ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΑΙ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

1. Ελατήριο σταθεράς K τοποθετείται κατακόρυφα με το πάνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Ένα σώμα μάζας $M=1kg$ δένεται στο κάτω άκρο του ελατηρίου και η επιμήκυνση που προκαλεί σε αυτό είναι $x_1=0{,}1m$. Μετακινούμε το σώμα κατά Δx και την στιγμη t=0, το αφήνουμε ελεύθερο. Στο σώμα κατά την διάρκεια της κίνησης του η μέγιστη δύναμη που ασκείται από το ελατήριο είναι $50N$.

Α. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της.

Β. Να βρείτε την ενέργεια της ταλάντωσης

Γ. Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

Δ. Να βρείτε την μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης και την μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου. $g=10m/s^2$

2. Σώμα μάζας $m=1kg$ είναι δεμένο στο δεξιό ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=64N/m$ του οποίου το άλλο άκρο είναι σταθερά προσαρμοσμένο σε κατακόρυφο τοίχο και ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα είναι φορτισμένο με φορτίο $Q=+6{,}4\,mC$ και στην περιοχή υπάρχει οριζόντιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο παράλληλο προς τον άξονα του ελατηρίου και με φορά προς τα δεξιά, με ένταση $E=1000N/C$. Αν το ηλεκτρικό πεδίο καταργηθεί, να αποδείξετε ότι το σώμα θα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε:

α. Το πλάτος της ταλάντωσης

β. Την περίοδο της ταλάντωσης

γ. Την μέγιστη ταχύτητα και την χρονική στιγμή που το σώμα αποκτά την μέγιστη ταχύτητα του μετά την κατάργηση του ηλεκτρικού πεδίου.

$$\left[0{,}1m, \frac{\pi}{4}\sec, 0{,}8\frac{m}{\sec}, \frac{\pi}{16}\sec\right]$$

3. Σώμα μάζας $m=1kg$ εκτελεί α.α.τ. Η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο Δίνεται από την εξίσωση $u=2\sigma\upsilon\nu\left(10t+\frac{\pi}{6}\right)$ (S.I.).

Α. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή $t=0$.

Β. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή που το σώμα, κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του.

Γ. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t=0$.

4. Ένα σωμάτιο μάζας $m=2\text{g}$ εκτελεί γ.α.τ. με εξίσωση $x=0{,}2\eta\mu(4\text{t})$ (S.I.). Να βρεθούν:

α. η μεταβολή της ορμής του σωματιδίου στο χρονικό διάστημα [0,T/4].

β. Η κινητική και η δυναμική του ενέργεια τη στιγμή T/8

$$(-16\cdot10^{-4},,,32\cdot10^{-5},,,8\cdot10^{-5})$$

4a. Ένα σώμα μάζας $m=1Kg$ κάνει γ.α.τ. με $\omega=10\frac{rad}{s}$ Τη στιγμή $t=0$ είναι $\psi=2cm$ και έχει ταχύτητα $u=0{,}2\sqrt{3}\frac{m}{s}$ με φορά προς τη θέση ισορροπίας. Να βρεθούν:

α. Οι εξισώσεις $\psi=f(t)$, $u=f(t)$ και $\alpha=f(t)$.

β. Ο ελάχιστος χρόνος για να γίνει $u=0$.

($\varphi_0=\frac{5\pi}{6}$,,, $\frac{\pi}{15}$)

5. Ελατήριο σταθεράς $k=400\frac{N}{m}$ είναι δεμένο στο άνω άκρο ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας 300 και έχει τον άξονα του παράλληλο προς το κεκλιμένο επίπεδο. Ένα σώμα μάζας $m=4\,kg$ είναι δεμένο στο κάτω ελεύθερο άκρο του ελατήριου και ισορροπεί ακουμπώντας πάνω στο λείο κεκλιμένο επίπεδο.

