

ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

1. Σ'ένα σημείο Ο ενός ελαστικού μέσου υπάρχει μια πηγή κυμάτων, η οποία τη χρονική στιγμή $t=0$ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y=0,5\eta\mu\omega t$ (y σε m, t σε sec). Στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος και προς τα δεξιά της πηγής υπάρχουν δυο σημεία Α και Γ, τα οποία απέχουν από την πηγή αποστάσεις $(OA)=0,4\text{ m}$ και $(OG)=0,5\text{ m}$ αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή $t=0,5\text{ s}$ που το κύμα φτάνει στο Α η φάση της πηγής είναι $\phi=8\pi\text{ rad}$.
- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος
 - Να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας του σημείου Γ σε συνάρτηση με τον χρόνο και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση
 - Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t=0,5\text{ s}$.

$$(\psi=0,5\eta\mu 2\pi(8t-10x), u=8\pi\text{ συν } 2\pi(8t-5))$$

2. Ένα αρμονικό κύμα συχνότητας $f=500\text{ Hz}$ και πλάτους $A=2\text{ cm}$ διαδίδεται σε ελαστικό μέσο με ταχύτητα $u=360\text{ m/s}$ να βρείτε
- Το μήκος κύματος λ
 - Τη διαφορά φάσης μεταξύ δυο σημείων του ελαστικού μέσου που απέχουν μεταξύ τους $d=9/8\text{ m}$, την ίδια χρονική στιγμή
 - Τη διαφορά φάσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου σε δυο χρονικές στιγμές που διαφέρουν κατά $\Delta t=10^{-3}\text{ s}$
 - Το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου που απέχει από την πηγή του κύματος $x=2,88\text{ m}$, στην περίπτωση που λόγω συμβολής με άλλο όμοιο κύμα που διαδίδεται αντίθετα έχουμε στάσιμο κύμα.

$$\left(0,72\text{ m}, \frac{50\pi}{16}\text{ rad}, \pi\text{ rad}, 4\text{ cm}\right)$$

3. Κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση ημιτονοειδές κύμα συχνότητας $f=500\text{ Hz}$, με ταχύτητα $V=1000\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ και πλάτος $A=5\text{ cm}$.

Να υπολογίσετε:

- Το μήκος κύματος του κύματος
- Την περίοδο και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης ενός μορίου του ελαστικού μέσου
- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στην αρχή Ο του άξονα $x'x$ και τη χρονική στιγμή $t=0$ για την πηγή είναι $\psi=0, V>0$

$$kee[25/103,, 2\text{m},,, 2\cdot 10^{-3}\text{sec},,, 1000\pi\text{ rad/sec},,, \psi=0,05\eta\mu 2\pi(500t-0,5x)]$$

4. Μια πηγή Ο που βρίσκεται στη θέση $x=0$ του άξονα $x'x$ αρχίζει, τη χρονική στιγμή $t=0$, να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $\psi=0,04\eta\mu 4\pi t$ (S.I.). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα με ταχύτητα $V=50\text{ m/sec}$.

- Να υπολογίσετε το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος
- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος
- Ποια χρονική στιγμή θα αρχίσει να κινείται ένα σημείο Μ του άξονα $x'x$ που βρίσκεται στη θέση $x=500\text{ m}$;
- Τη χρονική στιγμή $t=20\text{ sec}$ να βρείτε για το σημείο Μ
 - Την απομάκρυνση του ψ από τη θέση ισορροπίας
 - Την ταχύτητα του
 - Την επιτάχυνση του

$$(26/103,, 25\text{ m},,, \psi=0,04\eta\mu 2\pi(2t-\frac{x}{25}),,, 10\text{ sec},,, 0,, 0,16\pi\text{ m/sec}) kee$$

5. Η εξίσωση ενός γραμμικού αρμονικού κύματος είναι $\psi=0,1\eta\mu 2\pi(2t-0,1x)$, (S.I.) Να βρείτε:

- a. Την ταχύτητα του κύματος
- b. Την απόσταση δυο σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία κάποια χρονική στιγμή έχουν διαφορά φάσης μεταξύ τους $\Delta\varphi = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$
- c. Την διαφορά φάσης ενός σημείου μεταξύ των χρονικών στιγμών $t_1 = 20 \text{ sec}$ και $t_2 = 25 \text{ sec}$.

[27/103,,, 20 m/sec,,, 7,5 m,,, 20π rad] kee

6. Μια πηγή O αρχίζει να εκτελεί, την στιγμή $t=0$, απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $\psi = 0,08 \eta\mu\pi t$ (S.I.). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ με ταχύτητα $V = 2 \text{ m/sec}$.
- a. Να βρείτε την περίοδο τη συχνότητα και το μήκος κύματος του κύματος
 - b. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος
 - c. Να γράψετε τις εξισώσεις που δίνουν την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σημείο M του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 2 \text{ m}$.
 - d. Να παραστήσετε γραφικά τη φάση φ της ταλάντωσης για τα διαφορά σημεία του ημιαξονα Ox , σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη x , τη χρονική στιγμή $t = 5 \text{ sec}$.

