1. Ένα σώμα μάζας $m=2\,kg$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε οριζόντια διεύθυνση. Στη θέση με απομάκρυνση $x_1=+2\text{m}$ το μέτρο της ταχύτητας του είναι $u_1=4\text{m}/s$, ενώ στη θέση με απομάκρυνση $x_2=+4\text{m}$ το μέτρο της ταχύτητας του είναι $u_2=2\text{m}/s$. Να βρείτε:
    a. Τη σταθερά επαναφοράς D.
    b. Την περίοδο T της ταλάντωσης
    c. Την ενέργεια της ταλάντωσης
    d. Το πλάτος A της ταλάντωσης.

$$\left[2\frac{N}{m},2\pi\sec,20\,j,2\sqrt{5}m\right]$$

2. Ένα σώμα μάζας $m=2\,kg$ κάνει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=8\text{m}$. Όταν το σώμα βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του, η δύναμη επαναφοράς έχει μέτρο $F=16\,N$. Να βρείτε:
    a. τη σταθερά επαναφοράς D
    b. τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος.
    c. το μέτρο της δύναμης επαναφοράς όταν το μέτρο της απομάκρυνσης είναι $x=3\text{m}$

3. Ένα σώμα μάζας $m=2\,kg$ κάνει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=5\text{m}$. Όταν η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι x=3m, η δύναμη επαναφοράς έχει μέτρο $F=96\,N$. Να βρείτε:
    a. τη σταθερά επαναφοράς D
    b. τη συχνότητα f της ταλάντωσης
    c. το μέτρο της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος στη θέση όπου η απομάκρυνση είναι $x=+3\text{m}$

$$\left[32\frac{N}{m},\frac{2}{\pi}Hz,16\frac{m}{\sec},48\frac{m}{\sec^2}\right]$$

4. Ένα σώμα μάζας $m=4\,kg$ βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά $\Delta x=10\,cm$ στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και στη συνεχεία το αφήνουμε ελεύθερο. Αν στη θέση της μέγιστης απομάκρυνσης η δύναμη του ελατηρίου έχει μέτρο $F=6{,}4\,N$, να βρείτε:
    a. τη σταθερά k του ελατηρίου
    b. τη σταθερά επαναφοράς D
    c. την περίοδο T της ταλάντωσης του σώματος
    d. την απομάκρυνση x του σώματος από τη θέση ισορροπίας και την ταχύτητα του μετά από χρόνο $t=\pi/6\sec$ από τη στιγμή που το αφήνουμε ελεύθερο.

$$\left[64\frac{N}{m},64\frac{N}{m},\frac{\pi}{2}\sec,-5\,cm,-20\sqrt{3}\frac{cm}{\sec}\right]$$

5. Σώμα μάζας m=1kg είναι δεμένο στο δεξιό άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k=64N/m του οποίου το άλλο άκρο είναι δεμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Το σώμα είναι φορτισμένο με φορτίο $Q=+6{,}4\cdot10^{-3}C$ και βρίσκεται σε μια περιοχή όπου υπάρχει ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $E=1000\,N/C$ παράλληλης με τον άξονα του ελατηρίου και με φορά προς τα δεξιά. Αν το ηλεκτρικό πεδίο καταργηθεί, να αποδείξετε ότι το σώμα θα κάνει α.α.τ. και να βρείτε το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσης καθώς και τη μέγιστη ταχύτητα του σώματος. μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή κατάργησης του ηλεκτρικού πεδίου το σώμα αποκτά τη μέγιστη ταχύτητα;

6. Ένα σώμα εκτελεί α.α.τ. περιόδου $T=2s$ και πλάτους Α. Αν για $T=0$ είναι $\psi=0$ και $u<0$, να βρείτε τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες είναι $\psi=\frac{A}{2}$ για πρώτη φορά, όταν το υλικό σημείο κινείται:
   a. Κατά τη θετική κατεύθυνση
   b. Κατά την αρνητική κατεύθυνση

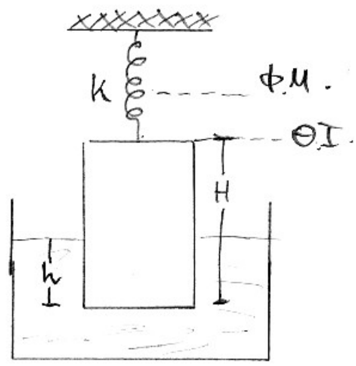
$(\frac{7}{6},,,\frac{11}{6})$

7. Τα δυο κατακόρυφα ελατήρια με σταθερές $k_1=120\frac{N}{m}$ και $k_2=136\frac{N}{m}$ θεωρούνται ιδανικά. Ανάμεσα στα ελατήρια υπάρχει δεμένο ένα σώμα και το σύστημα ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα.

Αν εκτρέψουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω και το αφήσουμε ελεύθερο να αποδείξετε ότι θα εκτελέσει α.α.τ. και να βρείτε την περίοδο της. Στη θέση ισορροπίας να θεωρήσετε ότι το πάνω ελατήριο είναι επιμηκυμενο και το κάτω συσπειρωμένο.

$(\frac{\pi}{8})$

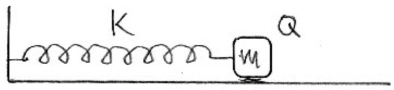
8. Κύλινδρος βάρους $10N$, ύψους Η και διατομής $S=20\,cm^2$ δένεται στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=380\frac{N}{m}$, του οποίου το άλλο άκρο προσδένεται σε σταθερό σημείο. Ο κύλινδρος είναι βυθισμένος σε υγρό πυκνότητας $d=10^3\frac{kg}{m^3}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Εκτρέπουμε τον κύλινδρο κατά $A=0.02m$, ώστε να βυθιστεί περισσότερο και τον αφήνουμε ελεύθερο



   a. Να δείξετε ότι ο κύλινδρος θα εκτελέσει α.α.τ. και να υπολογίσετε την περίοδο του
   b. Μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερος ο κύλινδρος θα περάσει για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας του;
   c. Να γράψετε την εξίσωση που περιγράφει την κίνηση του κυλίνδρου αν για t=0 είναι y=+$\frac{A}{\sqrt{2}}$ και u<0.

$(\frac{\pi}{10},,,\frac{\pi}{40},,,\varphi_0=\frac{3\pi}{4})$

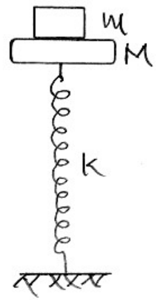
9. Το σώμα του σχήματος μάζας $m=2\,kg$ και φορτίου $Q=200\,\mu C$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ξαφνικά δημιουργούμε οριζόντιο ηλεκτρικό πεδίο έντασης $E=10^5\frac{N}{m}$ και το σύστημα αρχίζει να εκτελεί ταλαντώσεις.



   a. Να δείξετε ότι το σύστημα κάνει α.α.τ. και να βρείτε το πλάτος και την περίοδο της
   b. Όταν το σώμα αποκτήσει την μέγιστη ταχύτητα του καταργείται το πεδίο. Να υπολογίσετε:
      i. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που καταργείται το πεδίο
      ii. Το νέο πλάτος ταλάντωσης

$$(0{,}1,,,\frac{\pi}{5},,,1,,,\frac{\sqrt{2}}{10})$$

10. Το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=200\frac{N}{m}$ είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο άνω άκρο του είναι σταθερά δεμένος δίσκος μάζας $M=1\,kg$, πάνω στον οποίο έχει τοποθετηθεί σώμα μάζας $m=1\,kg$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σύστημα ισορροπεί. Πιέζουμε το σύστημα προς τα κάτω κατά $l=0{,}2\,m$ και το αφήνουμε ελεύθερο.



   a. Να αποδείξετε ότι το σώμα m θα χάσει την επαφή του με το δίσκο M.
   b. Ποιο θα είναι τότε το μέτρο της ταχύτητας και το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος; Θεωρείστε γνωστά $g=10m/s^2$ και ότι $\pi^2=10$.

$$(0{,}1,,,\sqrt{3},,,10)$$

11. .Υλικό σημείο εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A=10\,cm$ και περιόδου $T=6s$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το υλικό σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά τη θετική φορά του άξονα των απομακρύνσεων. Να βρείτε τις χρονικές στιγμές της περιόδου, κατά τις οποίες το σώμα διέρχεται από τη θέση στην οποία η απομάκρυνση του είναι $x=5\sqrt{3}\,cm$. Ποια είναι τότε η ταχύτητα του;

$$[1,,,2,,,\pi/60,,,-\pi/60]$$

12. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η απομάκρυνση του σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $x=4\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{3})$. Το σώμα εκτελεί 15 πλήρεις ταλαντώσεις σε χρόνο $1\min$. Να βρείτε τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα διέρχεται για δεύτερη φορά από τη θέση $x=2m$ με αρνητική κατεύθυνσης κίνησης.

[5]

13. Ένα υλικό σημείο εκτελεί α.α.τ. Δυο σημεία της τροχιάς του, Α και Β, απέχουν απόσταση $d=\sqrt{2m}$. Το υλικό σημείο διέρχεται από καθένα από αυτά με ταχύτητες ίσου μέτρου, ενώ κατά την απευθείας μετάβαση από το σημείο Α στο Β μεσολαβεί χρονικό διάστημα $\Delta t_1=2{,}5\,s$. Αφού το υλικό σημείο διέλθει από το σημείο Β, στη συνεχεία απαιτείται χρονικό διάστημα $\Delta t_2=2{,}5\,s$ για να περάσει και πάλι από το σημείο Β, κινούμενο με αντίθετη φορά. Να υπολογίσετε:
   a. την περίοδο Τ της ταλάντωσης
   b. το πλάτος Α της ταλάντωσης.

$$[10,,,1]$$

14. Ένα υλικό σημείο εκτελεί α.α.τ. Αν γνωρίζετε ότι, για τις τιμές $x_1=0{,}5m$ και $x_2=0{,}3m$ της απομάκρυνσης οι τιμές της ταχύτητας του είναι $u_1=3\frac{m}{s}$ και $u_2=5\frac{m}{s}$ αντίστοιχα , να βρείτε:
    a. την περίοδο Τ της ταλάντωσης
    b. Το πλάτος Α της ταλάντωσης

$[0{,}2\pi ,,,0{,}2]$

15. Ένα υλικό σημείο εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A=1\text{m}$ και περιόδου $T=2\text{s}$. Να υπολογίσετε το ελάχιστο χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μεταβεί το υλικό σημείο από τη θέση $x_1=0{,}5m$ στη θέση $x_2=-0{,}5m$, αν κατά τη διέλευση του από τη θέση x_1 κινείται:
    a. Κατά τη θετική κατεύθυνση
    b. Κατά την αρνητική κατεύθυνση.

$[1,,,1/3]$

16. Υλικό σημείο εκτελεί α.α.τ. Η μέγιστη απόσταση που μπορεί να διανύσει το σημείο, κινούμενο κατά την ίδια φορά, είναι $d=1\text{m}$, ενώ κάθε φορά που ολοκληρώνει μια τέτοια κίνηση η επιτάχυνση του είναι $a=2\frac{m}{s^2}$. Τη στιγμή $t=0$ το σημείο βρίσκεται στη θέση $x=0{,}25m$ και έχει αρνητική ταχύτητα. Να βρεθούν οι εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας του υλικού σημείου σε συνάρτηση με το χρόνο.

$[0{,}5\,\eta\mu(2\text{t}+5\pi/6),,,1\,\sigma\upsilon\nu(2\text{t}+5\pi/6)]$

17. Ένα σώμα μάζας m=0,5kgr ισορροπεί εξαρτημένο από το κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου με σταθερά k=50N/m. Εκτρέπουμε το σώμα τραβώντας το με το χέρι μας προς τα κάτω κατά 0,2m και τη χρονική στιγμή t=0 το αφήνουμε ελεύθερο.
    a. Ποια δύναμη ασκούσε το χέρι μας στο σώμα λίγο πριν το αφήσουμε ελεύθερο;
    b. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση
    c. Θεωρώντας ως θετική την κατακόρυφη προς τα κάτω φορά, να δώσετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος
    d. Να σχεδιάσετε το χρονικό διάγραμμα της συνισταμένης δύναμης που ενεργεί στο σώμα. Στο διάγραμμα να αναγράφουν όλες οι χαρακτηριστικές τιμές.

(10N, x=0,2ημ(10t+π/2)

18. Οι ακραίες θέσεις μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης απέχουν l=20cm. Τη χρονική στιγμή t=0 η ταχύτητα της ταλάντωσης είναι u= $20\sqrt{3}\frac{cm}{\text{sec}}$ και η επιτάχυνση a= $-80\frac{cm}{\text{sec}^2}$.
    a. Να εξετάσετε αν η ταλάντωση έχει αρχική φάση
    b. Να βρεθεί η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης
    c. Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή η ταχύτητα θα μηδενιστεί για πρώτη φορά
    d. Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή η δύναμη επαναφοράς θα μηδενιστεί για πρώτη φορά

(x=0,1ημ(4t+π/6), π/12 sec, 5π/24 sec)

19. Συμπαγής μεταλλικός κύλινδρος με πυκνότητα d=2x10^4 kgr/m^3, ύψους h=0,1m και εμβαδού βάσης S=5x$10^{-4}$$m^2$, είναι κρεμασμένος από το κάτω άκρο ελατηρίου σταθεράς k=350N/m, του οποίου το άλλο άκρο είναι δεμένο ακλόνητα σε οριζόντιο ταβάνι. Ο κύλινδρος είναι βυθισμένος κατά το μισό του ύψος σε υγρό που έχει πυκνότητα d_1=10^4kgr/m^3 και ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση.
    a. Να βρείτε τη δύναμη του ελατηρίου όταν ο κύλινδρος ισορροπεί
    b. Να αποδείξετε ότι αν μετατοπίσουμε λίγο τον κύλινδρο κατακόρυφα και στη συνέχεια τον αφήσουμε ελεύθερο, ο κύλινδρος θα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρείστε ότι η στάθμη του υγρού δεν μεταβάλλεται και ότι οι τριβές είναι αμελητέες.
    c. Να υπολογίσετε τη συχνότητα της ταλάντωσης του κυλίνδρου. Δίνεται g=10m/sec^2.