α. Αν απομακρύνουμε το σώμα από την θέση ισορροπίας του και το αφήσουμε ελεύθερο, να αποδείξετε ότι θα εκτελέσει α.α.τ. και να βρείτε την περίοδο του

β. Αν το σώμα αφεθεί ελεύθερο να κινηθεί από τη θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, να βρείτε

β1. Την θέση στην οποία αποκτά μέγιστη ταχύτητα και να την υπολογίσετε

β2. Τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου

β3. Το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος $g=10\,m/s^2$

($\frac{\pi}{5}$,,,0,05,,,2,,,20)

6. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$ στερεώνεται διαμέσου ιδανικού ελατηρίου σώμα μάζας $m_2=3kg$ και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κινείται προς τα πάνω σώμα μάζας $m_1=1kg$ και αρχικής ταχύτητας $u_0=5\frac{m}{s}$ κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Η αρχική απόσταση των σωμάτων είναι $x=0.9\text{m}$ και η σταθερά του ελατηρίου $k=300\frac{N}{m}$. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά και η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα. Να βρείτε:

α. Το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος

β. Τη μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος. $g=10\,m/s^2$

($\frac{7}{60}$,,, $\frac{11}{60}$)

7. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ είναι συνδεδεμένο στο δεξιό άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $K=100\,N/m$, το αριστερό άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Το σώμα m_1 είναι τοποθετημένο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A_1=0{,}1^{1/2}$ (θετική η φορά προς τα δεξιά). Κάποια χρονική στιγμή, που το σώμα m_1 διέρχεται από τη θέση $x_1=+0{,}1$ m απομακρυνόμενο από τη θέση ισορροπίας του, συναντά δεύτερο σώμα μάζας m_2=2kg, το οποίο ηρεμεί πάνω στο λείο οριζόντιο δάπεδο και συγκρούεται μαζί του κεντρικά και πλαστικά.

α. Βρείτε την ταχύτητα της μάζας λίγο m_1 πριν την πλαστική κρούση καθώς και την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

β. Βρείτε το νέο πλάτος A_2 της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

γ. Υπολογίστε την επί τοις εκατό απώλεια της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης, εξαιτίας της πλαστικής κρούσης.

δ. Αν θεωρήσουμε χρονική στιγμή $t_0=0$ τη στιγμή της σύγκρουσης, να γράψετε τις χρονικές συναρτήσεις της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας και της ταχύτητας της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Δεχθείτε ότι η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι D=k και ότι η κρούση διαρκεί απειροελάχιστο χρονικό διάστημα.

$$[u=3\text{m}/s,,,V=1\text{m}/s,,,A_2=\pm 0{,}2\,m,,,60\%,,,x=0{,}2\,\eta\mu\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}t+\pi/6\right),,,u=\frac{2\sqrt{3}}{3}\sigma\upsilon\nu\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}t+\pi/6\right)]$$

8. Σώμα με μάζα m=1kg δένεται από το ένα άκρο ελατηρίου σταθεράς K=100N/m. Το άλλο άκρο είναι στερεωμένο στην κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου και το σύστημα ελατήριο - μάζα βρίσκεται σε ισορροπία. Μετακινούμε το σώμα κατά απόσταση Δχ προς τα κάτω και την χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο. Η μέγιστη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι 10N.

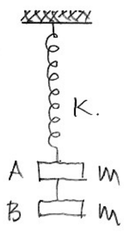
Α. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε την περίοδο της.

Β. Να βρείτε την ολική ενέργεια της ταλάντωσης και το συνολικό διάστημα που θα διανύσει το σώμα στην διάρκεια μιας περιόδου.

Γ. Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης του σώματος από την θέση ισορροπίας και της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.

Δ. Την χρονική στιγμή t για την οποία η κινητική ενέργεια παίρνει για πρώτη φορά την τιμή $0{,}375\,j$.

9. Δυο σώματα Α και Β της ίδιας μάζας $m=0{,}5\,kg$ κρέμονται από ένα ελατήριο σταθεράς $K=50\,N/m$ και ισορροπούν, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το νήμα κόβεται και το σώμα Α, το οποίο παραμένει προσδεμένο στο ελατήριο, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Α) να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης

Β) να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης

Γ) να υπολογίσετε την ολική ενέργεια της ταλάντωσης

Δ) ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της δύναμης του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συστήματος;

Δίνεται $g=10\,m/s^2$.