[28/104,,, 2 sec,,, 0,5 Hz,,, 4m,,, $\psi = 0,08 \eta\mu 2\pi(0,5t - 0,25x)$] kee

7. Ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται κατά την κατεύθυνση του άξονα $x'x$ σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο και έχει μήκος κύματος $\lambda = 24 \text{ m}$. Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής η οποία βρίσκεται στην αρχή O του άξονα είναι $\psi = A \eta\mu \frac{2\pi}{T} t$. κάποια χρονική στιγμή t δυο σημεία M, N του ελαστικού μέσου που βρίσκονται πάνω στον άξονα έχουν αντίστοιχα φάσεις $\varphi_1 = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$ και $\varphi_2 = \frac{20\pi}{3} \text{ rad}$.
- a. Να αποδείξετε ότι το κύμα διαδίδεται με κατεύθυνση από το σημείο N προς το σημείο M .
 - b. Να υπολογίσετε την απόσταση MN .

[29/104,,, 70 m] kee

8. Ένα ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ και έχει τα εξής χαρακτηριστικά. $A = 0,05 \text{ m}$, $\lambda = 0,8 \text{ m}$, $f = 4 \text{ Hz}$. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος σε κάθε μια από τις επόμενες περιπτώσεις:
- a. Στη θέση $x = 0$ για $t = 0$ είναι $\psi = 0$ και $u > 0$.
 - b. Στη θέση $x = 0,1 \text{ m}$ για $t = 0$ είναι $\psi = 0$ και $u > 0$.

[30/104,,, $\psi = 0,05 \eta\mu 2\pi(4t + 1,25x)$,,, $\psi = 0,05 \eta\mu 2\pi(4t + 1,25x - \frac{1}{8})$] kee

9. Το άκρο O γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, τη στιγμή $t=0$ αρχίζει να εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $\psi = 10 \eta\mu 20\pi t$ (ψ σε cm και t σε sec), οπότε διαδίδεται, κατά μήκος του ημιαξονα Ox αρμονικό κύμα με ταχύτητα $V = 1 \text{ m/sec}$.
- a. Πόσο είναι το μήκος κύματος;
 - b. Πότε αρχίζει να ταλαντώνεται ένα σημείο M του ελαστικού μέσου το οποίο απέχει από την πηγή O απόσταση $x = 2 \text{ m}$;
 - c. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου M και να υπολογίσετε την τιμή της τη χρονική στιγμή $t = 5,625 \text{ sec}$. Ποια είναι η τιμή της φάσης του σημείου M την ίδια χρονική στιγμή;
 - d. Πόσο απέχει από το σημείο M , ένα σημείο N το οποίο την ίδια χρονική στιγμή ($t = 5,625 \text{ sec}$) έχει φάση $\varphi_N = 72\pi + \frac{2\pi}{3}$; Κατά ποια φορά διαδίδεται το κύμα;

- e. Να παραστήσετε γραφικά τη μεταβολή της φάσης του σημείου M σε συνάρτηση με το χρόνο.

$$\left[35/106, 0,1 m, 2 \text{ sec}, \psi_M = 10 \eta\mu 2\pi(10t - 20), 10 \text{ cm}, \varphi_M = 72\pi + \frac{\pi}{2}, \frac{1}{120} m \right] \text{ kee}$$

10. Θεωρούμε σημειακή πηγή παραγωγής κυμάτων της οποίας η απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας δίνεται από την εξίσωση $\psi = 2 \eta\mu(2\pi t + \varphi_0)$, (t σε sec, ψ σε cm). Τη χρονική στιγμή $t=0$ η πηγή βρίσκεται στη μέγιστη θετική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας της. Όταν η πηγή περνάει από τη θέση ισορροπίας της για τρίτη φορά, το κύμα που παράγεται από αυτήν έχει διαδοθεί σε απόσταση $d = 25 \text{ cm}$.

- Να βρείτε τη γωνία φ_0
- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του άξονα $x'x$ του ελαστικού μέσου, με αρχή O τη θέση της πηγής και προς τη θετική φορά.
- Να γράψετε τις εξισώσεις που δίνουν την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση σε συνάρτηση με το χρόνο, για ένα μόριο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 10 \text{ cm}$
- Να παραστήσετε γραφικά την φάση φ της ταλάντωσης για τα διαφορά σημεία του ημιάξονα Ox σε συνάρτηση με την απόσταση τους x από την πηγή O τη χρονική στιγμή $t = 5 \text{ sec}$.
- Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t = 4,5 \text{ sec}$.