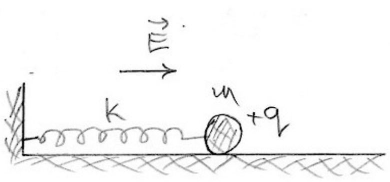
$$\left[7{,}5\,N, 400\,\frac{N}{m}, \frac{10}{\pi}\,Hz\right]$$

20. Ένα σώμα μάζας $m=2\,kg$ εκτελεί α.α.τ. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=0{,}1\,m$ του θετικού ημιαξονα, έχει ταχύτητα $u=\sqrt{3}\,m/s$ και επιτάχυνση $a=-10\,m/s^2$.
    a. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης
    b. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης
    c. Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο.
    d. Να παραστήσετε γραφικά σε βαθμολογημένους άξονες τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται το σώμα, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του.

    Δίνεται $\eta\mu\frac{\pi}{6}=0{,}5$

$$[T=\pi/5\sec,,, A=0{,}2\,m,,, u=2\,\sigma\upsilon\nu(10t+\pi/6)]$$

21. Μια μικρή μεταλλική σφαίρα μάζας $m=0{,}25\,kg$ φέρει ηλεκτρικό φορτίο $q=10^{-3}\,C$. Η σφαίρα είναι δεμένη μέσω μονωτικού συνδέσμου στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100\,N/m$, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε ακίνητο σημείο. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου $E=2\cdot10^4\,N/C$, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες προς τον άξονα του ελατηρίου. Η σφαίρα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο από μονωτικό υλικό και το ελατήριο είναι αρχικά επιμηκυμενο. εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, κατά $x_0=0{,}1\,m$ και την αφήνουμε ελεύθερη.



    a. Να αποδείξετε ότι θα κάνει α.α.τ.
    b. Να υπολογίσετε το πλάτος και τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης της σφαίρας
    c. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης που δέχεται η σφαίρα από το ελατήριο, σε συνάρτηση με το χρόνο. Ως χρονική στιγμή $t=0$ να θεωρηθεί η χρονική στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά
    d. Όταν η σφαίρα βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας της καταργούμε ακαριαία το ηλεκτρικό πεδίο. Ποιο θα είναι το πλάτος ταλάντωσης της σφαίρας μετά την κατάργηση του ηλεκτρικού πεδίου;

$$A'=0{,}3\,m]$$

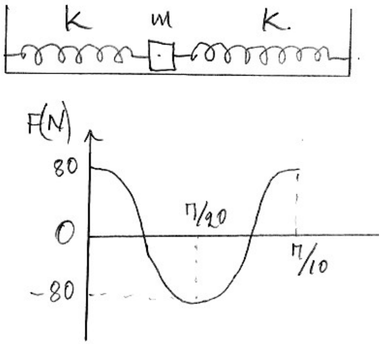
$$[A=0{,}1\,m,,, \omega=20\,rad/s,,, F_{\varepsilon\lambda}=20+10\,\eta\mu\,20t,,,$$

22. Σώμα μάζας $m=2\,kg$ είναι προσαρμοσμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=200\,N/m$ του οποίου το πάνω άκρο είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο. Ανυψώνουμε το σώμα κατακόρυφα, ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος και τη χρονική στιγμή $t=0$ το αφήνουμε ελεύθερο.
    a. Να αποδείξετε ότι η κίνηση που θα εκτελέσει το σώμα είναι απλή αρμονική ταλάντωση
    b. Να υπολογίσετε την ενέργεια που απαιτήθηκε για την ανύψωση του σώματος
    c. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο
    d. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή που η δύναμη του ελατηρίου και η δύναμη επαναφοράς της ταλάντωσης έχουν ίσα μέτρα για δεύτερη φορά.

    Δίνεται $g=10\,m/s^2$. Να θεωρήσετε ως θετική φορά τη φορά προς τα επάνω.

$$[E=1\text{j},,, x=0{,}1\eta\mu(10t+\pi/2),,, t=\pi/6\sec]$$

23. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στερεωμένο στα άκρα δυο οριζόντιων ελατηρίων της ίδιας σταθεράς K , όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος. Όταν το σώμα εκτραπεί από τη θέση ισορροπίας του κατά μήκος του κοινού άξονα των δυο ελατηρίων, εκτελεί α.α.τ. Το διάγραμμα του σχήματος παριστάνει τη μεταβολή της δύναμης επαναφοράς F που δέχεται το σώμα, σε συνάρτηση με το χρόνο t .



a. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος
b. Να αποδείξετε ότι η ταλάντωση έχει αρχική φάση και να προσδιορίσετε την τιμή της.
c. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο και να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση, σε συνάρτηση με το χρόνο.
d. Να υπολογίσετε τη σταθερά κάθε ελατηρίου.

$$[A=0{,}2\,m\ ,,,\varphi_0=3\pi/2,,,x=0{,}2\,\eta\mu(20t+3\pi/2),,,K=200\,N/m]$$

ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

1. Ελατήριο σταθεράς K τοποθετείται κατακόρυφα με το πάνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Ένα σώμα μάζας $M=1\,kg$ δένεται στο κάτω άκρο του ελατηρίου και η επιμήκυνση που προκαλεί σε αυτό είναι $x_1=0{,}1\,m$. Μετακινούμε το σώμα κατά Δx και το αφήνουμε ελεύθερο. Στο σώμα κατά την διάρκεια της κίνησης του η μέγιστη δύναμη που ασκείται από το ελατήριο είναι $50\,N$.

Α. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της.
Β. Να βρείτε την ενέργεια της ταλάντωσης
Γ. Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.
Δ. Να βρείτε την μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης και την μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

2. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ είναι δεμένο στο δεξιό ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=64\,N/m$ του οποίου το άλλο άκρο είναι σταθερά προσαρμοσμένο σε κατακόρυφο τοίχο και ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το σώμα είναι φορτισμένο με φορτίο $Q=+6{,}4\,mC$ και στην περιοχή υπάρχει οριζόντιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο παράλληλο προς τον άξονα του ελατηρίου και με φορά προς τα δεξιά, με ένταση $E=1000\,N/C$. Αν το ηλεκτρικό πεδίο καταργηθεί, να αποδείξετε ότι το σώμα θα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε:
   α. Το πλάτος της ταλάντωσης
   β. Την περίοδο της ταλάντωσης
   γ. Την μέγιστη ταχύτητα και την χρονική στιγμή που το σώμα αποκτά την μέγιστη ταχύτητα του μετά την κατάργηση του ηλεκτρικού πεδίου.

$$\left[0{,}1\,m, \frac{\pi}{4}\sec, 0{,}8\frac{m}{\sec}, \frac{\pi}{16}\sec\right]$$

3. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ εκτελεί α.α.τ. Η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο Δίνεται από την εξίσωση $u=2\,συν\left(10t+\frac{\pi}{6}\right)$ (S.I.).
   Α. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή $t=0$.
   Β. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή που το σώμα, κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του.
   Γ. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.
   Δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t=0$.

4. Ένα σωμάτιο μάζας $m=2\text{g}$ εκτελεί γ.α.τ. με εξίσωση $x=0{,}2\,ημ(4\text{t})$ (S.I.). Να βρεθούν:
   a. η μεταβολή της ορμής του σωματιδίου στο χρονικό διάστημα [0,T/4].
   b. Η κινητική και η δυναμική του ενέργεια τη στιγμή T/8

$$(-16\cdot 10^{-4},,,32\cdot 10^{-5},,,8\cdot 10^{-5})$$

5. Ένα σώμα μάζας $m=1\,Kg$ κάνει γ.α.τ. με $\omega=10\frac{rad}{s}$ Τη στιγμή $t=0$ είναι $\psi=2\,cm$ και έχει ταχύτητα $u=0{,}2\sqrt{3}\frac{m}{s}$ με φορά προς τη θέση ισορροπίας. Να βρεθούν:
   a. Οι εξισώσεις $\psi=f(t)$, $u=f(t)$ και $\alpha=f(t)$.
   b. Ο ελάχιστος χρόνος για να γίνει $u=0$.

($\varphi_0=\frac{5\pi}{6}$,,, $\frac{\pi}{15}$)

6. Ελατήριο σταθεράς $k=400\frac{N}{m}$ είναι δεμένο στο άνω άκρο ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας 30^0 και έχει τον άξονα του παράλληλο προς το κεκλιμένο επίπεδο. Ένα σώμα μάζας $m=4\,kg$ είναι δεμένο στο κάτω ελεύθερο άκρο του ελατήριου και ισορροπεί ακουμπώντας πάνω στο λείο κεκλιμένο επίπεδο.
   a. Αν απομακρύνουμε το σώμα από την θέση ισορροπίας του και το αφήσουμε ελεύθερο, να αποδείξετε ότι θα εκτελέσει α.α.τ. και να βρείτε την περίοδο του
   b. Αν το σώμα αφεθεί ελεύθερο να κινηθεί από τη θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, να βρείτε
      i. Την θέση στην οποία αποκτά μέγιστη ταχύτητα και να την υπολογίσετε
      ii. Τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου
      iii. Το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος

($\frac{\pi}{5}$,,,0,05,,,2,,,20)

7. Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$ στερεώνεται διαμέσου ιδανικού ελατηρίου σώμα μάζας $m_2=3\,kg$ και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. Από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κινείται προς τα πάνω σώμα μάζας $m_1=1\,kg$ και αρχικής ταχύτητας $u_0=5\frac{m}{s}$ κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου. Η αρχική απόσταση των σωμάτων είναι $x=0.9\mathrm{m}$ και η σταθερά του ελατηρίου $k=300\frac{N}{m}$. Τα σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά και η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα. Να βρείτε:
   a. Το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος
   b. Τη μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

($\frac{7}{60}$,,, $\frac{11}{60}$)

8. Σώμα μάζας $m=2\,kg$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γύρω από μία θέση ισορροπίας και την χρονική στιγμή $t=0$ διέρχεται από αυτή με κατεύθυνση προς τον αρνητικό ημιάξονα. Το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας 10 φορές σε χρόνο $t=10\,s$. Εάν η μέγιστη δύναμη που δέχεται το σώμα κατά την διάρκεια της ταλάντωσης του είναι $\Sigma F_{max}=100\,N$, να βρείτε:

Α. Την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με τον χρόνο.
Β. Εάν στο ίδιο σώμα κατά την διάρκεια της ταλάντωσης του αρχίζει να ασκείται δύναμη απόσβεσης $F'=-bu$ όπου $b=2\,kg/s$ και θεωρήσουμε ότι η περίοδος του δεν αλλάζει, να βρείτε σε πόσο χρόνο το πλάτος του θα γίνει $A=1{,}25\,m$.
Γ. Για την παραπάνω χρονική στιγμή να υπολογίσετε τον μέγιστο ρυθμό με τον οποίο χάνει ενέργεια το σύστημα εξαιτίας της δύναμης F' .

Δίνονται: $\Lambda=\frac{b}{2\mathrm{m}}$, $\ell n2=0{,}7$, $\pi^2=10$.

9. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ είναι συνδεδεμένο στο δεξιό άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $K=100\,N/m$, το αριστερό άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Το σώμα m_1 είναι τοποθετημένο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και εκτελεί απλή αρμονική

ταλάντωση πλάτους $A_1=\sqrt{0{,}1}\ \mathrm{m}$ (θετική η φορά προς τα δεξιά). Κάποια χρονική στιγμή, που το σώμα m_1 διέρχεται από τη θέση $x_1=+0{,}1\ \mathrm{m}$ απομακρυνόμενο από τη θέση ισορροπίας του, συναντά δεύτερο σώμα μάζας $m_2=2\ \mathrm{Kg}$, το οποίο ηρεμεί πάνω στο λείο οριζόντιο δάπεδο και συγκρούεται μαζί του κεντρικά και πλαστικά.

α. Βρείτε την ταχύτητα της μάζας m_1 λίγο πριν την πλαστική κρούση καθώς και την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

β. Βρείτε το νέο πλάτος A_2 της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

γ. Υπολογίστε την επί τοις εκατό απώλεια της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης, εξαιτίας της πλαστικής κρούσης.

δ. Αν θεωρήσουμε χρονική στιγμή $t_0=0$ τη στιγμή της σύγκρουσης, να γράψετε τις χρονικές συναρτήσεις της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας και της ταχύτητας της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

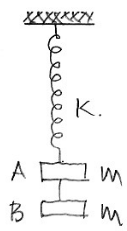
Δεχθείτε ότι η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης είναι $D=k$ και ότι η κρούση διαρκεί απειροελάχιστο χρονικό διάστημα.

$$[u=3\mathrm{m}/s,,,V=1\mathrm{m}/s,,,A_2=\pm 0{,}2\,m,,,60\%,,,x=0{,}2\,\eta\mu\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}t+\pi/6\right),,,u=\frac{2\sqrt{3}}{3}\sigma\upsilon\nu\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}t+\pi/6\right)]$$

10. Σώμα με μάζα m = 1kg δένεται από το ένα άκρο ελατηρίου σταθεράς K = 100N/m. Το άλλο άκρο είναι στερεωμένο στην κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου και το σύστημα ελατήριο - μάζα βρίσκεται σε ισορροπία. Μετακινούμε το σώμα κατά απόσταση Δχ προς τα κάτω και την χρονική στιγμή t = 0 το αφήνουμε ελεύθερο. Η μέγιστη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι 10N.

