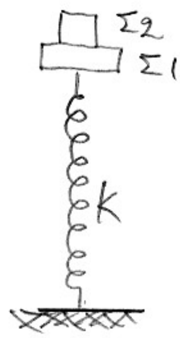
ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΚΑΙ ΚΡΟΥΣΗ

1. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k=1000\,N/m$ έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο σε ακίνητο σημείο. Στο πάνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 μάζας $m_1=8\,kg$, ενώ ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=2\,kg$ βρίσκεται πάνω στο σώμα Σ_1 . Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Απομακρύνουμε το σύστημα των δυο σωμάτων κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $d_1=0,05\,m$ και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και τα δυο σώματα Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται συνεχώς σε επαφή.



α. Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης.

β. Να υπολογίσετε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του μέτρου της δύναμης που δέχεται το σώμα Σ_2 από το Σ_1 .

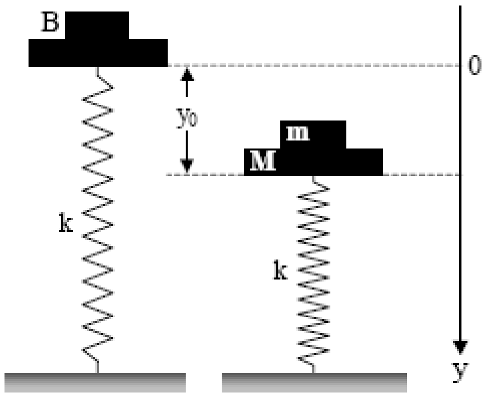
γ. Ποιο είναι το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος, ώστε το σώμα Σ_2 να βρίσκεται συνεχώς σε επαφή με το σώμα Σ_1 ;

δ. Αν απομακρύνουμε το σύστημα των δυο σωμάτων από τη θέση ισορροπίας κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $d_2=0,2\,m$ και το αφήσουμε ελεύθερο, σε ποια θέση θα χαθεί η επαφή των δυο σωμάτων και ποιο θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 στη θέση αυτή;

Δίνεται $g=10\,m/s^2$

$$[\omega=10\,rad/s,,,N_{\max}=30\,N,,,N_{\min}=10\,N,,,A_{\max}=0,1\,m,,,u=\sqrt{3}\,m/s]$$

2. Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=200\,N/m$ είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο άλλο άκρο του είναι σταθερά συνδεδεμένος δίσκος Α μάζας $M=1,5\,kg$. Πάνω στο δίσκο είναι τοποθετημένο σώμα Β μάζας $m=0,5\,kg$. Το σύστημα ισορροπεί. Πιέζουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $A=\frac{\sqrt{5}}{10}\,m$ και το αφήνουμε ελεύθερο.



Α. να δείξετε ότι το σώμα Β θα εγκαταλείψει το δίσκο Α

Β. ποια είναι η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος Β όταν εγκαταλείπει το δίσκο;

Γ. σε πόσο ύψος θα φτάσει το σώμα Β πάνω από τη θέση στην οποία εγκαταλείπει το δίσκο; Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και $g=10\,m/s^2$

[Απ. (α) εγκαταλείπει στη θέση $y_1=-0,1\text{ m}$ (β) $\upsilon=-2\text{m/s}$, $\alpha=10\text{ m/s}^2$ (γ) $h=0,2\text{ m}$]

3. Υλικό σημείο μάζας $m=0,1\,kg$ εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A=0,1\,m$ με περίοδο $T=2\text{s}$. Τη χρονική στιγμή t=0 το υλικό σημείο περνάει από τη θέση $x=5\sqrt{3}\cdot10^{-2}\,m$ κινούμενο κατά την αρνητική κατεύθυνση.

