{,}5 \cdot 10^8$ m / s .
Ο ορισμός της ταχύτητας :$c = d / t \Rightarrow t = d / c \Rightarrow t = 1{,}5 / (1{,}5 \cdot 10^8) \Rightarrow t = 10^{-8}$ s .

Δ_3.

Η ισχύς της ακτινοβολίας :$P = E_{ολ} / t \Rightarrow P = N_f \cdot E_f / t \Rightarrow P = N_f \cdot h \cdot f / t \Rightarrow P = (N_f / t) \cdot h \cdot f \Rightarrow P = 10^{20} \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} \Rightarrow P = 39{,}6$ Watt .

Δ_4.

$\lambda' = \lambda + (25 / 100) \cdot \lambda \Rightarrow \lambda' = (125 / 100) \cdot \lambda \Rightarrow \lambda' = 1{,}25 \cdot \lambda$.
Ισχύει :$n' / n = \lambda / \lambda' \Rightarrow n' = (\lambda / \lambda') \cdot n \Rightarrow n' = [\lambda / (1{,}25 \cdot \lambda)] \cdot n \Rightarrow n' = n / 1{,}25 \Rightarrow n' = 2 / 1{,}25 \Rightarrow n' = 1{,}6$.