Α. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε την περίοδο της.
Β. Να βρείτε την ολική ενέργεια της ταλάντωσης και το συνολικό διάστημα που θα διανύσει το σώμα στην διάρκεια μιας περιόδου.
Γ. Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης του σώματος από την θέση ισορροπίας και της ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις.
Δ. Την χρονική στιγμή t για την οποία η κινητική ενέργεια παίρνει για πρώτη φορά την τιμή $0{,}375\ j$.

11. Δυο σώματα Α και Β της ίδιας μάζας $m=0{,}5\,kg$ κρέμονται από ένα ελατήριο σταθεράς $K=50\ N/m$ και ισορροπούν, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το νήμα κόβεται και το σώμα Α, το οποίο παραμένει προσδεμένο στο ελατήριο, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.



Α) να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης
Β) να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης
Γ) να υπολογίσετε την ολική ενέργεια της ταλάντωσης
Δ) ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της δύναμης του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συστήματος;
Δίνεται $g=10\ m/s^2$.

$$[\omega=10\,rad/s,,,A=0{,}15\,m,,,E=0{,}5625\,j,,,F_{\max}=10\,N,,,F_{\min}=5\mathrm{N}]$$

12. Σώμα μάζας m=2kgr ταλαντώνεται χωρίς τριβές εξαρτημένο από το άκρο ελατηρίου σταθεράς k=200N/m. Η ολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι Ε=4j. Στην αρχή των χρόνων (t=0), το σώμα βρίσκεται σε μια θέση του θετικού ημιαξονα, όπου η κινητική του ενέργεια είναι Κ=3j, και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση
    a. Να βρεθεί η αρχική φάση της ταλάντωσης
    b. Να δοθεί η χρονική έκφραση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης
    c. Να βρεθεί το μέτρο της δύναμης επαναφοράς στη θέση όπου η κινητική ενέργεια μηδενίζεται

(π/6 rad, x=0,2ημ(10t+π/6), 40N)

13. Ένα σώμα μάζας $m=1\,kg$ εκτελεί α.α.τ. με πλάτος $A=0,2\,m$ και μέγιστη ταχύτητα μέτρου $u_{\max}=2\mathrm{m}/s$. Να υπολογίσετε:
    a. Τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης
    b. Τη μέγιστη τιμή του μέτρου της επιτάχυνσης του σώματος
    c. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, όταν βρίσκεται στη θέση $x=0,1\,m$
    d. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος, όταν βρίσκεται στη θέση $x=0,1\,m$ και κινείται κατά τη θετική φορά.

$[D=100\,N/m,,,a=20\,m/s^2,,,u=\sqrt{3}\,m/s,,,dK/dt=-10\sqrt{3}\,j/s]$

14. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ εκτελεί α.α.τ. με περίοδο T και ολική ενέργεια $E=12,5\,j$. Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται στο σώμα τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει μέτρο $F_{\max}=100\,N$ και αρνητική κατεύθυνση.
    a. Να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει το σώμα από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη στιγμή $t=T$.
    b. Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης.
    c. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο
    d. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της ορμής του σώματος από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή $t=\frac{T}{4}$.

$[s=1\mathrm{m},,,\omega=20\,rad/s,,,x=0,25\eta\mu(20t+\frac{\pi}{2}),,,\Delta p=-5\,kgm/s]$.

15. Σώμα μάζας $m=0,5\,kg$ εκτελεί α.α.τ. με περίοδο T . Η συνολική ενέργεια ταλάντωσης είναι $E=4\mathrm{j}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα έχει την μέγιστη κινητική του ενέργεια και κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση, ενώ τη χρονική στιγμή $t=\frac{T}{12}$ βρίσκεται στη θέση $x=-0,2\,m$.
    a. Να δικαιολογήσετε ότι η ταλάντωση έχει αρχική φάση και να υπολογίσετε την τιμή της.
    b. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.
    c. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t=\frac{T}{12}$.
    d. Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή $t=\frac{T}{12}$.

    Δίνονται $\sigma\upsilon\nu\pi=-1$ και $\eta\mu\frac{7\pi}{6}=-0,5$.

$[\varphi_0=\pi,,,A=0,4\,m,,,dp/dt=10\,kgm/s^2,,,W_{\Sigma F}=-1\mathrm{j}]$

16. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ εκτελεί α.α.τ. με πλάτος A και γωνιακή συχνότητα $\omega=20\,rad/s$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι $dp/dt=0$ και η κλίση της γραφικής παράστασης στο διάγραμμα απομάκρυνσης – χρόνου είναι θετική. Όταν το σώμα μεταβαίνει από τη θέση $x=0$ στη θέση $x=+A$, το έργο της δύναμης επαναφοράς F που δέχεται το σώμα είναι $W_F=-8\mathrm{j}$.
    a. Να αποδείξετε ότι η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι $\varphi_0=0$.
    b. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης

c. Σε ποια θέση x_1 του αρνητικού ημιαξονα βρίσκεται το σώμα, αν το μέτρο της ταχύτητας του στη θέση αυτή είναι $u_1=2\sqrt{3}m/s$;
d. Ποιος είναι ο λόγος της δυναμικής προς την κινητική ενέργεια της ταλάντωσης, όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση x_1 ;

$$[A=0{,}2m,,,x_1=-0{,}1m,,,\frac{K_1}{U_1}=\frac{3}{1}]$$

17. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ εκτελεί α.α.τ. Η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο Δίνεται από την εξίσωση $u=2\,συν(10t+\frac{\pi}{6})$ (S.I.).
    a. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή $t=0$.
    b. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή που το σώμα, κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση, διέρχεται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του.
    c. Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα, σε συνάρτηση με το χρόνο.
    d. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t=0$.

$$[x=0{,}1m,,,t=11\pi/60\sec,,,F=-20\,ημ(10t+\pi/6),,,dU/dt=10\sqrt{3}\,j/s]$$

18. Ένα σώμα εκτελεί α.α.τ. με περίοδο $T=\frac{\pi}{5}s$ και πλάτος Α. τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση. Η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας του, Δίνεται από την εξίσωση $F=-100x$ (S.I.). Στο χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή $t=\frac{T}{6}$ η κινητική ενέργεια του σώματος μεταβάλλεται κατά $\Delta K=-6\mathrm{j}$. Να υπολογίσετε:
    a. Τη μάζα του σώματος.
    b. Την ολική ενέργεια της ταλάντωσης
    c. Το πλάτος της ταλάντωσης
    d. Το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του σώματος, τη χρονική στιγμή που διέρχεται από τη θέση $x=-\frac{A}{2}$.

$$[m=1\,kg,,,E=8\mathrm{j},,,A=0{,}4m,,,du/dt=20m/s^2]$$

19. Σώμα εκτελεί α.α.τ. με περίοδο $T=\frac{\pi}{5}s$. Η κινητική ενέργεια K του σώματος, σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, Δίνεται από τη σχέση: $K=8-50x^2$ (S.I.).

    A. Να υπολογίσετε:
        i. Το πλάτος της ταλάντωσης
        ii. Τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης
        iii. Τη μάζα του σώματος

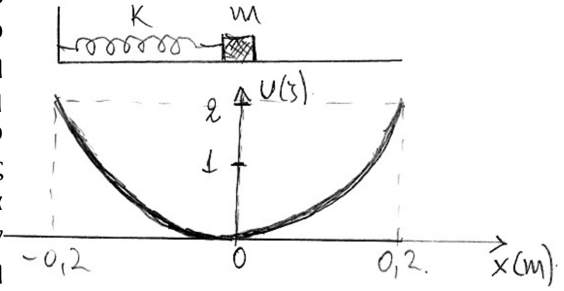
    B. Κατά την κίνηση του σώματος από τη μια ακραία θέση της ταλάντωσης του στην άλλη, υπάρχουν δυο θέσεις όπου η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης. Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ των δυο αυτών θέσεων.

$$[A=0{,}4m,,,D=100\,N/m,,,m=1\,kg,,,d=0{,}4m]$$

20. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα. Το σώμα εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A=0{,}2\,m$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=0{,}1\,m$ και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $u=\sqrt{3}\,m/s$.
    a. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης
    b. Να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατό της ολικής ενέργειας που αντιστοιχεί στην κινητική ενέργεια της ταλάντωσης, τη χρονική στιγμή $t=0$.
    c. Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του μέτρου του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σώματος
    d. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο.

$$[T=\frac{\pi}{5}\,s\,,,,\,a=75\%,,,\,dp/dt=20\,kgm/s^2\,,,,\,x=0{,}2\,\eta\mu(10t+\frac{\pi}{6})]$$

21. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο ακλόνητα, εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του προς τα δεξιά και τη χρονική στιγμή $t=0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Το διάγραμμα $U-x$ του σχήματος παριστάνεται γραφικά η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του



    a. Να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου
    b. Να υπολογίσετε την αρχική φάση της ταλάντωσης
    c. Να γράψετε την εξίσωση της κινητικής ενέργειας της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο
    d. Αφού μεταφέρετε στο τετράδιο σας το δοθέν διάγραμμα $U-x$, να παραστήσετε γραφικά στο διάγραμμα αυτό την κινητική ενέργεια της ταλάντωσης και να προσδιορίσετε τις συντεταγμένες των σημείων τομής των δυο καμπυλών.

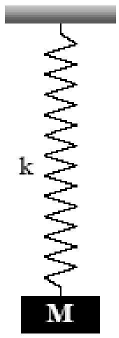
$$[k=100\,N/m,,,\,\varphi_0=\pi/2\,rad\,,,,\,K=2\,\sigma\upsilon\nu^2(10t=\pi/2)]$$

22. Σώμα άγνωστης μάζας κρέμεται στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο. Το σώμα εκτελεί κατακόρυφη αρμονική ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα $\omega=5\,rad/s$. Η συνολική ενέργεια της ταλάντωσης είναι $E=0{,}5\,j$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, του ενώ τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{\pi}{20}\,s$ βρίσκεται στη θέση $x_1=0{,}1\sqrt{2}\,m$ για πρώτη φορά.
    a. Να αποδείξετε ότι η ταλάντωση δεν έχει αρχική φάση και να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης
    b. Να υπολογίσετε τη μάζα του σώματος
    c. Να υπολογίσετε το λόγο του μέτρου της δύναμης επαναφοράς προς το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου, όταν το σώμα βρίσκεται στην κατώτερη θέση της τροχιάς του
    d. Να παραστήσετε γραφικά σε βαθμολογημένους άξονες τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο

    Δίνεται $\eta\mu\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ και $g=10\,m/s^2$

$[\,A=0,2\,m\,,,,\,m=1\,kg\,,,,\,\frac{|F_{επ}|}{|F_{ελ}|}=\frac{1}{3}\,]$

23. Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\,N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο, προσδένουμε σώμα μάζας $m=1\,kg$. Ανυψώνουμε το σώμα κατακόρυφα, ώστε το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος, και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ του προσδίδουμε κατακόρυφη ταχύτητα μέτρου $u=\sqrt{3}\,m/s$ με φορά προς τα κάτω. Το σύστημα εκτελεί α.α.τ. Να υπολογίσετε:



a. Το πλάτος της ταλάντωσης
b. Το λόγο της κινητικής ενέργειας προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t_0=0$
c. Το έργο της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ έως τη χρονική στιγμή που φτάνει στην κατώτερη θέση της τροχιάς του
d. Τη χρονική στιγμή που το σώμα φτάνει για πρώτη φορά στην κατώτερη θέση της τροχιάς του
Δίνεται $g=10\,m/s^2$. Να θεωρήσετε ως θετική φορά την φορά προς τα επάνω.

$[\,A=0,2\,m\,,,,\,\frac{K}{U}=\frac{3}{1}\,,,,\,W_F=-1,5\,j\,,,,\,t=\frac{\pi}{15}\,s\,]$

24. Μικρή σφαίρα άγνωστης μάζας κρέμεται στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Όταν η σφαίρα ισορροπεί, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $\Delta\ell=0,1\,m$. Απομακρύνουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $x_0=0,2\,m$ και την αφήνουμε ελεύθερη.
a. Να αποδείξετε ότι η κίνηση που θα εκτελέσει η σφαίρα είναι α.α.τ.
b. Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης
c. Να υπολογίσετε το λόγο της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης, όταν το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος, προς την ολική ενέργεια της ταλάντωσης
d. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της σφαίρας από τη θέση ισορροπίας της σε συνάρτηση με το χρόνο, αν τη χρονική στιγμή $t=0$ η σφαίρα διέρχεται από τη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και κινείται προς τα επάνω. Ως θετική φορά να θεωρηθεί η φορά προς τα επάνω.
Δίνεται $g=10\,m/s^2$.

$[\,\omega=10\,rad/s\,,,,\,\frac{U}{E}=\frac{1}{4}\,,,,\,x=0,2\,ημ\,(10t+\frac{\pi}{6})\,]$

25. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ είναι δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100\,N/m$, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $d=0,2\,m$ και τη χρονική στιγμή $t=0$ το αφήνουμε ελεύθερο, οπότε εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.
a. Να υπολογίσετε την ενέργεια που απαιτήθηκε για να απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά d .
b. Να γράψετε την εξίσωση της επιτάχυνσης του σώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο
c. Να υπολογίσετε την δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος και τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη χρονική στιγμή $t=\frac{T}{2}$, όπου T η περίοδος της ταλάντωσης
d. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και επιμηκύνεται.

Δίνεται $g=10\, m/s^2$. Να θεωρήσετε ως θετική φορά την φορά προς τα κάτω.