Α) να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του υλικού σημείου σε συνάρτηση με το χρόνο

Β) τη χρονική στιγμή $t=T/4$ να βρείτε για το υλικό σημείο

α. τη δυναμική του ενέργεια

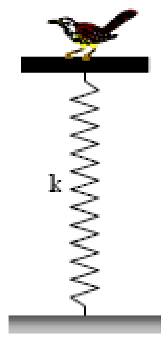
β. την κινητική του ενέργεια

γ. το ρυθμό μεταβολής της ορμής του

Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση του υλικού σημείου από την θέση ισορροπίας του είναι ημιτονικη συνάρτηση του χρόνου.

$$[x=0{,}1\,\eta\mu(\pi t+\frac{2\pi}{3}),,,1{,}25\cdot 10^{-3}\,j,,,3{,}75\cdot 10^{-3}\,j,,,5\cdot 10^{-2}\,N]$$

4. Δίσκος μάζας $M=1\,kg$ είναι δεμένος στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=200\,N/m$, του οποίου το άλλο άκρο είναι δεμένο στο οριζόντιο έδαφος. Πάνω στο δίσκο βρίσκεται ένα πουλί μάζας $m=0{,}2\,kg$ και το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Αν το πουλί πετάξει κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $u=2\mathrm{m}/s$, να βρείτε:



α. Το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά ο δίσκος

β. Το πλάτος ταλάντωσης του δίσκου

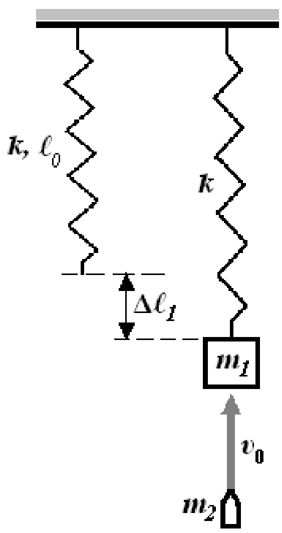
γ, Τη μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης

δ. Τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου

Δίνεται $g=10\,m/s^2$

[Απ. (α) 0,4 m/s (β) 0,03 m (γ) 0,09 J (δ) 0,64 J]

5. Σώμα μάζας $m_1 = 2$ Kg ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k = 400$ N/m, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Δεύτερο σώμα, μάζας $m_2 = m_1$, κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω, συγκρούεται πλαστικά με το m_1 τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, έχοντας, τη στιγμή πριν τη σύγκρουση, ταχύτητα $\upsilon_0 = \sqrt{3}$ m/s. Θεωρώντας θετική τη φορά προς τα πάνω, τη διάρκεια της κρούσης αμελητέα και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10$ m/s^2, να υπολογίσετε:



α. Την αρχική παραμόρφωση Δl_1 του ελατηρίου.

β. Την κοινή ταχύτητα V του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

γ. Την εξίσωση της απομάκρυνσης της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα, ως συνάρτηση του χρόνου.

δ. Τη δυναμική και την κινητική ενέργεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{30}$ s.

ε. Τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{30}$ s.

$$[0{,}05\,m,,,\frac{\sqrt{3}}{2}m/s,,,x=0{,}1\,\eta\mu(\omega t+\pi/6),,,U=2\mathrm{j},,,K=0,,,U_{\varepsilon\lambda}=0]$$

6. Ένα σώμα μάζας $M=0{,}9\,kg$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100\,N/m$. Ένα βλήμα μάζας $m=0{,}1\,kg$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα και σφηνώνεται στο σώμα. Να υπολογίσετε:

Α) το πλάτος της α.α.τ. που εκτελεί το συσσωμάτωμα μετά την κρούση

Β) το χρόνο στον οποίο μηδενίζεται στιγμιαία για πρώτη φορά η ταχύτητα του συσσωματώματος

Γ) την κυκλική συχνότητα της α.α.τ.