$[\omega=10\,rad/s ,,, A=0{,}1\,m ,,, E=0{,}25\,j ,,, F_{\max}=10\,N ,,, F_{\min}=0\mathrm{N}]$

10. Σώμα μάζας m=2kgr ταλαντώνεται χωρίς τριβές εξαρτημένο από το άκρο ελατηρίου σταθεράς k=200N/m. Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι Ε=4j. Στην αρχή των χρόνων (t=0), το σώμα βρίσκεται σε μια θέση του θετικού ημιαξονα, όπου η κινητική του ενέργεια είναι Κ=3j, και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση

α. Να βρεθεί η αρχική φάση της ταλάντωσης

β. Να δοθεί η χρονική έκφραση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης

γ. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης επαναφοράς στη θέση όπου η

κινητική ενέργεια μηδενίζεται

(π/6 rad, x=0,2ημ(10t+π/6), 40N)

11. Ένα σώμα μάζας $m=1\,kg$ εκτελεί α.α.τ. με πλάτος $A=0{,}2\,m$ και μέγιστη ταχύτητα μέτρου $u_{\max}=2\mathrm{m}/s$. Να υπολογίσετε:

α. Τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης

β. Τη μέγιστη τιμή του μέτρου της επιτάχυνσης του σώματος

γ. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, όταν βρίσκεται στη θέση $x=0{,}1\,m$

δ. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος, όταν βρίσκεται στη θέση $x=0{,}1\,m$ και κινείται κατά τη θετική φορά.

$[D=100\,N/m ,,, a=20\,m/s^2 ,,, u=\sqrt{3}\,m/s ,,, dK/dt=-10\sqrt{3}\,j/s]$

12. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ εκτελεί α.α.τ. με περίοδο T και ολική ενέργεια $E=12{,}5\,j$. Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο σώμα τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει μέτρο $F_{\max}=100\,N$ και αρνητική κατεύθυνση.

α. Να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει το σώμα από τη χρονική στιγμή t=0 έως τη στιγμή t=T.

β. Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης.

γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο

δ. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής του σώματος από τη χρονική στιγμή έως t=0 τη χρονική στιγμή t=T/4.

$[s=1\text{m},,,\omega=20\,rad/s,,,x=0{,}25\,\eta\mu(20t+\frac{\pi}{2}),,,\Delta p=-5kgm/s]$.

13. Σώμα μάζας m=0,5kg εκτελεί α.α.τ. με περίοδο T. Η συνολική ενέργεια ταλάντωσης είναι $E=4\text{j}$. Τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα έχει την μέγιστη κινητική του ενέργεια και κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση, ενώ τη χρονική στιγμή t=T/4 βρίσκεται στη θέση $x=-0{,}2m$.

α. Να δικαιολογήσετε ότι η ταλάντωση έχει αρχική φάση και να υπολογίσετε την τιμή της.

β. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

γ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t=\frac{T}{12}$.

δ. Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή $t=\frac{T}{12}$.

Δίνονται $\sigma\upsilon\nu\pi=-1$ και $\eta\mu\frac{7\pi}{6}=-0{,}5$.

$[\varphi_0=\pi,,,A=0{,}4\,m,,,dp/dt=10\,kgm/s^2,,,W_{\Sigma F}=-1\text{j}]$

14. Σώμα μάζας $m=1kg$ εκτελεί α.α.τ. με πλάτος Α και γωνιακή συχνότητα $\omega=20\,rad/s$. Τη χρονική στιγμή t=0 ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι $dp/dt=0$ και η κλίση της γραφικής παράστασης στο διάγραμμα απομάκρυνσης – χρόνου είναι θετική. Όταν το σώμα μεταβαίνει από τη θέση $x=0$ στη θέση $x=+A$, το έργο της δύναμης επαναφοράς F που δέχεται το σώμα είναι $W_F=-8\text{j}$.

α. Να αποδείξετε ότι η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι $\varphi_0=0$.

β. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης

γ. Σε ποια θέση x_1 του αρνητικού ημιαξονα βρίσκεται το σώμα, αν το μέτρο της ταχύτητας του στη θέση αυτή είναι $u_1=2\sqrt{3}m/s$;

δ. Ποιος είναι ο λόγος της δυναμικής προς την κινητική ενέργεια της ταλάντωσης, όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση x_1 ;

$[A=0{,}2\,m,,,x_1=-0{,}1\,m,,,\frac{K_1}{U_1}=\frac{3}{1}]$

15. Σώμα μάζας $m=1kg$ εκτελεί α.α.τ. Η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο Δίνεται από την εξίσωση $u=2\sigma\upsilon\nu(10t+\frac{\pi}{6})$ (S.I.).

α. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή t=0.

β. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή που το σώμα, κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του.

γ. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t=0.

$[x=0{,}1\,m,,,t=11\pi/60\text{sec},,,F=-20\,\eta\mu(10t+\pi/6),,,dU/dt=10\sqrt{3}\,j/s]$

16. Ένα σώμα εκτελεί α.α.τ. με περίοδο $T=\frac{\pi}{5}s$ και πλάτος Α. τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση. Η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας του, Δίνεται από την εξίσωση $F=-100x$ (S.I.). Στο χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή $t=\frac{T}{6}$ η κινητική ενέργεια του σώματος μεταβάλλεται κατά $\Delta K=-6\text{j}$. Να υπολογίσετε:

α. Τη μάζα του σώματος.

β. Την ολική ενέργεια της ταλάντωσης

γ. Το πλάτος της ταλάντωσης

δ. Το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του σώματος, τη χρονική στιγμή που διέρχεται από τη θέση $x=-\frac{A}{2}$.

$[m=1\,kg\ ,,,E=8\text{j},,,A=0{,}4\,m\ ,,,du/dt=20\,m/s^2]$

17. Σώμα εκτελεί α.α.τ. με περίοδο $T=\frac{\pi}{5}s$. Η κινητική ενέργεια K του σώματος, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, Δίνεται από τη σχέση: $K=8-50x^2$ (S.I.).

Α. Να υπολογίσετε:

α. Το πλάτος της ταλάντωσης

β. Τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης

γ. Τη μάζα του σώματος

Β. Κατά την κίνηση του σώματος από τη μια ακραία θέση της ταλάντωσης του στην άλλη, υπάρχουν δυο θέσεις όπου η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης. Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ των δυο αυτών θέσεων.

$[A=0{,}4\,m\ ,,,D=100\,N/m,,,m=1\,kg\ ,,,d=0{,}4\,m]$

18. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Το σώμα εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A=0{,}2\,m$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=0{,}1\,m$ και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $u=\sqrt{3}\,m/s$.

α. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης

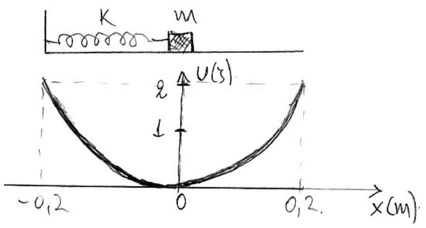
β. Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό της ολικής ενέργειας που αντιστοιχεί στην κινητική ενέργεια της ταλάντωσης, τη χρονική στιγμή $t=0$.

γ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος

δ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο.

$[T=\frac{\pi}{5}\,s\ ,,,a=75\%,,,dp/dt=20\,kgm/s^2,,,x=0{,}2\,\eta\mu(10t+\frac{\pi}{6})]$

19. Σώμα μάζας $m=1kg$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα, εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του προς τα δεξιά και τη χρονική στιγμή $t=0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Το διάγραμμα $U-x$ του σχήματος παριστάνεται γραφικά η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του



α. Να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου β. Να υπολογίσετε την αρχική φάση της ταλάντωσης

γ. Να γράψετε την εξίσωση της κινητικής ενέργειας της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο

δ. Αφού μεταφέρετε στο τετράδιο σας το δοθέν διάγραμμα $U-x$, να παραστήσετε γραφικά στο διάγραμμα αυτό την κινητική ενέργεια της ταλάντωσης και να προσδιορίσετε τις συντεταγμένες των σημείων τομής των δυο καμπυλών.

$[k=100\,N/m,,,\varphi_0=\pi/2\,rad,,,K=2\,συν^2(10t=\pi/2)]$

20. Σώμα άγνωστης μάζας κρέμεται στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο. Το σώμα εκτελεί κατακόρυφη αρμονική ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα $\omega=5\,rad/s$. Η συνολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E=0{,}5\,j$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, του ενώ τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{\pi}{20}s$ βρίσκεται στη θέση $x_1=0{,}1\sqrt{2}m$ για πρώτη φορά.