$[E=2j,,,a=-20\,\eta\mu(10t+\pi/2),,,U_{\tau\alpha\lambda}=2j,,,U_{\varepsilon\lambda\alpha\tau}=0{,}5\,j\,,,,dx/dt=\sqrt{3}\,m/s]$

26. Μικρή σφαίρα μάζας $m=2\,kg$ ισορροπεί δεμένη στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=200\,N/m$, του οποίου το πάνω άκρο είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο. Με κατάλληλο μηχανισμό δίνουμε στη σφαίρα κατακόρυφη ταχύτητα $\vec{u}_0$ με φορά προς τα πάνω, οπότε το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A=0{,}4\,m$ και περίοδο T .
    a. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{u}_0$ της σφαίρας.
    b. Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας της σφαίρας, σε συνάρτηση με το χρόνο, αν τη χρονική στιγμή $t=0$ η κινητική ενέργεια της σφαίρας είναι μηδενική και η επιτάχυνση της έχει αρνητική κατεύθυνση.
    c. Να υπολογίσετε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου.
    d. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t=T/12$

    Δίνεται $g=10\,m/s^2$ και ότι $\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2},,,\eta\mu\frac{2\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Να θεωρήσετε ως θετική φορά τη φορά προς τα επάνω.

$[u_0=4\mathrm{m}/s\,,,,u=4\,\sigma\upsilon\nu(10t+\pi/2),,,F_{\varepsilon\lambda(\max)}=100\,N\,,,,F_{\varepsilon\lambda(\min)}=0,,,dK/dt=80\sqrt{3}\,j/s]$

27. Σώμα μάζας $m=1\,kg$ αφήνεται από ύψος $h=1{,}2\,m$ πάνω από το ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε δάπεδο. Η ευθεία κίνησης του κέντρου μάζας του σώματος ταυτίζεται με τον άξονα του ελατηρίου. Όταν το σώμα συναντά το ελεύθερο άκρο του ελατηρίου, προσκολλάται μόνιμα σ’αυτό και το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης, η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου από το φυσικό του μήκος, είναι $\Delta\ell_{max}=0{,}6\,m$.
    a. Να υπολογίσετε τη σταθερά k του ελατηρίου
    b. Να υπολογίσετε το πλάτος A και τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης
    c. Να προσδιορίσετε την απομάκρυνση x_1 του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, όταν η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου
    d. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος, όταν βρίσκεται στη θέση x_1 .

    Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\,m/s^2$

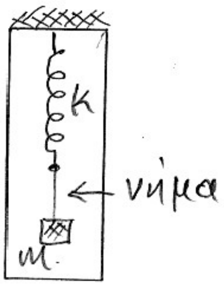
$[k=100\,N/m,,,A=0{,}5\,m,,,\omega=10\,rad/\mathrm{sec},,,x_1=0{,}05\,m,,,dp/dt=-5\,kgm/s^2]$

28. Σώμα μάζας $m=2\,kg$ είναι προσαρμοσμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου του οποίου το πάνω άκρο είναι στερεωμένο ακλόνητο σε δάπεδο. Όταν απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατακόρυφα προς τα πάνω και το αφήνουμε ελεύθερο, το σύστημα εκτελεί α.α.τ. με περίοδο T . Η κινητική ενέργεια της της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο Δίνεται από την εξίσωση $K=16\,\sigma\upsilon\nu^2(10t+\varphi_0)$ (S.I.)
    a. Να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου
    b. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης
    c. Να προσδιορίσετε τη γωνία φ_0 , αν τη χρονική στιγμή $t=0$ ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του σώματος είναι $\frac{dp}{dt}=-80\,kg\frac{m}{s^2}$.
    d. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή $t=\frac{T}{12}$

Δίνεται $συν\frac{2π}{3}=-\frac{1}{2}$.

$[K=200\,N/m,,,A=0{,}4\,m,,,φ_0=π/2,,,ΔU=-4j]$

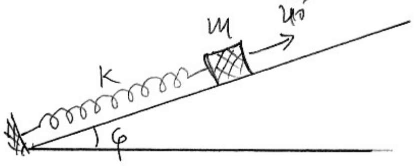
29. Σώμα μάζας $m=2\,kg$ ισορροπεί προσδεμένο μέσω αβαρούς νήματος στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=50\,N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Όταν προσφέρουμε στο σύστημα ενέργεια $W=1\text{J}$, αυτό αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε κατακόρυφη διεύθυνση. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται σε μια θέση του θετικού ημιαξονα και έχει κινητική ενέργεια $K=0{,}75\,J$. Να υπολογίσετε:



a. Το πλάτος της ταλάντωσης.
b. Την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, τη χρονική στιγμή $t=0$.
c. Το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του σώματος, τη χρονική στιγμή $t=0$.
d. Το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης, για το οποίο το νήμα παραμένει συνεχώς τεντωμένο. Δίνεται $g=10\,m/s^2$.

$[A=0{,}2\,m,,,x=0{,}1\,m,,,du/dt=-2{,}5\,m/s^2,,,A_{\max}=0{,}4\,m]$

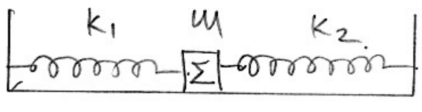
30. Ελατήριο σταθεράς K βρίσκεται πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας $φ=30^0$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το ένα άκρο του ελατηρίου είναι προσδεμένο σε σώμα μάζας $m=1\,kgr$, ενώ το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ προσδίδουμε στο σώμα ταχύτητα μέτρου $u_0=4\text{m}/s$, η οποία έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και φορά προς τα επάνω. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και επανέρχεται στη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{π}{20}\,s$.



a. Να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου
b. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης
c. Να γράψετε την εξίσωση της κινητικής ενέργειας της ταλάντωσης, σε συνάρτηση με το χρόνο
d. Να υπολογίσετε το λόγο του μέτρου της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα, τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια είναι τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης για πρώτη φορά. Να θεωρήσετε ως θετική φορά, τη φορά από τη βάση προς την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου. Δίνεται $g=10\,m/s^2$.

$[K=400\,N/m,,,A=0{,}2\,m,,,K=8\,συν^2 20t,,,\frac{F_{ελ}}{F_{επ}}=\frac{7}{8}]$

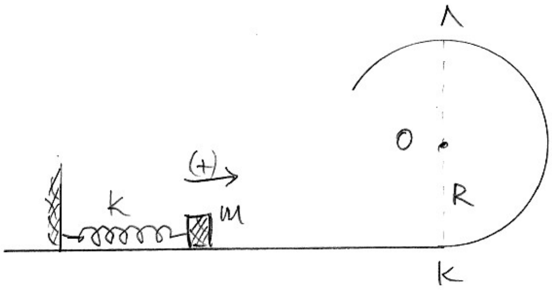
31. Κάθε ελατήριο του σχήματος έχει το ένα άκρο του στερεωμένο σε ακίνητο σημείο και το άλλο άκρο του προσδεμένο στο ίδιο σώμα Σ μάζας $m=2\,kg$. Οι σταθερές των ελατηρίων, τα οποία αρχικά έχουν το φυσικό τους μήκος, είναι $K_1=120\,N/m$ και $K_2=80\,N/m$ αντίστοιχα. Το σώμα Σ μπορεί να κινείται χωρίς τριβές σε οριζόντιο επίπεδο. Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά τη διεύθυνση του κοινού άξονα των δυο ελατηρίων κατά $x_0=0{,}2\,m$ και τη χρονική στιγμή $t=0$ το αφήνουμε ελεύθερο.



a. Να αποδείξετε ότι το σώμα θα εκτελέσει α.α.τ.
b. Να υπολογίσετε τη συνολική ενέργεια της ταλάντωσης
c. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, επιλέγοντας κατά την κρίση σας τη θετική φορά.
d. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή που η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου σταθεράς K_1 είναι $U_1=1{,}8\ j$.

$$[E=4\text{j},,,x=0{,}2\eta\mu(10t+\frac{\pi}{2}),,,u=1\text{m}/s]$$

32. Σώμα μάζας $m=1\ kg$ είναι προσδεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\ N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A=1\text{m}$ πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Λείος κατακόρυφος κυκλικός οδηγός ακτίνας $R=0{,}5\ m$ εφάπτεται στο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα, κινούμενο στον θετικό ημιαξονα προς τα δεξιά, αποχωρίζεται ακαριαία από το ελατήριο και μόλις κάνει ανακύκλωση.

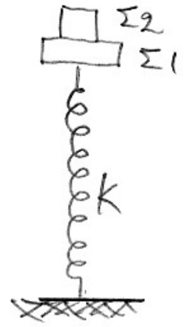


a. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος στο ανώτερο σημείο Λ του κυκλικού οδηγού
b. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t=0$ που αποχωρίζεται από το ελατήριο.
c. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή $t=0$ που αποχωρίζεται από το ελατήριο.
d. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο, πριν αποχωριστεί από το ελατήριο.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\ m/s^2$. Να θεωρήσετε ότι το σώμα έχει μικρές διαστάσεις.

$$[u_{\Lambda(\min)}=\sqrt{5}m/s,,,u=5\text{m}/s,,,x=\sqrt{3}/2\text{m},,,x=\eta\mu(10t+\pi/3)]$$

ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΚΑΙ ΚΡΟΥΣΗ

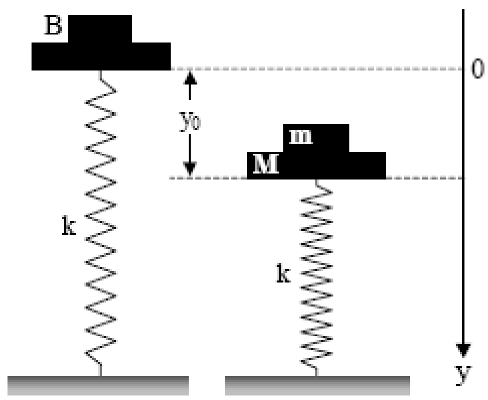
1. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k=1000\,N/m$ έχει το κάτω άκρο του στερεωμένο σε ακίνητο σημείο. Στο πάνω άκρο του ελατηρίου έχει προσδεθεί σώμα Σ_1 μάζας $m_1=8\,kg$, ενώ ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=2\,kg$ βρίσκεται πάνω στο σώμα Σ_1. Το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Απομακρύνουμε το σύστημα των δυο σωμάτων κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $d_1=0,05\,m$ και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και τα δυο σώματα Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται συνεχώς σε επαφή.



   a. Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης.
   b. Να υπολογίσετε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του μέτρου της δύναμης που δέχεται το σώμα Σ_2 από το Σ_1.
   c. Ποιο είναι το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος, ώστε το σώμα Σ_2 να βρίσκεται συνεχώς σε επαφή με το σώμα Σ_1;
   d. Αν απομακρύνουμε το σύστημα των δυο σωμάτων από τη θέση ισορροπίας κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $d_2=0,2\,m$ και το αφήσουμε ελεύθερο, σε ποια θέση θα χαθεί η επαφή των δυο σωμάτων και ποιο θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 στη θέση αυτή;
   Δίνεται $g=10\,m/s^2$

   $[\omega=10\,rad/s,,, N_{\max}=30\,N,,, N_{\min}=10\,N,,, A_{\max}=0,1\,m,,, u=\sqrt{3}\,m/s]$

2. Το ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=200\,N/m$ είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στο άλλο άκρο του είναι σταθερά συνδεδεμένος δίσκος Α μάζας $M=1,5\,kg$. Πάνω στο δίσκο είναι τοποθετημένο σώμα Β μάζας $m=0,5\,kg$. Το σύστημα ισορροπεί. Πιέζουμε το σύστημα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $A=\frac{\sqrt{5}}{10}\,m$ και το αφήνουμε ελεύθερο.



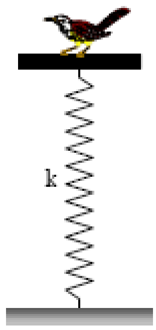
   Α. να δείξετε ότι το σώμα Β θα εγκαταλείψει το δίσκο Α
   Β. ποια είναι η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος Β όταν εγκαταλείπει το δίσκο;
   Γ. σε πόσο ύψος θα φτάσει το σώμα Β πάνω από τη θέση στην οποία εγκαταλείπει το δίσκο; Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και $g=10\,m/s^2$ 52/72kee

   [Απ. (α) εγκαταλείπει στη θέση $y_1=-0,1\,m$ (β) $\upsilon=-2\,m/s$, $\alpha=10\,m/s^2$ (γ) $h=0,2\,m$]

3. Υλικό σημείο μάζας $m=0,1\,kg$ εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A=0,1\,m$ με περίοδο $T=2s$. Τη χρονική στιγμή t=0 το υλικό σημείο περνάει από τη θέση $x=5\sqrt{3}\cdot 10^{-2}\,m$ κινούμενο κατά την αρνητική κατεύθυνση.
   Α) να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του υλικού σημείου σε συνάρτηση με το χρόνο
   Β) τη χρονική στιγμή $t=T/4$ να βρείτε για το υλικό σημείο
      α. τη δυναμική του ενέργεια
      β. την κινητική του ενέργεια
      γ. το ρυθμό μεταβολής της ορμής του
   Να θεωρήσετε ότι η απομάκρυνση του υλικού σημείου από την θέση ισορροπίας του είναι ημιτονικη συνάρτηση του χρόνου.