Δ) την μέγιστη δύναμη που δέχεται το συσσωμάτωμα από το ελατήριο

7. Σώμα μάζας $M = 9\,kg$ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 160\,N/m$. Βλήμα μάζας $m = 1\,kg$ κινούμενο με οριζόντια ταχύτητα $u = 10\,m/s$ σφηνώνεται στο σώμα και το συσσωμάτωμα εκτελεί α.α.τ. Να βρείτε:

Α) το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος

Β) τη χρονική στιγμή που το συσσωμάτωμα έχει τη μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά

Γ) την κυκλική συχνότητα ταλάντωσης

Δ) την μέγιστη επιτάχυνση του συσσωματώματος

8. Σώμα μάζας $m = 2\,kg$ αναρτάται στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς $K = 100\,N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα ισορροπεί σε ύψος $h = 1,75\,m$ από το οριζόντιο δάπεδο. Τη στιγμή $t = 0$ το σώμα διασπάται ακαριαία σε δυο κομμάτια Α και Β που έχουν ίσες μάζες. Το κομμάτι Β αμέσως μετά τη διάσπαση κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω και συναντά το δάπεδο τη χρονική στιγμή $t = 0,5\,s$. Το κομμάτι Α μετά τη διάσπαση παραμένει προσδεμένο στο ελατήριο. Να υπολογίσετε:

Α) το μέτρο της ταχύτητας του κομματιού Β, αμέσως μετά τη διάσπαση

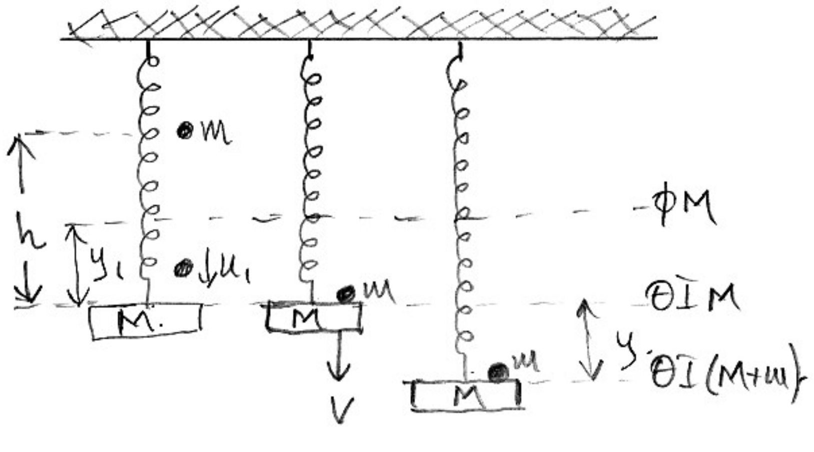
Β) το μέτρο της ταχύτητας του κομματιού Α, αμέσως μετά τη διάσπαση

Γ) το πλάτος της ταλάντωσης του κομματιού Α μετά τη διάσπαση

Δ) τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης του κομματιού Α μετά τη διάσπαση

Δίνεται $g = 10\,m/s^2$.

9. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k = 400\,\frac{N}{m}$ που είναι δεμένο με το πάνω άκρο του σε σταθερό σημείο, έχει στο άλλο άκρο του δεμένο ένα δίσκο μάζας $M = 2\,kg$ και το σύστημα ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Ένα σφαιρίδιο μάζας $m = 1\,kg$ αφήνεται από ύψος $h = 1,8\,m$ πάνω από το δίσκο και ενσωματώνεται με αυτόν. Να βρείτε:



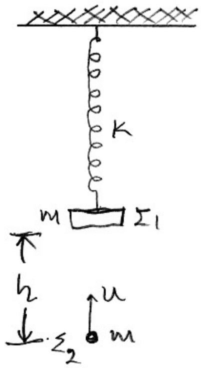
α. Το πλάτος της α.α.τ. που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα

β. Τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου

γ. Το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συστήματος.

$(0,175\,,,,12,5\,,,,70)$

10. Κατακόρυφο ελατήριο σταθερές $k=100\frac{N}{m}$ που είναι προσαρμοσμένο με το πάνω άκρο του σε σταθερό σημείο, έχει στο άλλο άκρο του δεμένο ένα δίσκο μάζας $m_1=1kg$ και το σύστημα ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Βλήμα μάζας $m_2=m_1$, το οποίο βρίσκεται κάτω από το σώμα σε απόσταση $h=1,5m$ και έχει ταχύτητα $u=6\frac{m}{s}$ κινούμενο προς τα πάνω συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το δίσκο. Να βρείτε:



α. Το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος

β. Μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή της κρούσης το συσσωμάτωμα θα αποκτήσει ταχύτητα μηδέν;

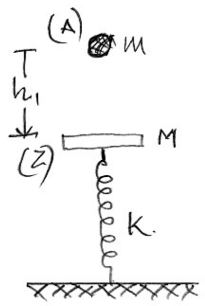
Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος

γ. Αμέσως μετά την κρούση

δ. Όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της κίνησης του. Θεωρείστε την προς τα επάνω φορά ως θετική.