α. Να αποδείξετε ότι η ταλάντωση δεν έχει αρχική φάση και να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης

β. Να υπολογίσετε τη μάζα του σώματος

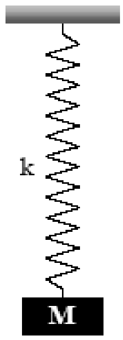
γ. Να υπολογίσετε το λόγο του μέτρου της δύναμης επαναφοράς προς το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου, όταν το σώμα βρίσκεται στην κατώτερη θέση της τροχιάς του

δ. Να παραστήσετε γραφικά σε βαθμολογημένους άξονες τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο

Δίνεται $ημ\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ και $g=10\,m/s^2$

$[A=0{,}2\,m,,,m=1\,kg,,,\frac{|F_{επ}|}{|F_{ελ}|}=\frac{1}{3}]$

21. Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\,N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο, προσδένουμε σώμα μάζας $m=1\,kg$. Ανυψώνουμε το σώμα κατακόρυφα, ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος, και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ του προσδίδουμε κατακόρυφη ταχύτητα μέτρου $u=\sqrt{3}m/s$ με φορά προς τα κάτω. Το σύστημα εκτελεί α.α.τ. Να υπολογίσετε:



α. Το πλάτος της ταλάντωσης

β. Το λόγο της κινητικής ενέργειας προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t_0=0$

γ. Το έργο της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ έως τη χρονική στιγμή που φτάνει στην κατώτερη θέση της τροχιάς του

δ. Τη χρονική στιγμή που το σώμα φτάνει για πρώτη φορά στην κατώτερη θέση της τροχιάς του

Δίνεται $g=10\,m/s^2$. Να θεωρήσετε ως θετική φορά την φορά προς τα επάνω.

$[A=0{,}2\,m,,,\frac{K}{U}=\frac{3}{1},,,W_F=-1{,}5\,j,,,t=\frac{\pi}{15}s]$

22. Μικρή σφαίρα άγνωστης μάζας κρέμεται στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Όταν η σφαίρα ισορροπεί, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $\Delta\ell=0{,}1\,m$. Απομακρύνουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $x_0=0{,}2\,m$ και την αφήνουμε ελεύθερη.

α. Να αποδείξετε ότι η κίνηση που θα εκτελέσει η σφαίρα είναι α.α.τ.

β. Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης γ. Να υπολογίσετε το λόγο της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης, όταν το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, προς την ολική ενέργεια της ταλάντωσης

δ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της σφαίρας από τη θέση ισορροπίας της σε συνάρτηση με το χρόνο, αν τη χρονική στιγμή $t=0$ η σφαίρα διέρχεται από τη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και κινείται προς τα επάνω. Ως θετική φορά να θεωρηθεί η φορά προς τα επάνω.

Δίνεται $g=10\,m/s^2$.

$[\omega=10\,rad/s\,,,,\frac{U}{E}=\frac{1}{4}\,,,,x=0{,}2\,\eta\mu\,(10t+\frac{\pi}{6})]$

23. Σώμα μάζας m=1kg είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k=100N/m, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d=0,2m και τη χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

α. Να υπολογίσετε την ενέργεια που απαιτήθηκε για να απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά d.

β. Να γράψετε την εξίσωση της επιτάχυνσης του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο

γ. Να υπολογίσετε την δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος και τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη χρονική στιγμή t=T/2, όπου T η περίοδος της ταλάντωσης

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και επιμηκύνεται.

Δίνεται $g=10\,m/s^2$. Να θεωρήσετε ως θετική φορά την φορά προς τα κάτω.

$[E=2\mathrm{j},,,a=-20\,\eta\mu(10t+\pi/2),,,U_{\tau\alpha\lambda}=2\mathrm{j},,,U_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}=0{,}5\,j\,,,,dx/dt=\sqrt{3}\,m/s]$

24. Μικρή σφαίρα μάζας $m=2\,kg$ ισορροπεί δεμένη στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=200\,N/m$, του οποίου το πάνω άκρο είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο. Με κατάλληλο μηχανισμό δίνουμε στη σφαίρα κατακόρυφη ταχύτητα $\vec{u}_0$ με φορά προς τα πάνω, οπότε το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A=0{,}4\,m$ και περίοδο T.

α. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{u}_0$ της σφαίρας.

β. Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας της σφαίρας, σε συνάρτηση με το χρόνο, αν τη χρονική στιγμή t=0 η κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι μηδενική και η επιτάχυνση της έχει αρνητική κατεύθυνση.

γ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου.

δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t=T/12$

Δίνεται $g=10\,m/s^2$ και ότι $\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}\,,,,\eta\mu\frac{2\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Να θεωρήσετε ως θετική φορά τη φορά προς τα επάνω.

$[u_0=4\mathrm{m}/s,,,u=4\,\sigma\upsilon\nu(10t+\pi/2),,,F_{\varepsilon\lambda(\max)}=100\,N,,,F_{\varepsilon\lambda(\min)}=0,,,dK/dt=80\sqrt{3}\,j/s]$.

25. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ αφήνεται από ύψος $h=1{,}2\,m$ πάνω από το ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε δάπεδο. Η ευθεία κίνησης του κέντρου μάζας του σώματος ταυτίζεται με τον άξονα του ελατηρίου. Όταν το σώμα συναντά το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου, προσκολλάται μόνιμα σ’αυτό και το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης, η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος, είναι $\Delta\ell_{max}=0{,}6\,m$.

α. Να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου

β. Να υπολογίσετε το πλάτος A και τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης

γ. Να προσδιορίσετε την απομάκρυνση x_1 του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, όταν η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος, όταν βρίσκεται στη θέση x_1 .

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\,m/s^2$

$[k=100\ N/m,,, A=0{,}5\,m,,, \omega=10rad\ /\sec,,, x_1=0{,}05\,m,,, dp/dt=-5kgm/s^2]$

26. Σώμα μάζας $m=2\,kg$ είναι προσαρμοσμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου του οποίου το πάνω άκρο είναι στερεωμένο ακλόνητο σε δάπεδο. Όταν απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα πάνω και το αφήνουμε ελεύθερο, το σύστημα εκτελεί α.α.τ. με περίοδο T . Η κινητική ενέργεια της της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο Δίνεται από την εξίσωση $K=16\,συν^2(10t+\varphi_0)$ (S.I.)

α. Να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου

β. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης

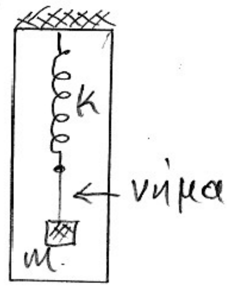
γ. Να προσδιορίσετε τη γωνία φ_0 , αν τη χρονική στιγμή $t=0$ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι $\frac{dp}{dt}=-80\,kg\frac{m}{s^2}$.

δ. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή $t=\frac{T}{12}$

Δίνεται $συν\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}$.

$[K=200\,N/m,,, A=0{,}4\,m,,, \varphi_0=\pi/2,,, \Delta U=-4\text{j}]$

27. Σώμα μάζας $m=2\,kg$ ισορροπεί προσδεμένο μέσω αβαρούς νήματος στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=50\,N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Όταν προσφέρουμε στο σύστημα ενέργεια $W=1\text{J}$, αυτό αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε κατακόρυφη διεύθυνση. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται σε μια θέση του θετικού ημιαξονα και έχει κινητική ενέργεια $K=0{,}75\,J$. Να υπολογίσετε:



α. Το πλάτος της ταλάντωσης.

β. Την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή $t=0$.

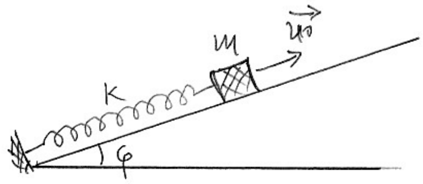
γ. Το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του σώματος, τη χρονική στιγμή $t=0$.

δ. Το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης, για το οποίο το νήμα παραμένει συνεχώς τεντωμένο.