$[x=0{,}1\,\eta\mu(\pi t+\frac{2\pi}{3}),,,\ 1,25\cdot 10^{-3}\ j,,,3,75\cdot 10^{-3}\ j,,,5\cdot 10^{-2}\ N]$

4. Δίσκος μάζας $M=1\,kg$ είναι δεμένος στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=200\,N/m$, του οποίου το άλλο άκρο είναι δεμένο στο οριζόντιο έδαφος. Πάνω στο δίσκο βρίσκεται ένα πουλί μάζας $m=0{,}2\,kg$ και το σύστημα αρχικά ισορροπεί. Αν το πουλί πετάξει κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $u=2\,m/s$, να βρείτε:

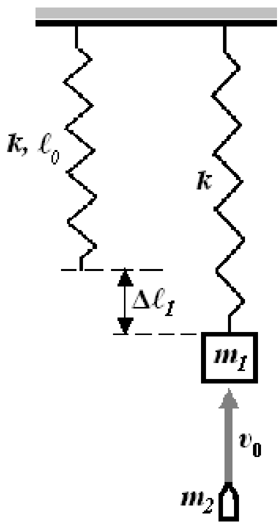


   a. Το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά ο δίσκος
   b. Το πλάτος ταλάντωσης του δίσκου
   c. Τη μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης
   d. Τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου

   Δίνεται $g=10\,m/s^2$

[Απ. (α) 0,4 m/s (β) 0,03 m (γ) 0,09 J (δ) 0,64 J]

5. Σώμα μάζας $m_1=2$ Kg ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς $k=400$ N/m , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Δεύτερο σώμα, μάζας $m_2=m_1$, κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω, συγκρούεται πλαστικά με το m_1 τη χρονική στιγμή $t_0=0$, έχοντας, τη στιγμή πριν τη σύγκρουση, ταχύτητα $\upsilon_0=\sqrt{3}$ m/s . Θεωρώντας θετική τη φορά προς τα πάνω, τη διάρκεια της κρούσης αμελητέα και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10$ m/s^2 , να υπολογίσετε:



α. Την αρχική παραμόρφωση Δl_1 του ελατηρίου.

β. Την κοινή ταχύτητα V του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

γ. Την εξίσωση της απομάκρυνσης της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα, ως συνάρτηση του χρόνου.

δ. Τη δυναμική και την κινητική ενέργεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{\pi}{30}$ s .

ε. Τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{\pi}{30}$ s .

$[0,05\,m,,,\ \frac{\sqrt{3}}{2}\,m/s,,,\ x=0{,}1\,\eta\mu(\omega t+\pi/6),,,U=2j,,,K=0,,,U_{\varepsilon\lambda}=0]$

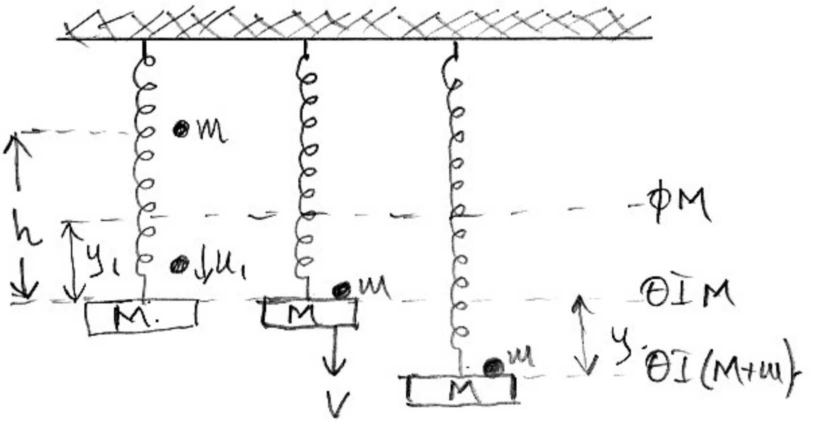
6. Ένα σώμα μάζας $M=0{,}9\,kg$ ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100\,N/m$. Ένα βλήμα μάζας $m=0{,}1\,kg$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα και σφηνώνεται στο σώμα. Να υπολογίσετε:
   Α) το πλάτος της α.α.τ. που εκτελεί το συσσωμάτωμα μετά την κρούση
   Β) το χρόνο στον οποίο μηδενίζεται στιγμιαία για πρώτη φορά η ταχύτητα του συσσωματώματος
   Γ) την κυκλική συχνότητα της α.α.τ.
   Δ) την μέγιστη δύναμη που δέχεται το συσσωμάτωμα από το ελατήριο

7. Σώμα μάζας $M=9\,kg$ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=160\,N/m$. Βλήμα μάζας $m=1\,kg$ κινούμενο με οριζόντια ταχύτητα $u=10\,m/s$ σφηνώνεται στο σώμα και το συσσωμάτωμα εκτελεί α.α.τ. Να βρείτε:
   Α) το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος

Β) τη χρονική στιγμή που το συσσωμάτωμα έχει τη μέγιστη απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά
Γ) την κυκλική συχνότητα ταλάντωσης
Δ) την μέγιστη επιτάχυνση του συσσωματώματος

8. Σώμα μάζας $m=2\,kg$ αναρτάται στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς $K=100\,N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα ισορροπεί σε ύψος $h=1,75m$ από το οριζόντιο δάπεδο. Τη στιγμή $t=0$ το σώμα διασπάται ακαριαία σε δυο κομμάτια Α και Β που έχουν ίσες μάζες. Το κομμάτι Β αμέσως μετά τη διάσπαση κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω και συναντά το δάπεδο τη χρονική στιγμή $t=0,5\,s$. Το κομμάτι Α μετά τη διάσπαση παραμένει προσδεμένο στο ελατήριο. Να υπολογίσετε:
   Α) το μέτρο της ταχύτητας του κομματιού Β, αμέσως μετά τη διάσπαση
   Β) το μέτρο της ταχύτητας του κομματιού Α, αμέσως μετά τη διάσπαση
   Γ) το πλάτος της ταλάντωσης του κομματιού Α μετά τη διάσπαση
   Δ) τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης του κομματιού Α μετά τη διάσπαση
   Δίνεται $g=10\,m/s^2$.

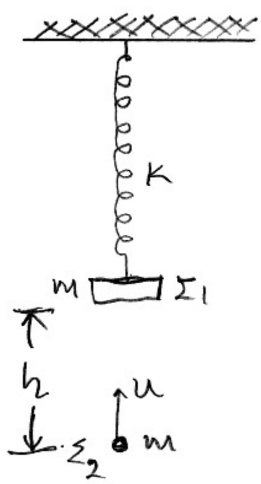
9. Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k=400\,\frac{N}{m}$ που είναι δεμένο με το πάνω άκρο του σε σταθερό σημείο, έχει στο άλλο άκρο του δεμένο ένα δίσκο μάζας $M=2\,kg$ και το σύστημα ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Ένα σφαιρίδιο μάζας $m=1\,kg$ αφήνεται από ύψος $h=1,8\,m$ πάνω από το δίσκο και ενσωματώνεται με αυτόν. Να βρείτε:



   a. Το πλάτος της α.α.τ. που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα
   b. Τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου
   c. Το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συστήματος.

$(0,175,,,12,5,,,70)$

10. Κατακόρυφο ελατήριο σταθερές $k=100\,\frac{N}{m}$ που είναι προσαρμοσμένο με το πάνω άκρο του σε σταθερό σημείο, έχει στο άλλο άκρο του δεμένο ένα δίσκο μάζας $m_1=1\,kg$ και το σύστημα ισορροπεί όπως φαίνεται στο σχήμα. Βλήμα μάζας $m_2=m_1$, το οποίο βρίσκεται κάτω από το σώμα σε απόσταση $h=1,5\,m$ και έχει ταχύτητα $u=6\,\frac{m}{s}$ κινούμενο προς τα πάνω συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το δίσκο. Να βρείτε:



   α. Το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος
   β. Μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή της κρούσης το συσσωμάτωμα θα αποκτήσει ταχύτητα μηδέν;

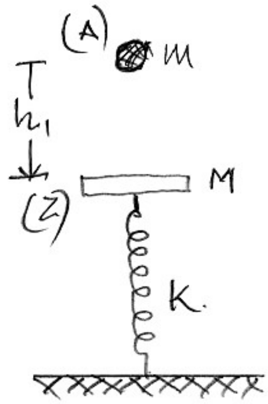
γ. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος

1.Αμέσως μετά την κρούση

2.Όταν βρίσκεται στις ακραίες θέσεις της κίνησης του. Θεωρείστε την προς τα επάνω φορά ως θετική.

$(\frac{T}{8})$

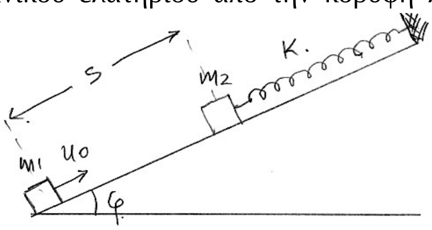
11. Ένας δίσκος μάζας $M=20\,kg$ ισορροπεί συνδεδεμένος στη μια άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=2000\frac{N}{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Μια σφαίρα μάζας $m=2\,kg$ αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h_1=3{,}2\,m$ πάνω από το δίσκο και αφού συγκρουσθεί μετωπικά με αυτόν, ανεβαίνει σε ύψος $h_2=0{,}8\,m$. Να υπολογίσετε:



a. Τα μέτρα των ταχυτήτων του δίσκου και της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.
b. Το πλάτος της α.α.τ. που θα εκτελέσει ο δίσκος.
c. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του δίσκου, όταν διέρχεται από τις ακραίες θέσεις της τροχιάς του. Δίνεται $g=10\frac{m}{s^2}$.

$[8,,,1{,}2,,,0{,}12,,,\pm 240]$

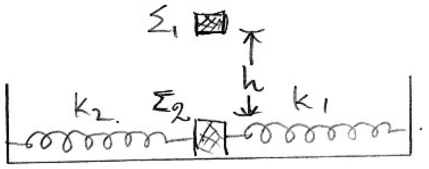
12. Σώμα μάζας $m_2=1{,}5\,kg$ στερεώνεται διαμέσου ιδανικού ελατηρίου από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$, και το σύστημα ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο. σώμα μάζας $m_1=0{,}5\,kg$ εκτοξεύεται προς τα πάνω από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου με αρχική ταχύτητα $u_0=5\frac{m}{s}$, η οποία έχει τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η σταθερά του ελατηρίου είναι $k=200\frac{N}{m}$. Τα δυο σώματα αρχικά απέχουν απόσταση $S=0{,}9\,m$. Αν τα σώματα συγκρούονται μετωπικά και η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα, να βρείτε:



a. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελεί το σώμα m_2 , όταν η κρούση είναι ελαστική
b. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελεί το σώμα m_2 , όταν η κρούση είναι πλαστική
c. Τη μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος όταν η κρούση είναι πλαστική. Δίνεται $g=10\frac{m}{s^2}$.

$[\frac{\sqrt{3}}{10},,,\frac{\sqrt{33}}{80},,,\frac{4+\sqrt{33}}{80}]$

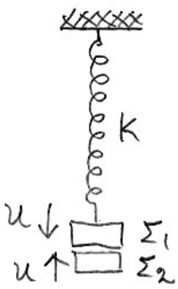
13. Το σώμα Σ_2 του σχήματος είναι μάζας $m_2=1\,kg$ και προσδένεται στα ιδανικά ελατήρια που έχουν σταθερές $k_1=120\,\frac{N}{m}$ και $k_2=80\,\frac{N}{m}$. Εκτρέπουμε το σώμα Σ_2 από τη θέση ισορροπίας του κατά $A=10\,cm$ και τη στιγμή $t=0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Την ίδια χρονική στιγμή αφήνουμε να πέσει ελεύθερα από ύψος h πάνω από τη θέση ισορροπίας ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1=0,21\,kg$.



   a. Να υπολογίσετε το ύψος h από το οποίο αφήνουμε ελεύθερο το σώμα Σ_1, ώστε να συναντήσει το σώμα Σ_2, όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά.
   b. Αν τα σώματα Σ_1, Σ_2 συγκρουσθούν μετωπικά και πλαστικά στο σημείο Ο, να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης του συσσωματώματος. Δίνεται $g=10\,\frac{m}{s^2}$.

$[1/16,,,1/11]$

14. Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθερές $k=400\,\frac{N}{m}$ είναι στερεωμένο σε οροφή από το ένα άκρο του. Στο άλλο άκρο του συνδέουμε σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1\,kg$, το οποίο εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A=0,1\,m$. Τη στιγμή κατά την οποία το σώμα βρίσκεται στο μισό του πλάτους της ταλάντωσης του, κατερχόμενο προς τη θέση ισορροπίας του, συγκρούεται μετωπικά με σώμα Σ_2 ίσης μάζας, που έχει αντίθετη ταχύτητα. Αν θεωρήσουμε τη στιγμή της κρούσης ως αρχή του χρόνου $t_0=0$, να βρείτε τις εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κάθε σώματος, στις ακόλουθες περιπτώσεις



   A. Αν η κρούση είναι ελαστική
   B. Αν η κρούση είναι πλαστική. Δίνεται $g=10\,\frac{m}{s^2}$.

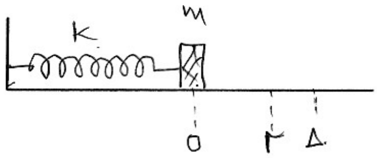
$[0,1\,\eta\mu(20t+7\pi/6),,,0,075\,\eta\mu(10\sqrt{2}t+3\pi/2)]$

15. Ξύλινο σώμα μάζας $M=4\,kg$ είναι προσαρμοσμένο στο ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=500\,\frac{N}{m}$, και ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Βλήμα μάζας $m=1\,kg$ κινείται με ταχύτητα $u=20\,\frac{m}{s}$ κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και σφηνώνεται στο ξύλινο σώμα. Να υπολογίσετε:

   a. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα
   b. Την ταχύτητα του συσσωματώματος όταν διέρχεται από τη θέση $x=0,2\,m$
   c. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος όταν αυτό κινείται με ταχύτητα $u_1=2\,\frac{m}{s}$.