$(\frac{T}{8})$

11. Ένας δίσκος μάζας $M=20kg$ ισορροπεί συνδεδεμένος στη μια άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=2000\frac{N}{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Μια σφαίρα μάζας $m=2kg$ αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h_1=3,2m$ πάνω από το δίσκο και αφού συγκρουσθεί μετωπικά με αυτόν, ανεβαίνει σε ύψος $h_2=0,8m$. Να υπολογίσετε:



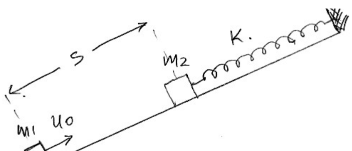
α. Τα μέτρα των ταχυτήτων του δίσκου και της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

β. Το πλάτος της α.α.τ. που θα εκτελέσει ο δίσκος.

γ. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του δίσκου, όταν διέρχεται από τις ακραίες θέσεις της τροχιάς του. Δίνεται $g=10\frac{m}{s^2}$.

$[8,,,1,2,,,0,12,,,\pm 240]$

12. Σώμα μάζας $m_2=1,5kg$ στερεώνεται διαμέσου ιδανικού ελατηρίου από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$, και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. σώμα μάζας $m_1=0,5kg$ εκτοξεύεται προς τα πάνω από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου με αρχική ταχύτητα $u_0=5\frac{m}{s}$, η οποία έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η σταθερά του ελατηρίου είναι $k=200\frac{N}{m}$. Τα δυο σώματα αρχικά απέχουν απόσταση $S=0,9m$. Αν τα σώματα συγκρούονται μετωπικά και η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα, να βρείτε:



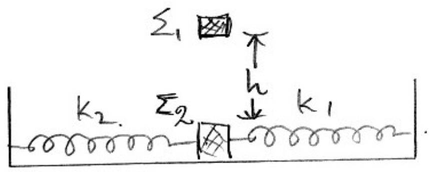
α. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελεί το σώμα m_2, όταν η κρούση είναι ελαστική

β. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελεί το σώμα m_2, όταν η κρούση είναι πλαστική

γ. Τη μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος όταν η κρούση είναι πλαστική. Δίνεται $g=10\frac{m}{s^2}$.

$[\frac{\sqrt{3}}{10},,,\frac{\sqrt{33}}{80},,,\frac{4+\sqrt{33}}{80}]$

13. Το σώμα Σ_2 του σχήματος είναι μάζας $m_2=1\,kg$ και προσδένεται στα ιδανικά ελατήρια που έχουν σταθερές $k_1=120\frac{N}{m}$ και $k_2=80\frac{N}{m}$. Εκτρέπουμε το σώμα Σ_2 από τη θέση ισορροπίας του κατά $A=10\,cm$ και τη στιγμή $t=0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Την ίδια χρονική στιγμή αφήνουμε να πέσει ελεύθερα από ύψος h πάνω από τη θέση ισορροπίας ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1=0,21\,kg$.

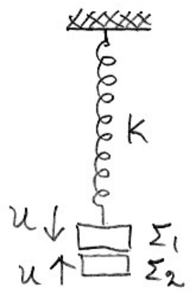


α. Να υπολογίσετε το ύψος h από το οποίο αφήνουμε ελεύθερο το σώμα Σ_1, ώστε να συναντήσει το σώμα Σ_2, όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά.

β. Αν τα σώματα Σ_1, Σ_2 συγκρουσθούν μετωπικά και πλαστικά στο σημείο Ο, να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος. Δίνεται $g=10\frac{m}{s^2}$.