Δίνεται $g=10\,m/s^2$.

$[A=0{,}2\,m,,, x=0{,}1\,m,,, du/dt=-2{,}5\,m/s^2,,, A_{\max}=0{,}4\,m]$

28. Ελατήριο σταθεράς k βρίσκεται πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας $\varphi=30^0$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το ένα άκρο του ελατηρίου είναι προσδεμένο σε σώμα μάζας $m=1\,kgr$, ενώ το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ προσδίδουμε στο σώμα ταχύτητα μέτρου $u_0=4\text{m}/s$, η οποία έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και φορά προς τα επάνω. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και επανέρχεται στη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{\pi}{20}s$.



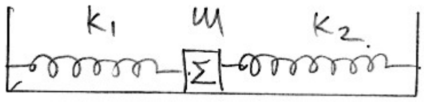
α. Να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου β. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης

γ. Να γράψετε την εξίσωση της κινητικής ενέργειας της ταλάντωσης, σε συνάρτηση με το χρόνο

δ. Να υπολογίσετε το λόγο του μέτρου της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα, τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης για πρώτη φορά. Να θεωρήσετε ως θετική φορά, τη φορά από τη βάση προς την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου. Δίνεται $g=10\,m/s^2$.

$$[K=400\,N/m\ ,,,\ A=0{,}2\,m\ ,,,\ K=8\,συν^2 20t\ ,,,\ \frac{F_{ελ}}{F_{επ}}=\frac{7}{8}]$$

29. Κάθε ελατήριο του σχήματος έχει το ένα άκρο του στερεωμένο σε ακίνητο σημείο και το άλλο άκρο του προσδεμένο στο ίδιο σώμα Σ μάζας $m=2\,kg$. Οι σταθερές των ελατηρίων, τα οποία αρχικά έχουν το φυσικό τους μήκος, είναι $K_1=120\,N/m$ και $K_2=80\,N/m$ αντίστοιχα. Το σώμα Σ μπορεί να κινείται χωρίς τριβές σε οριζόντιο επίπεδο. Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά τη διεύθυνση του κοινού άξονα των δυο ελατηρίων κατά $x_0=0{,}2\,m$ και τη χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο.



α. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει α.α.τ.

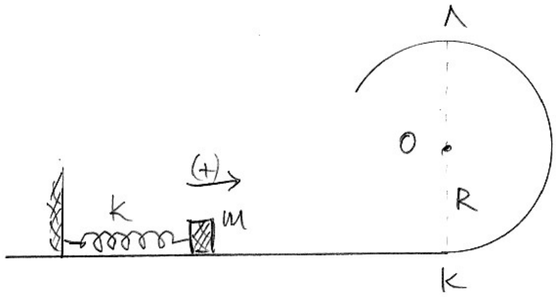
β. Να υπολογίσετε τη συνολική ενέργεια της ταλάντωσης

γ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, επιλέγοντας κατά την κρίση σας τη θετική φορά.

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή που η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου σταθεράς K_1 είναι $U_1=1{,}8\,j$.

$$[E=4\mathrm{j},,,\ x=0{,}2\,ημ(10t+\frac{\pi}{2}),,,\ u=1\mathrm{m}/s]$$

30. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ είναι προσδεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\,N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=1\mathrm{m}$ πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Λείος κατακόρυφος κυκλικός οδηγός ακτίνας $R=0{,}5\,m$ εφάπτεται στο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα, κινούμενο στον θετικό ημιάξονα προς τα δεξιά, αποχωρίζεται ακαριαία από το ελατήριο και μόλις κάνει ανακύκλωση.



α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος στο ανώτερο σημείο Λ του κυκλικού οδηγού

β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t=0$ που αποχωρίζεται από το ελατήριο.

γ. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή $t=0$ που αποχωρίζεται από το ελατήριο.

δ. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο, πριν αποχωριστεί από το ελατήριο.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\,m/s^2$. Να θεωρήσετε ότι το σώμα έχει μικρές διαστάσεις.

$$[u_{Λ(\min)}=\sqrt{5}\,m/s,,,\ u=5\mathrm{m}/s,,,\ x=\sqrt{3}/2\mathrm{m},,,\ x=ημ(10t+\pi/3)]$$