$[0,4,,,\pm 2\sqrt{3},,,\pm 100\sqrt{3}]$

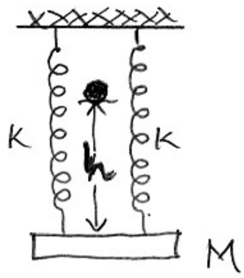
16. Το σώμα του ακόλουθου σχήματος έχει μάζα m και εκτελεί α.α.τ. πλάτους $(\text{Ο}\Delta)=A=2\sqrt{2}\,cm$, προσαρμοσμένο στο άκρο ελατηρίου, κατά μήκος του λείου οριζόντιου επιπέδου. Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση Γ με $(\text{Ο}\Gamma)=x_1=\sqrt{6}\,cm$ και ταχύτητα θετική, ένα κομμάτι πλαστελίνης μάζας m τοποθετείται πάνω του. Να υπολογίσετε:



a. Το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα
b. Το ποσοστό μεταβολής της ενέργειας, το οποίο παρατηρείται κατά τη στιγμή της τοποθέτησης της πλαστελίνης.

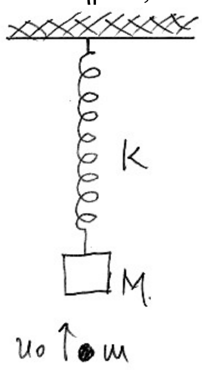
$[\sqrt{7},,,-12{,}5\,]$

17. Οριζόντιος δίσκος μάζας $M=4\,kg$ ισορροπεί στερεωμένος στα άκρα των όμοιων ελατηρίων με σταθερά $k=50\frac{N}{m}$. Από ύψος $h=75\,cm$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ελεύθερα κομμάτι πλαστελίνης μάζας $m=1\,kg$. Η πλαστελίνη συγκρούεται με το δίσκο πλαστικά. Να υπολογίσετε το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το συσσωμάτωμα. Δίνεται $g=10\frac{m}{s^2}$.



$[0{,}2,,,\frac{\pi\sqrt{5}}{5}]$

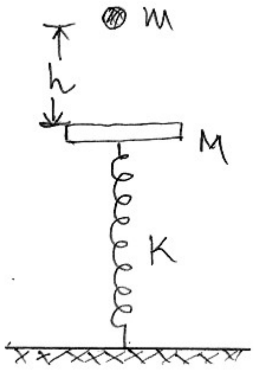
18. Σώμα μάζας $M=4\,kg$ ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, σταθερές $k=100\frac{N}{m}$. Βλήμα μάζας $m=200\,g$ κινείται με ταχύτητα $u_0=80\frac{m}{s}$ κατακόρυφα προς τα πάνω, και διαπερνά το σώμα χάνοντας το 75 της κινητικής του ενέργειας. Αν γνωρίζετε ότι $g=10\frac{m}{s^2}$, να υπολογίσετε:



A. Το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα M
B. Σε πόσο χρόνο από τη στιγμή της κρούσης το σώμα θα περάσει από τη θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου;
Γ. Τη μέγιστη τιμή της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου.

$[0{,}4,,,\frac{\pi}{10},,,32]$

19. Ένας δίσκος μάζας $M=0,5\,kg$ ισορροπεί δεμένος στην πάνω άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθερές $k=25\frac{N}{m}$. Από ύψος $h=0,6\,m$ πάνω από το δίσκο αφήνεται να πέσει ένα άλλο σώμα μάζας $m=0,5\,kg$, το οποίο συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το δίσκο. Αν γνωρίζετε ότι $g=10\frac{m}{s^2}$, να υπολογίσετε:



Α. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
Β. Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση
Γ. Την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος, θεωρώντας ως $t=0$ τη στιγμή της κρούσης
Δ. Το χρονικό διάστημα Δt που μεσολαβεί από τη στιγμή της κρούσης μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για πρώτη φορά.
Ε. Την μέγιστη ταχύτητα του συσσωματώματος καθώς και τη μέγιστη τιμή της δύναμης του ελατηρίου
Ζ. Τους ρυθμούς μεταβολής της κινητικής ενέργειας και της βαρυτικης δυναμικής ενέργειας στη θέση $x=+0,2\sqrt{3}\,m$.

$$[\sqrt{3},,,-50\%,,,0,4\eta\mu(5t+11\pi/6),,,2\pi/15,,,2,,,20,,,5\sqrt{3},,,10]$$

20. Δίσκος μάζας $M=9\,kg$ ισορροπεί δεμένο στο άνω ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100\,N/m$ του οποίου το άλλο άκρο είναι σταθερά προσαρμοσμένο στο οριζόντιο έδαφος. Από ύψος $h=5\mathrm{m}$ πάνω από το δίσκο ρίχνουμε κατακόρυφα με αρχική ταχύτητα $u_0=10\,m/s$ ένα σώμα μάζας $m=1\,kg$, το οποίο συγκρούεται πλαστικά με το δίσκο.
   a. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα θα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση
   b. Να βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης
   c. Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης
   d. Να βρείτε το πλάτος Α της ταλάντωσης. Δίνεται $g=10\,m/s^2$

$$\left[0,2\pi\sqrt{10}\sec,\,0,1\,m\,,\frac{\sqrt{21}}{10}\,m\right]$$

21. Ένα σώμα εκτελεί α.α.τ. σε λείο οριζόντιο επίπεδο, χωρίς αρχική φάση. Η απόσταση των δυο ακραίων θέσεων της τροχιάς του σώματος είναι $d=0,4\,m$ και ο χρόνος μετάβασης του από τη μια ακραία θέση στην άλλη είναι $\Delta t=\frac{\pi}{10}\,s$. Όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση $x=0,1\,m$, η κινητική του ενέργεια είναι $K=3\mathrm{j}$.

Α. Να υπολογίσετε:
   1. Το πλάτος και τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης
   2. Τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης
   3. Το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα κατά την κίνηση του από τη θέση $x=0,1\,m$ έως τη θέση όπου η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι $U=2\mathrm{j}$.

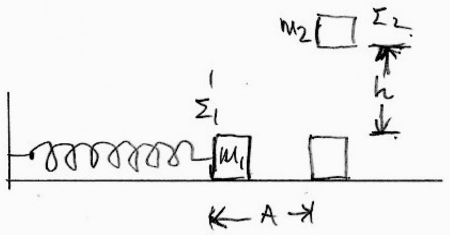
Β. Τη στιγμή που το σώμα φθάνει στη μέγιστη θετική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του, συνενώνεται ακαριαία με άλλο αρχικά ακίνητο σώμα τριπλάσιας μάζας. Ποια από τα μεγέθη: πλάτος, σταθερά επαναφοράς και γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης μεταβάλλονται και ποιες είναι οι νέες τιμές τους;

$$[A=0,2\,m,,,\omega=10\,rad/s,,,D=200\,N/m,,,W_F=-1\mathrm{j},,,\{\omega'=5\,rad/s]¿$$

22. Δίσκος μάζας $M=2\,kg$ έχει προσδεθεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=100\,N/m$, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. πάνω στο δίσκο τοποθετείται σώμα μάζας $m=1\,kg$ και το σύστημα ισορροπεί. Τη χρονική στιγμή $t=0$ με κατάλληλο μηχανισμό το σώμα εκτινάσσεται απότομα κατακόρυφα προς τα επάνω με ταχύτητα μέτρου $u=4\mathrm{m}/s$ και στη συνέχεια απομακρύνεται. Μετά την εκτίναξη του σώματος, ο δίσκος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με περίοδο Τ.
    a. το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά ο δίσκος, αμέσως μετά την εκτίναξη του σώματος.
    b. Το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου.
    c. Το λόγο της κινητικής ενέργειας προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του δίσκου τη χρονική στιγμή $t=T$.
    d. Τη μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο δίσκο.
    e. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\,m/s^2$.

$[u=2\mathrm{m}/s ,,, A=0{,}3\,m ,,, K/U=8/1 ,,, F_{\varepsilon\lambda(\max)}=50\,N]$

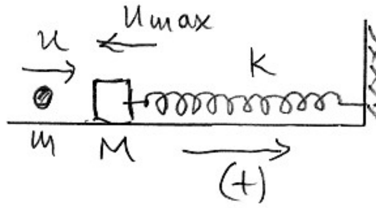
23. Σώμα Σ$_1$ μάζας $m_1 1\,kg$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατήριου, σταθεράς $K=100\,N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα Σ$_1$ εκτελεί α.α.τ. με εξίσωση $x=0{,}2\,\eta\mu\omega t$ (S.I.). Ακριβώς πάνω από τη θέση ισορροπίας του σώματος Σ$_1$ και σε ύψος h βρίσκεται ένα δεύτερο σώμα Σ$_2$ μάζας $m_2=1\,kg$. Το σώμα Σ$_2$ αφήνεται ελεύθερο, όταν το σώμα Σ$_1$ βρίσκεται στη μέγιστη αρνητική απομάκρυνση του, και προσκολλάται στην πάνω επιφάνεια του σώματος Σ$_1$, όταν αυτό διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά. Να υπολογίσετε:



    a. Τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης του σώματος Σ$_1$.
    b. Το ύψος h από το οποίο αφέθηκε το σώμα Σ$_2$.
    c. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την πλαστική κρούση
    d. Τη μεταβολή της ενέργειας της ταλάντωσης εξαιτίας της κρούσης. Δίνεται $g=10\,m/s^2$ και $\pi^2=10$.

$[1.76/356 ,,, 10\,rad/s ,,, 12{,}5\,cm ,,, 10\sqrt{2}\,cm ,,, -1\mathrm{j}]$

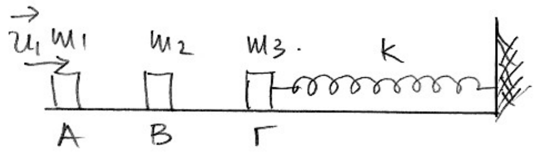
24. Σώμα μάζας $M=1\,kg$ είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατήριου σταθεράς $K=100\,N/m$ και ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μετακινούμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του, ώστε το ελατήριο να επιμηκυνθεί κατά $\Delta\ell=0{,}2\,m$, και όταν το αφήνουμε ελεύθερο εκτελεί Α.Α.Τ. Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά την αρνητική φορά, βλήμα μάζας $m=0{,}005\,kg$, κινούμενο κατά τη θετική φορά με ταχύτητα μέτρου $u_1=400\,m/s$, προσκρούει στο σώμα, το διαπερνά και εξέρχεται από αυτό με ταχύτητα μέτρου $u_2=100\,m/s$.



    a. Για την ταλάντωση του σώματος πριν την κρούση, να υπολογίσετε
        1. Τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης
        2. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος
    b. Για την ταλάντωση του σώματος μετά την κρούση
        1. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης
        2. Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο αν ως χρονική στιγμή $t=0$ θεωρηθεί η στιγμή της κρούσης.

$[1.78/357 ,,, 10\,rad/s ,,, 2\mathrm{m}/s ,,, 0{,}05\,m ,,, u=0{,}5\,\sigma\upsilon\nu(10t+\pi)]$

25. σώμα Α μάζας $m_1=1\,kg$ κινείται με ταχύτητα $u_1=4\mathrm{m}/s$ πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Β μάζας $m_2\,3\,kg$. Στη συνέχεια, το σώμα Β συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με άλλο ακίνητο σώμα Γ μάζας $m_3=3\,kg$, το οποίο είναι δεμένο στο άκρο ελατήριου σταθεράς $K=600\,N/m$.

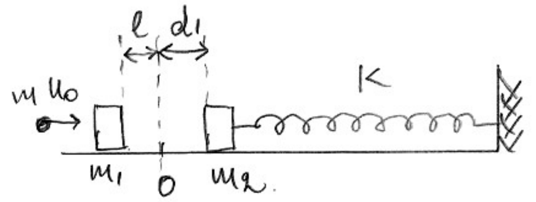


A. Να υπολογίσετε:
  a. Τις ταχύτητες των σωμάτων Α και Β μετά την ελαστική κρούση
  b. Την ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την πλαστική κρούση.

B. μετά την πλαστική κρούση το συσσωμάτωμα συμπιέζει το ελατήριο και το σύστημα εκτελεί α.α.τ. Να υπολογίσετε:
  1. Το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος
  2. Το λόγο της ενέργειας της ταλάντωσης του συστήματος προς την αρχική κινητική ενέργεια του σώματος Α πριν την ελαστική κρούση

$[1.79/357,,,-2\mathrm{m}/s,,,2\mathrm{m}/s,,,1\mathrm{m}/s,,,0{,}1\,m,,,3/8]$

26. Βλήμα μάζας m κινούμενο με ταχύτητα μέτρου $u_0=16\,m/s$, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα Α μάζας $m_1=3m$ που βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο και σε απόσταση $\ell=15{,}7\,cm$ από σημείο Ο του επιπέδου στην ευθεία κίνησης του βλήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα. σώμα Β μάζας $m_2=4\mathrm{m}$ είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατήριου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ο άξονας του ελατήριου συμπίπτει με τη διεύθυνση κίνησης του βλήματος. Αρχικά το ελατήριο είναι συμπιεσμένο, ώστε το σώμα Β να απέχει απόσταση d_1 από το σημείο Ο που αντιστοιχεί στη θέση του φυσικού μήκους του ελατήριου. Τη χρονική στιγμή που το βλήμα προσκρούει στο σώμα Α, το σώμα Β αφήνεται ελεύθερο. Το συσσωμάτωμα του βλήματος και του σώματος Α κινούμενο με ταχύτητα μέτρου u_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Β τη στιγμή που αυτό έχει τη μέγιστη ταχύτητα του για πρώτη φορά. Να υπολογίσετε:



a. Το μέτρο u_1 της ταχύτητας του συσσωματώματος.
b. Το μέτρο u_2' της ταχύτητας του σώματος Β αμέσως μετά την κρούση του με το συσσωμάτωμα
c. Την περίοδο ταλάντωσης του σώματος Β
d. Το νέο πλάτος ταλάντωσης d_2 της ταλάντωσης του σώματος Β μετά την κρούση του με το συσσωμάτωμα.