$[1/16,,,1/11]$

14. Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k=400\frac{N}{m}$ είναι στερεωμένο σε οροφή από το ένα άκρο του. Στο άλλο άκρο του συνδέουμε σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1\,kg$, το οποίο εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A=0{,}1\,m$. Τη στιγμή κατά την οποία το σώμα βρίσκεται στο μισό του πλάτους της ταλάντωσης του, κατερχόμενο προς τη θέση ισορροπίας του, συγκρούεται μετωπικά με σώμα Σ_2 ίσης μάζας, που έχει αντίθετη ταχύτητα. Αν θεωρήσουμε τη στιγμή της κρούσης ως αρχή του χρόνου $t_0=0$, να βρείτε τις εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κάθε σώματος, στις ακόλουθες περιπτώσεις



Α. Αν η κρούση είναι ελαστική

Β. Αν η κρούση είναι πλαστική. Δίνεται $g=10\frac{m}{s^2}$.

$[0{,}1\,\eta\mu(20t+7\pi/6),,,0,075\,\eta\mu(10\sqrt{2}t+3\pi/2)]$

15. Ξύλινο σώμα μάζας $M=4\,kg$ είναι προσαρμοσμένο στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=500\frac{N}{m}$, και ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m=1\,kg$ κινείται με ταχύτητα $u=20\frac{m}{s}$ κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και σφηνώνεται στο ξύλινο σώμα. Να υπολογίσετε:

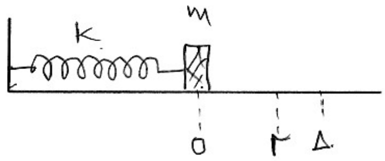
α. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα

β. Την ταχύτητα του συσσωματώματος όταν διέρχεται από τη θέση $x=0{,}2\,m$

γ. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος όταν αυτό κινείται με ταχύτητα $u_1=2\frac{m}{s}$.

$[0{,}4,,,\pm 2\sqrt{3},,,\pm 100\sqrt{3}]$

16. Το σώμα του ακόλουθου σχήματος έχει μάζα m και εκτελεί α.α.τ. πλάτους $(ΟΔ)=A=2\sqrt{2}cm$, προσαρμοσμένο στο άκρο ελατηρίου, κατά μήκος του λείου οριζόντιου επιπέδου. Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση Γ με $(ΟΓ)=x_1=\sqrt{6}cm$ και ταχύτητα θετική, ένα κομμάτι πλαστελίνης μάζας m τοποθετείται πάνω του. Να υπολογίσετε:

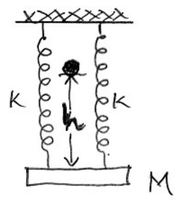


α. Το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα

β. Το ποσοστό μεταβολής της ενέργειας, το οποίο παρατηρείται κατά τη στιγμή της τοποθέτησης της πλαστελίνης.

$[\sqrt{7},,,-12,5]$

17. Οριζόντιος δίσκος μάζας $M=4kg$ ισορροπεί στερεωμένος στα άκρα των όμοιων ελατηρίων με σταθερά $k=50\frac{N}{m}$. Από ύψος $h=75cm$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερα κομμάτι πλαστελίνης μάζας $m=1\,kg$.

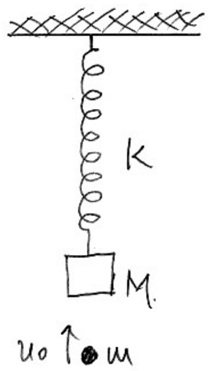


Η πλαστελίνη συγκρούεται με το δίσκο πλαστικά. Να υπολογίσετε το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα.

Δίνεται $g=10\frac{m}{s^2}$

$[0,2,,,\frac{\pi\sqrt{5}}{5}]$

18. Σώμα μάζας $M=4kg$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, σταθερές $k=100\frac{N}{m}$. Βλήμα μάζας $m=200\,g$ κινείται με ταχύτητα $u_0=80\frac{m}{s}$ κατακόρυφα προς τα πάνω, και διαπερνά το σώμα χάνοντας το 75 της κινητικής του ενέργειας. Αν γνωρίζετε ότι $g=10\frac{m}{s^2}$, να υπολογίσετε:



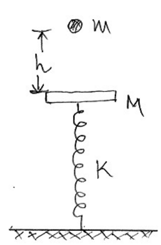
Α. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα M

Β. Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή της κρούσης το σώμα θα περάσει από τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου;

Γ. Τη μέγιστη τιμή της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου.

$[0,4,,,\frac{\pi}{10},,,32]$

19. Ένας δίσκος μάζας $M=0,5\,kg$ ισορροπεί δεμένος στην πάνω άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθερές $k=25\frac{N}{m}$. Από ύψος $h=0,6m$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ένα άλλο σώμα μάζας $m=0,5kg$, το οποίο συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το δίσκο. Αν γνωρίζετε ότι $g=10\frac{m}{s^2}$, να υπολογίσετε:



Α. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Β. Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση

Γ. Την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος, θεωρώντας ως $t=0$ τη στιγμή της κρούσης

Δ. Το χρονικό διάστημα Δt που μεσολαβεί από τη στιγμή της κρούσης μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για πρώτη φορά.

Ε. Την μέγιστη ταχύτητα του συσσωματώματος καθώς και τη μέγιστη τιμή της δύναμης του ελατηρίου

Ζ. Τους ρυθμούς μεταβολής της κινητικής ενέργειας και της βαρυτικης δυναμικής ενέργειας στη θέση $x=+0{,}2\sqrt{3}m$.

$$[\sqrt{3},,,-50\%,,,0{,}4\eta\mu(5t+11\pi/6),,,2\pi/15,,,2,,,20,,,5\sqrt{3},,,10]$$

20. Δίσκος μάζας $M=9\,kg$ ισορροπεί δεμένο στο άνω ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100\,N/m$ του οποίου το άλλο άκρο είναι σταθερά προσαρμοσμένο στο οριζόντιο έδαφος. Από ύψος $h=5\text{m}$ πάνω από το δίσκο ρίχνουμε κατακόρυφα με αρχική ταχύτητα $u_0=10\,m/s$ ένα σώμα μάζας $m=1\,kg$, το οποίο συγκρούεται πλαστικά με το δίσκο.

α. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα θα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση

β. Να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης

γ. Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης

δ. Να βρείτε το πλάτος Α της ταλάντωσης. Δίνεται $g=10\,m/s^2$

$$\left[0{,}2\pi\sqrt{10}\sec,\,0{,}1\,m,\frac{\sqrt{21}}{10}\,m\right]$$

21. Ένα σώμα εκτελεί α.α.τ. σε λείο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς αρχική φάση. Η απόσταση των δυο ακραίων θέσεων της τροχιάς του σώματος είναι $d=0{,}4\,m$ και ο χρόνος μετάβασης του από τη μια ακραία θέση στην άλλη είναι $\Delta t=\frac{\pi}{10}\,s$. Όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=0{,}1\,m$, η κινητική του ενέργεια είναι $K=3\text{j}$.

Α. Να υπολογίσετε:

α. Το πλάτος και τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης

β. Τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης

γ. Το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα κατά την κίνηση του από τη θέση $x=0{,}1\,m$ έως τη θέση όπου η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι $U=2\text{j}$.

Β. Τη στιγμή που το σώμα φθάνει στη μέγιστη θετική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του, συνενώνεται ακαριαία με άλλο αρχικά ακίνητο σώμα τριπλάσιας μάζας. Ποια από τα μεγέθη: πλάτος, σταθερά επαναφοράς και γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης μεταβάλλονται και ποιες είναι οι νέες τιμές τους;

$$[A=0{,}2\,m,,,\omega=10\,rad/s,,,D=200\,N/m,,,W_F=-1\,j,,,\{\omega'=5\,rad/s]$$

22. Δίσκος μάζας $M=2\,kg$ έχει προσδεθεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\,N/m$, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. πάνω στο δίσκο τοποθετείται σώμα μάζας $m=1\,kg$ και το σύστημα ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή $t=0$ με κατάλληλο μηχανισμό το σώμα εκτινάσσεται απότομα κατακόρυφα προς τα επάνω με ταχύτητα μέτρου $u=4\text{m}/s$ και στη συνέχεια απομακρύνεται. Μετά την εκτίναξη του σώματος, ο δίσκος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο Τ.