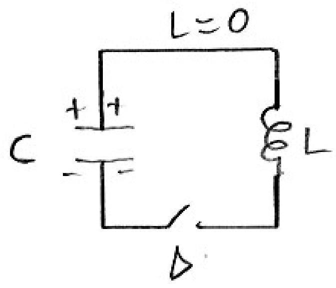
$[1.80/358,,,4\mathrm{m}/s,,,4\mathrm{m}/s,,,0{,}157\,\mathrm{sec},,,0{,}1\,m]$

27. Υλικό σημείο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α και περιόδου $T=\frac{\pi}{2}s$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ είναι $x=0$ και $u=u_{\max}$. Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα διέρχεται από τη θέση $x_1=8\,cm$ με ταχύτητα $u_1=24\frac{cm}{s}$. Να βρείτε τις εξισώσεις που περιγράφουν ως συνάρτηση του χρόνου:
  a. Την απομάκρυνση
  b. Την ταχύτητα
  c. Την επιτάχυνση του υλικού σημείου.

$[0,1\,\eta\mu\,4t\,,,,0,4\,\sigma\upsilon\nu\,4t\,,,,-1,6\,\eta\mu\,4t]$

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

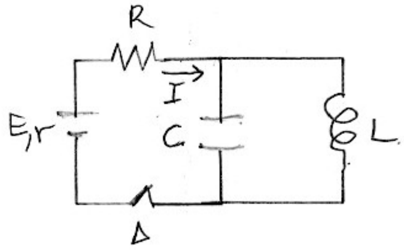
1. Ο πυκνωτής του σχήματος έχει χωρητικότητα $C=5\mu F$ και φορτίο $Q=1\mu C$, ενώ το πηνίο έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L=2mH$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ κλείνουμε το διακόπτη και το κύκλωμα εκτελεί ηλεκτρική ταλάντωση.



α) Να βρείτε την περίοδο ταλαντώσεων του κυκλώματος
β) Ποιες σχέσεις δίνουν το φορτίο q του πυκνωτή και την ένταση i του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο;
γ) Πόση είναι η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα τη χρονική στιγμή που η ενέργεια U_E του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή είναι ίση με την ενέργεια U_B του μαγνητικού πεδίου του πηνίου.
δ) Σε ποια χρονική στιγμή η ενέργεια U_E γίνεται τριπλάσια της ενέργειας U_B για πρώτη φορά;

$$2\pi 10^{-4}s,,, q=10^{-6}\sigma\upsilon\nu 10^4 t,,, i=-10^{-2}\eta\mu 10^4 t,,, i=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}10^{-2}A,,, \frac{\pi}{6\cdot 10^{-4}}s,,, \frac{5\pi}{6\cdot 10^4}s$$

2. Για το κύκλωμα δίνονται: $E=20V, r=1\Omega, R=3\Omega, C=8\mu F, L=20mH$. Ο διακόπτης Δ είναι κλειστός.



Α) Πόσο είναι το φορτίο του πυκνωτή και πόση η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα;
Β) Τη χρονική στιγμή $t=0$ ανοίγουμε το διακόπτη όποτε το κύκλωμα εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις.
α) Να γράψετε τις σχέσεις που δίνουν το φορτίο του πυκνωτή και την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο.
β) Σε ποια χρονική στιγμή η ένταση του ρεύματος στο πηνίο μηδενίζεται για πρώτη φορά;
γ) Σε ποια χρονική στιγμή η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο γίνεται για πρώτη φορά ίση με την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή;

$$(5A,,, i=-5\eta\mu(2500t+\frac{3\pi}{2}),,, q=2\cdot 10^{-3}\sigma\upsilon\nu(2500t+\frac{3\pi}{2}),,, \frac{T}{4},,, \pi 10^{-4}s)$$

3. Ο πυκνωτής κυκλώματος LC, (R=0) φορτίζεται από πηγή συνεχούς τάσης με φορτίο Q. Το κύκλωμα στη συνέχεια αποσυνδέεται από την πηγή και εκτελεί αμείωτες ταλαντώσεις. Μετά πόσο χρόνο από τη στιγμή t=0, που το κύκλωμα αρχίζει να ταλαντώνεται θα είναι $U_E=U_B$ για πρώτη φορά;

$$(\frac{T}{8})$$

4. Ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρομαγνητικών ταλαντώσεων αποτελείται από πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=\frac{1}{3}mH$ και επίπεδο πυκνωτή χωρητικότητας $C=40\mu F$. Η απόσταση των οπλισμών του πυκνωτή είναι $l=1cm$ και το πλάτος της έντασης του ρεύματος είναι $I=0{,}4A$. Θεωρούμε ότι για $t=0$ είναι $q=+Q$.

a. να γράψετε τις εξισώσεις $q=f(t)$ και $i=f(t)$
b. Να βρείτε το φορτίο του πυκνωτή τη στιγμή που είναι $i=\frac{I}{2}$. Πόση είναι τότε η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή;
c. Αν τετραπλασιαστεί η απόσταση των οπλισμών του πυκνωτή καθώς το κύκλωμα ταλαντώνεται, πως θα μεταβληθούν

i. Η περίοδος
ii.Η ολική ενέργεια του κυκλώματος
iii. Το πλάτος της έντασης του ρεύματος

d. Πόση ενέργεια πρέπει να δαπανηθεί για να τετραπλασιαστεί η απόσταση των οπλισμών;

$$(\pm 40\,\mu C\,,,,100\,,,,\frac{T}{2}\,,,,τετραπλασιαζεται\,,,,διπλασιαζεται\,,,,8\cdot 10^{-5})$$

5. Ιδανικό κύκλωμα ηλεκτρομαγνητικών ταλαντώσεων αποτελείται από πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=1\,mH$ και επίπεδο πυκνωτή χωρητικότητας $C=40\,\mu F$. Ο πυκνωτής φορτίζεται από τάση $V_0=25V$. Θεωρούμε ότι για $t=0$ είναι $q=+Q$.
Α. Να γράψετε τις εξισώσεις $q=f(t)$ και $i=f(t)$.
Β. Όταν το φορτίο του πυκνωτή είναι $q=\frac{Q}{2}$, να βρείτε:
Την ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα
Το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα $(\frac{\Delta i}{\Delta t})$
Γ. Να βρείτε το φορτίο του πυκνωτή όταν είναι: $U_B=\frac{U_E}{3}$.

$$(\pm\frac{5\sqrt{3}}{2},,,12,5\cdot 10^{3})$$

6. Τα άκρα ιδανικού πυκνωτή με $C=40\,\mu F$ συνδέονται με τα άκρα ιδανικού πηνίου με $L=1\,mH$ και έτσι δημιουργείται το δίπολο ΑΒ. Στα άκρα του διπολου ΑΒ συνδέεται σύστημα που αποτελείται από διακόπτη Δ πηγή με $E=20\,V$ και αντιστάτη με αντίσταση $R=10\,\Omega$, τα οποία είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους κατά σειρά.
Α. Κλείνουμε το διακόπτη Δ. Να βρείτε το φορτίο του πυκνωτή
Β. Την στιγμή $t=0$ κλείνουμε το διακόπτη Δ. Να βρείτε αυτή τη στιγμή την ενέργεια που έχει το κύκλωμα LC.
Γ. Πόσο είναι το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή;

$$(2\cdot 10^{-3},,,4\cdot 10^{-4})$$

7. Πυκνωτής χωρητικότητας C=10μF συνδέεται με τους πόλους μιας πηγής τάσης V=4,5V. Στη συνεχεία οι οπλισμοί του πυκνωτή συνδέονται στα άκρα πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής L=9mH. Να βρείτε:
Α. τη συχνότητα f των ηλεκτρικών ταλαντώσεων που εκτελεί το κύκλωμα
Β. τη μέγιστη τιμή I της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα
Γ. την ενέργεια ταλάντωσης του κυκλώματος καθώς και τη μέγιστη ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή.

8. Σε κύκλωμα LC ισχύει L=30mH και C=1μF. Ο Πυκνωτής φορτίζεται σε τάση V=10V και τη στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη όποτε το κύκλωμα εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Να βρείτε:

a. τη μέγιστη τιμή I του ρεύματος
b. την ένταση του ρεύματος τη στιγμή που η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι V_1=5V.

9. Πυκνωτής με χωρητικότητα $C=2\mu F$ και ιδανικό πηνίο με συντελεστή $L=60\,mH$ συνδέονται μεταξύ τους μέσω διακόπτη. Την στιγμή $t=0$ ο πυκνωτής είναι φορτισμένος σε τάση $V_0=300V$ και κλείνουμε το διακόπτη.
Α) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
Β) Τη χρονική στιγμή που υποτετραπλασιάζεται η αρχική ηλεκτρική ενέργεια του πυκνωτή για πρώτη φορά, να βρείτε:

α) την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα
β) την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο
γ) το ρυθμό μεταβολής της τάσης στους οπλισμούς του πυκνωτή.

$$[I=\sqrt{3}A,,,i=-1,5A,,,U_B=6,75\cdot 10^{-2}\ j,,,\frac{dV_C}{dt}=-75\cdot 10^{-4}V/s]$$

10. Πυκνωτής χωρητικότητας C=1μF είναι φορτισμένος με φορτίο $Q=4x10^{-10}C$. Ο Πυκνωτής συνδέεται μέσω διακόπτη με πηνίο. Τη στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη και το κύκλωμα κάνει ηλεκτρικές ταλαντώσεις με περίοδο T=0,05s. Να βρείτε:

a. το συντελεστή αυτεπαγωγής L του πηνίου
b. τη μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος
c. τις χρονικές στιγμές στη διάρκεια της πρώτης περιόδου όπου το φορτίο του πυκνωτή μηδενίζεται
d. την ενέργεια του μαγνητικού πεδίου του πηνίου τη χρονική στιγμή t=1/120s.

11. Σε κύκλωμα ηλεκτρικών ταλαντώσεων με L=2mH και C=20μF τη χρονική στιγμή t=0 κλείνουμε το διακόπτη. Αν η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος είναι I=0,1A, να βρείτε:

a. Τη μέγιστη τιμή της ενέργειας U_E του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή
b. Την τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή τη στιγμή που οι ενέργειες U_E και U_B είναι ίσες
c. Την ένταση i του ρεύματος τη στιγμή που η ενέργεια U_E είναι τριπλάσια της U_B.

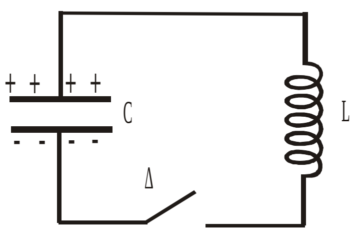
$$\left[10^{-5}j,\frac{\sqrt{2}}{2}V,\frac{1}{20}A\right]$$

12. Οι οπλισμοί ενός πυκνωτή χωρητικότητας C=8μF φέρονται στιγμιαία σε επαφή με τους πόλους πηγής τάσης V=4V. Στη συνέχεια η πηγή απομακρύνεται και τη χρονική στιγμή t=0 ο πυκνωτής συνδέεται στα άκρα πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής L=20mH. Να βρείτε:

d. Το φορτίο του πυκνωτή τη χρονική στιγμή $t_1=9\pi\cdot 10^{-4}\sec$
e. Την ένταση του ρεύματος τη χρονική στιγμή t_1
f. Τις ενέργειες του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή και του μαγνητικού πεδίου του πηνίου την ίδια χρονική στιγμή.

$$\left[16\sqrt{2}\mu Cb,-4\sqrt{2}\cdot 10^{-2}A,32\cdot 10^{-6}j,32\cdot 10^{-6}j\right]$$

13. Το ηλεκτρικό κύκλωμα του σχήματος αποτελείται από πυκνωτή με χωρητικότητα $C=2\cdot 10^{-5}F$, ένα ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=0,05H$ και διακόπτη Δ όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα. Αρχικά ο διακόπτης Δ είναι ανοικτός και ο πυκνωτής είναι φορτισμένος με ηλεκτρικό φορτίο $Q=2\cdot 10^{-5}C$. Οι αγωγοί σύνδεσης έχουν αμελητέα αντίσταση.

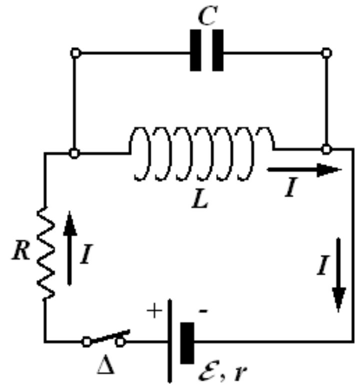


Τη χρονική στιγμή $t=0$ κλείνουμε το διακόπτη Δ. Να υπολογίσετε:

α. την περίοδο της ηλεκτρικής ταλάντωσης
β. το πλάτος της έντασης του ρεύματος
γ. την ένταση του ρεύματος τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή είναι $Q'=3\cdot 10^{-7}C$.

Δίνεται: $\pi=3,14$.

14. Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος, τα χαρακτηριστικά στοιχεία της πηγής είναι $E = 20\ \text{V}$ και $r = 1\ \Omega$. Η ωμική αντίσταση έχει τιμή $R = 9\ \Omega$, ο συντελεστής αυτεπαγωγής του ιδανικού πηνίου είναι $L = 0,4\ \text{mH}$ και η χωρητικότητα του πυκνωτή $C = 25\ \mu\text{F}$. Ο διακόπτης Δ είναι κλειστός για αρκετό χρόνο και ανοίγει τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Να υπολογίσετε:



α. Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το πηνίο και το φορτίο του πυκνωτή πριν το άνοιγμα του διακόπτη.
β. Την περίοδο και την ολική ενέργεια της ηλεκτρικής ταλάντωσης.
γ. Τις χρονικές συναρτήσεις του φορτίου στους οπλισμούς του πυκνωτή και της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα, μετά το άνοιγμα του διακόπτη.
δ. Την τιμή του λόγου U_E / U_B τη στιγμή που το φορτίο του πυκνωτή έχει την τιμή $q = -Q/2$.