α. το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά ο δίσκος, αμέσως μετά την εκτίναξη του σώματος.

β. Το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου.

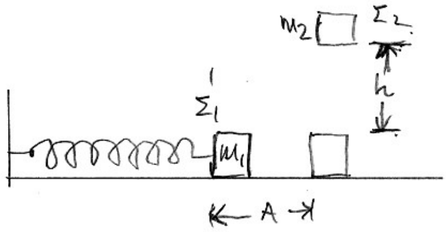
γ. Το λόγο της κινητικής ενέργειας προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του δίσκου τη χρονική στιγμή $t=T$.

δ. Τη μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο δίσκο.

ε. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\,m/s^2$.

$[u=2\mathrm{m}/s\,,,,\,A=0{,}3\,m\,,,,\,K/U=8/1\,,,,\,F_{\varepsilon\lambda(\max)}=50\,N\,]$

23. Σώμα Σ1 μάζας $m_1 1\,kg$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατήριου, σταθεράς $K=100\,N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα Σ1 εκτελεί α.α.τ. με εξίσωση $x=0{,}2\,\eta\mu\omega t$ (S.I.). Ακριβώς πάνω από τη θέση ισορροπίας του σώματος Σ1 και σε ύψος h βρίσκεται ένα δεύτερο σώμα Σ2 μάζας $m_2=1\,kg$. Το σώμα Σ2 αφήνεται ελεύθερο, όταν το σώμα Σ1 βρίσκεται στη μέγιστη αρνητική απομάκρυνση του, και προσκολλάται στην πάνω επιφάνεια του σώματος Σ1, όταν αυτό διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά. Να υπολογίσετε:



α. Τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης του σώματος Σ1.

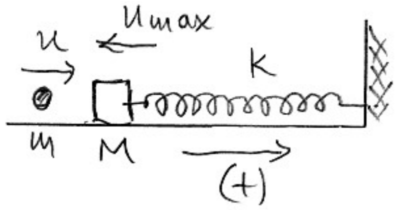
β. Το ύψος h από το οποίο αφέθηκε το σώμα Σ2.

γ. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την πλαστική κρούση

δ. Τη μεταβολή της ενέργειας της ταλάντωσης εξαιτίας της κρούσης. Δίνεται $g=10\,m/s^2$ και $\pi^2=10$.

$[1.76/356\,,,,\,10\,rad/s\,,,,\,12{,}5\,cm\,,,,\,10\sqrt{2}\,cm\,,,,\,-1\mathrm{j}]$

24. Σώμα μάζας $M=1\,kg$ είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατήριου σταθεράς $K=100\,N/m$ και ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μετακινούμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του, ώστε το ελατήριο να επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell=0{,}2\,m$, και όταν το αφήνουμε ελεύθερο εκτελεί Α.Α.Τ. Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά την αρνητική φορά, βλήμα μάζας $m=0{,}005\,kg$, κινούμενο κατά τη θετική φορά με ταχύτητα μέτρου $u_1=400\,m/s$, προσκρούει στο σώμα, το διαπερνά και εξέρχεται από αυτό με ταχύτητα μέτρου $u_2=100\,m/s$.



Για την ταλάντωση του σώματος πριν την κρούση, να υπολογίσετε

α. Τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης

β. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος

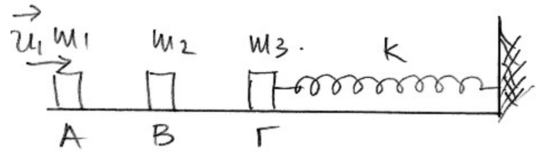
Για την ταλάντωση του σώματος μετά την κρούση

γ. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης

δ. Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο αν ως χρονική στιγμή $t=0$ θεωρηθεί η στιγμή της κρούσης.

$[1.78/357\,,,,\,10\,rad/s\,,,,\,2\mathrm{m}/s\,,,,\,0{,}05\,m\,,,,\,u=0{,}5\sigma\upsilon\nu\,(10t+\pi)]$

25. Σώμα Α μάζας $m_1=1\,kg$ κινείται με ταχύτητα $u_1=4\mathrm{m}/s$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Β μάζας $m_2 3\,kg$. Στη συνέχεια, το σώμα Β συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με άλλο ακίνητο σώμα Γ μάζας $m_3=3\,kg$, το οποίο είναι δεμένο στο άκρο ελατήριου σταθεράς $K=600\,N/m$.



Να υπολογίσετε:

α. Τις ταχύτητες των σωμάτων Α και Β μετά την ελαστική κρούση

β. Την ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την πλαστική κρούση.

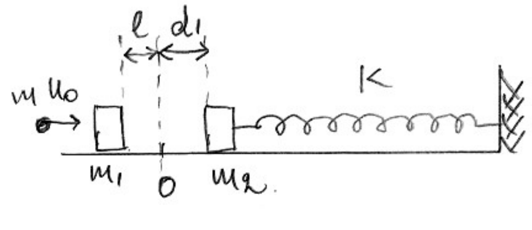
Μετά την πλαστική κρούση το συσσωμάτωμα συμπιέζει το ελατήριο και το σύστημα εκτελεί α.α.τ. Να υπολογίσετε:

γ. Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος

δ. Το λόγο της ενέργειας της ταλάντωσης του συστήματος προς την αρχική κινητική ενέργεια του σώματος Α πριν την ελαστική κρούση

$$[1.79/357,,,-2\mathrm{m}/s,,,2\mathrm{m}/s,,,1\mathrm{m}/s,,,0{,}1m,,,3/8]$$

26. Βλήμα μάζας m κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $u_0=16m/s$, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Α μάζας $m_1=3m$ που βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε απόσταση $\ell=15{,}7cm$ από σημείο Ο του επιπέδου στην ευθεία κίνησης του βλήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα. σώμα Β μάζας $m_2=4\mathrm{m}$ είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατήριου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ο άξονας του ελατήριου συμπίπτει με τη διεύθυνση κίνησης του βλήματος. Αρχικά το ελατήριο είναι συμπιεσμένο, ώστε το σώμα Β να απέχει απόσταση d_1 από το σημείο Ο που αντιστοιχεί στη θέση του φυσικού μήκους του ελατήριου. Τη χρονική στιγμή που το βλήμα προσκρούει στο σώμα Α, το σώμα Β αφήνεται ελεύθερο. Το συσσωμάτωμα του βλήματος και του σώματος Α κινούμενο με ταχύτητα μέτρου u_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Β τη στιγμή που αυτό έχει τη μέγιστη ταχύτητα του για πρώτη φορά. Να υπολογίσετε:



α. Το μέτρο u_1 της ταχύτητας του συσσωματώματος.

β. Το μέτρο u_2' της ταχύτητας του σώματος Β αμέσως μετά την κρούση του με το συσσωμάτωμα

γ. Την περίοδο ταλάντωσης του σώματος Β

δ. Το νέο πλάτος ταλάντωσης d_2 της ταλάντωσης του σώματος Β μετά την κρούση του με το συσσωμάτωμα.

$$[1.80/358,,,4\mathrm{m}/s,,,4\mathrm{m}/s,,,0{,}157\sec,,,0{,}1m]$$

27. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α και περιόδου $T=\frac{\pi}{2}s$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ είναι $x=0$ και $u=u_{\max}$. Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα διέρχεται από τη θέση $x_1=8cm$ με ταχύτητα $u_1=24\frac{cm}{s}$. Να βρείτε τις εξισώσεις που περιγράφουν ως συνάρτηση του χρόνου:

α. Την απομάκρυνση

β. Την ταχύτητα

γ. Την επιτάχυνση του υλικού σημείου.

$$[0{,}1\eta\mu\,4\mathrm{t},,,0{,}4\,\sigma\upsilon\nu\,4\mathrm{t},,,-1{,}6\eta\mu\,4\mathrm{t}]$$