15. Πυκνωτής χωρητικότητας $C=100\ \mu F$ συνδέεται μέσω διακόπτη με ιδανικό πηνίο που έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L=10\,mH$ και το κύκλωμα εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Κάποια χρονική στιγμή t το φορτίο του πυκνωτή είναι $q=\sqrt{3}\,mC$ και η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα είναι $i=1\text{A}$. Να υπολογίσετε:

α) την γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης του συστήματος
β) την μέγιστη τιμή του φορτίου στον πυκνωτή
γ) την μέγιστη τιμή της έντασης στο κύκλωμα
δ) τον λογο $\dfrac{U_B}{U_E}$ την χρονική στιγμή t .

$[10^3 rad/s\ ,,, 2\cdot 10^{-3} C\ ,,, 2\text{A}\ ,,, 1/3]$

16. Πυκνωτής με $C=100\ \mu F$ και πηνίο με $L=10\,mH$ συνδέονται μεταξύ τους μέσω διακόπτη. Την στιγμή μηδέν το φορτίο στον πυκνωτή έχει μέγιστη τιμή $Q=10^{-3}C$. Κλείνουμε τον διακόπτη και το κύκλωμα εκτελεί αμείωτες ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Να υπολογίσετε:

α) την κυκλική συχνότητα των ηλεκτρικών ταλαντώσεων
β) το πλάτος του ρεύματος
γ) το φορτίο που έχει ο οπλισμός που ήταν θετικά φορτισμένος της στιγμή μηδέν, όταν η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο είναι τριπλάσια της ενέργειας στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή.

$[10^3 rad/s\ ,,, 1\text{A}\ ,,, \pm 5\cdot 10^{-4} C]$

17. Ιδανικό πηνίο με $L=4\,mH$ συνδέεται μέσω διακόπτη με πυκνωτή που έχει $C=10\ \mu F$. Αρχικά ο διακόπτης είναι ανοιχτός και ο Πυκνωτής φορτισμένος. Την στιγμή μηδέν Κλείνουμε τον διακόπτη και το κύκλωμα εκτελεί ταλαντώσεις με ολική ενέργεια $E=0,8\ j$. Να υπολογίσετε:

α) την κυκλική συχνότητα του κυκλώματος
β) να γράψετε την εξίσωση του φορτίου στον οπλισμό του πυκνωτή που ήταν θετικά φορτισμένος την στιγμή μηδεν
γ) να γράψετε την εξίσωση του ρεύματος στο κύκλωμα

$[\omega=5\cdot 10^3 rad/s\ ,,, q=4\cdot 10^{-3}\sigma\upsilon\nu\, 5\cdot 10^3 t\ ,,, i=-20\,\eta\mu\, 5\cdot 10^3 t]$

18. Κύκλωμα LC εκτελεί ηλεκτρικές ταλαντώσεις με $Q=100\,\mu C$. Κάποια στιγμή t το φορτίο του οπλισμού Α που τη στιγμή μηδέν ήταν θετικά φορτισμένος, είναι $q=60\ \mu C$ και συνεχίζει να αυξάνεται, ενώ το ρεύμα στο κύκλωμα είναι $i=80\,mA$. Να υπολογίσετε:

α) την γωνιακή συχνότητα των ταλαντώσεων β) το ρυθμό με τον οποίο το φορτίο αποθηκεύεται στον θετικό οπλισμό του πυκνωτή τη χρονική στιγμή t

γ) το ρυθμό μεταβολής της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα τη χρονική στιγμή t .

$[\omega = 1000\, rad/s ,,, 8 \cdot 10^{-2} C/s ,,, -60\, A/s]$

ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ -ΣΥΝΘΕΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

1. Στο ένα άκρο ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100\,{}^{N}\!/_{m}$ είναι συνδεδεμένο σώμα μάζας $m=1\,kg$, το οποίο μπορεί να κινείται πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου στερεώνεται σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του, κατά την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, κατά $A_0=0{,}2\,m$ και το αφήνουμε ελεύθερο. Λόγω τριβών το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται κατά 2% μετά από κάθε πλήρη ταλάντωση.

Ποια είναι η ιδιοσυχνοτητα f_0 του ταλαντωτή;

Πόση ενέργεια αφαιρείται από τον ταλαντωτή μέσω του έργου των τριβών στη διάρκεια της πρώτης περιόδου;

Πόση ενέργεια πρέπει να μεταφερθεί στον ταλαντωτή, μέσω του έργου εξωτερικής περιοδικής δύναμης σε χρόνο $t=62{,}8\,s$, ώστε να εκτελεί αμείωτες ταλαντώσεις με συχνότητα f_0 ;

$$\left(\frac{5}{\pi}Hz\ ,,,\ 0,0792\ j\ ,,,\ 7,92\ j\right)$$

2. Ένα σώμα μάζας $m=0{,}2\,kg$ εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1=6\,\eta\mu\,2\pi t$ και $x_2=8\,\sigma\upsilon\nu\,2\pi t$ της ίδιας διεύθυνσης και με την ίδια θέση ισορροπίας. (x_1, x_2 σε cm, t σε sec) Να βρείτε:

a. Την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης
b. Την ενέργεια της ταλάντωσης
c. Την ταχύτητα του σώματος στη θέση όπου η απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας είναι $x=6\,cm$.

$$\left(\ x=10\,\eta\mu(2\pi t+\theta)\ ,,\ \varepsilon\varphi\theta=\frac{4}{3}\ ,,,\ 4\pi^2 10^{-3}\ j\ ,,,\ 16\pi\,\frac{cm}{s}\right)$$

3. Οι εξισώσεις δυο α.α.τ. που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας είναι $x_1=4\,\eta\mu\,2t$ και $x_2=4\,\eta\mu\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)$. (x_1, x_2 σε cm)

a. Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης
b. Να βρείτε την ταχύτητα και την επιτάχυνση του σώματος τη στιγμή $t=\frac{\pi}{4}\sec$.

$$\left(x=4\sqrt{3}\,\eta\mu\left(2t+\frac{\pi}{6}\right)\ ,,,\ u=-4\sqrt{3}\,\frac{cm}{s}\ ,,,\ a=-24\,\frac{cm}{s^2}\right)$$

4. Ένα σώμα μάζας $m=1\,kg$ εκτελεί ταυτόχρονα δυο α.α.τ. με εξισώσεις $x_1=10\,\eta\mu\left(3\pi t+\frac{\pi}{3}\right)$ και $x_2=10\,\eta\mu\left(3\pi t-\frac{\pi}{6}\right)$ της ίδιας διεύθυνσης και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. (x_1, x_2 σε cm)

c. Να βρείτε τη διαφορά φάσης των δυο ταλαντώσεων
d. Να γράψετε την εξίσωση της α.α.τ. που προκύπτει
e. Ποια είναι η σταθερά D της συνισταμένης ταλάντωσης
f. Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα σε συνάρτηση με τον χρόνο.

$$\left(\frac{\pi}{2}rad\ ,,,\ x=10\sqrt{2}\,\eta\mu\left(3\pi t+\frac{\pi}{12}\right)\ ,,,\ D=9\pi^2\,\frac{N}{m}\ ,,,\ F=-0{,}9\sqrt{2}\,\pi^2\,\eta\mu\left(3\pi t+\frac{\pi}{12}\right)\right)$$

5. Ενα σώμα μάζας $m=1\,kg$ εκτελεί ταυτόχρονα δυο α.α.τ. πάνω στην ίδια ευθεία και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι εξισώσεις των δυο ταλαντώσεων είναι αντίστοιχα $x_1=4\,\eta\mu\,10t$ και $x_2=4\,\eta\mu\left(10t+\frac{\pi}{3}\right)$, (τα x_1, x_2 σε cm και t σε $\sec$)

α) να γράψετε την εξίσωση της κίνησης του σώματος β) να προσδιορίσετε σε ποια θέση του θετικού ημιάξονα η κινητική ενέργεια γίνεται τριπλάσια της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης

γ) να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της τιμής της ταχύτητας του σώματος, όταν αυτό βρίσκεται στην προηγουμένη θέση του και κινείται κατά τη θετική φορά.

$$[x=4\sqrt{3}\,\eta\mu(10t+\frac{\pi}{6}),,,\ x=2\sqrt{3}\,cm,,,\ \frac{du}{dt}=-2\sqrt{3}\,m/s^2]$$

6. Ένα σώμα μάζας $m=2\,kg$ εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με πλάτος το οποίο μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση $A_K=0{,}8\,e^{-t\ell n4}$. Αν η περίοδος της ταλάντωσης είναι $T=0{,}5\,s$ να υπολογίσετε:

α) σε πόσο χρόνο το πλάτος της ταλάντωσης θα υποδιπλασιαστεί

β) το χρονικό διάστημα Δt που απαιτείται ώστε το πλάτος από $A_1=0{,}4\,m$, να γίνει $A_3=0{,}1\,m$.

γ) Το ποσοστό της αρχικής ενέργειας που χάνεται κατά το χρονικό διάστημα Δt

δ) πόση ενέργεια έχει η ταλάντωση έπειτα από χρόνο 2s ;

Να θεωρήσετε ότι $\pi^2=10$

$$[t=0{,}5\,s,,,\ \Delta t=1s,,,\ \frac{375}{16}\%,,,\ E_K=0{,}4\,j]$$

7. Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με περίοδο $T=0{,}01\,s$ και πλάτος $A_K=0{,}64\,e^{-\Lambda t}$, όπου $k=0,1,2\ldots$ Έπειτα από $N_1=10$ πλήρεις ταλαντώσεις το πλάτος είναι $0{,}32\,m$.

α) να υπολογίσετε την σταθερά Λ

β) να δείξετε ότι ο λόγος δυο διαδοχικών τιμών του πλάτους είναι σταθερός και να υπολογίσετε την τιμή του

γ) να δείξετε ότι ο λόγος δυο διαδοχικών τιμών της ενέργειας της ταλάντωσης είναι σταθερός και να υπολογίσετε την τιμή του

δ) να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης όταν γίνουν ακόμα $N_2=40$ πλήρεις ταλαντώσεις.

Δίνεται ότι $\ell n2\simeq 0{,}7$.

$$[\Lambda=7s^{-1},,,\ A_0/A_1=e^{0{,}07},,,\ E_0/E_1=e^{0{,}14},,,\ A_{50}=2\,cm]$$

8. Σώμα εκτελεί φθίνουσα α.α.τ. πλάτους $A_K=A_0\,e^{-5t}$. Έπειτα από κάθε πλήρη ταλάντωση η ενέργεια ταλάντωσης μειώνεται κατά 19 . Αν γνωρίζετε ότι $\ell n2\simeq 0{,}7$ και $\ell n\frac{10}{9}\simeq 0{,}1$, να βρείτε:

α) την επί τοις % μεταβολή του πλάτους ταλάντωσης έπειτα από κάθε πλήρη ταλάντωση

β) την περίοδο της ταλάντωσης

γ) ποια χρονική στιγμή t_1 υποτετραπλασιάζεται η ενέργεια της ταλάντωσης;

δ) το ποσοστό της αρχικής ενέργειας της ταλάντωσης που έχει το σώμα την χρονική στιγμή $t_2=0{,}28\,s$.

$$[\Delta A_k/A_K\,100=-10\%,,,\ T=0{,}02\,s,,,\ t_1=0{,}14\,s,,,\ E_K/E_0=6{,}25]$$

9. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A=A_0\,e^{-\Lambda t}$. Σε χρόνο $20\,s$, από την έναρξη της ταλάντωσης το σύστημα έχει εκτελέσει $N_1=10$ πλήρεις ταλαντώσεις και το αρχικό πλάτος έχει μειωθεί στο μισό. Να υπολογίσετε:

α) την περίοδο της φθίνουσας ταλάντωσης

β) την τιμή της σταθερής Λ

γ) το επί τοις εκατό ποσοστό μείωσης της ενέργειας της ταλάντωσης έως την στιγμή $20\,s$

δ) το πλάτος της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το πλάτος A_0 , όταν το σύστημα έχει εκτελέσει 30 πλήρεις ταλαντώσεις.

$$[T=2s,,,\ \Lambda=0{,}035\,s^{-1},,,\ \lambda=75\%,,,\ A_2=A_0/8]$$

10. Το πλάτος μιας φθίνουσας ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A=A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου $A_0=0{,}4\,m$. Ο χρόνος υποδιπλασιασμού του πλάτους είναι $T_{1/2}=5\text{s}$

α) Να προσδιορίσετε την τιμή της σταθερής Λ

β) να προσδιορίσετε το κλάσμα της αρχικής ενέργειας της ταλάντωσης που χάνεται από την στιγμή μηδέν μέχρι την στιγμή $t_1=2\text{T}_{1/2}$

γ) αν κατά την διάρκεια κάθε περιόδου το πλάτος ταλάντωσης μειώνεται κατά 10, να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης

δ) αν την στιγμή $t_1=2\text{T}_{1/2}$, η αντιτιθέμενη στην ταλάντωση του σώματος δύναμη παύει να ασκείται, θεωρώντας την στιγμή t_1 ως αρχή των χρόνων $t_{0'}$, να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από την θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε ότι η περίοδος της ταλάντωσης παραμένει ίδια και ίση με την περίοδο της φθίνουσας ταλάντωσης.

Δίνεται $\ell n2=0{,}7$ και $\ell n\dfrac{10}{9}=0{,}105$.

$$[\Lambda=0{,}14\,s^{-1},,,k=\frac{15}{16},,,T=0{,}75\,s,,,x=0{,}1\,\eta\mu\left(\frac{8\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)]$$