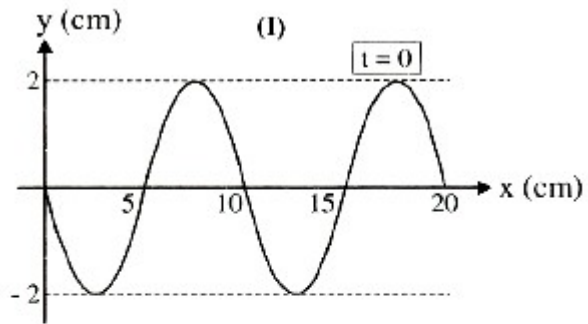
$$\left[\pi/2, \psi = 2 \eta\mu 2\pi \left(t + \frac{1}{4} - \frac{x}{20} \right), u = 4 \text{ πσυν } 2\pi \left(t - \frac{1}{4} \right), a = -8\pi^2 \eta\mu 2\pi \left(t - \frac{1}{4} \right) \right] \text{ kee}$$

11. Σε ένα σημείο Π ελαστικού μέσου βρίσκεται πηγή, η οποία τη χρονική στιγμή $t=0$ αρχίζει να παράγει αρμονικά εγκάρσια κύματα συχνότητας $f = 10 \text{ Hz}$. Σε ένα στιγμιότυπο του κύματος, η απόσταση «όρους» από τη μεθεπόμενη «κοιλιάδα» είναι $\ell = 90 \text{ cm}$. Να υπολογιστούν:

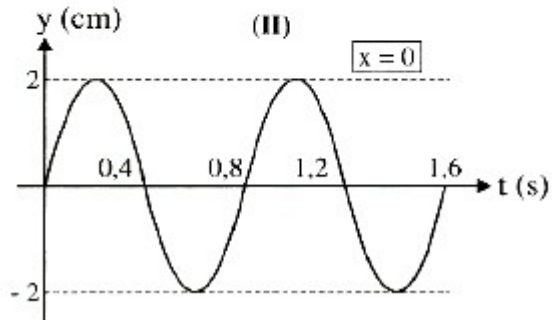
- Το μήκος κύματος και η ταχύτητα διάδοσης του κύματος
- Η απόσταση από την πηγή Π , στην οποία θα φτάσει το κύμα τη χρονική στιγμή $t = 10 \text{ sec}$, καθώς και ο αριθμός των κυματικών εικόνων που θα έχουν δημιουργηθεί
- Η συχνότητα και το μήκος κύματος του κύματος, αν κατά τη διάδοση του συναντήσει ένα δεύτερο διαφορετικό ελαστικό μέσο όπου η ταχύτητα διάδοσης του είναι $V' = 5 \frac{m}{\text{sec}}$

$$\left[0,6 m, 6m/s, 60 m, 100, 10 \text{ Hz}, 0,5 m \right] \text{ dim } 2.24/370$$

12. Στα σχήματα φαίνονται δυο γραφικές παραστάσεις για εγκάρσιο ημιτονοειδές κύμα το οποίο διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$. Θεωρούμε ως αρχή $x=0$ τη μια άκρη του γραμμικού ελαστικού μέσου. Με βάση τις πληροφορίες που παρέχουν οι γραφικές παραστάσεις (I) και (II), να βρείτε:



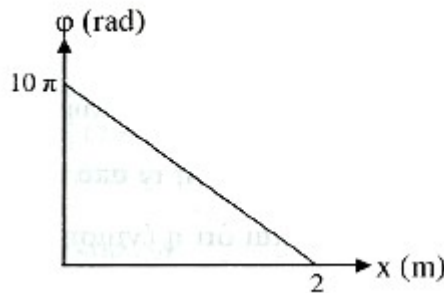
- Το μήκος κύματος και την περίοδο του κύματος
- Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος
- Την εξίσωση του κύματος
- Την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας, την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση ενός μορίου του ελαστικού μέσου το οποίο βρίσκεται στη θέση $x=10\text{ cm}$ τη χρονική στιγμή $t=0,8\text{ sec}$



- Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος κατά τη χρονική στιγμή $t=0,4\text{ sec}$.

$[0,1\text{ m},, 0,8\text{ sec},, 0,125\text{ m/sec},, \psi=0,02\text{ ημ } 2\pi(1,25t - 10x + 2) \text{ (S.I.)},, 0,005\pi\text{ m/sec}] \text{ kee}$

13. Ημιτονοειδές εγκάρσιο κύμα πλάτους $A=0,1\text{ m}$ διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου κατά τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$. Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής O, που βρίσκεται στην αρχή του άξονα $x'x$ είναι $\psi=A\eta\mu\omega t$. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή τη χρονική στιγμή $t=2\text{ sec}$.



- Να βρείτε την περίοδο του κύματος και το μήκος κύματος
- Πόση είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;
- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος
- Να βρείτε για τη χρονική στιγμή $t=4\text{ sec}$ και για το σημείο A του ελαστικού μέσου που απέχει από την πηγή O απόσταση $x=1\text{ m}$
 - Την απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας του
 - Την ταχύτητα του
 - Την επιτάχυνση του
- Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t=2\text{ sec}$.

$[0,4\text{ sec},, 0,4\text{ m},, 1\text{ m/sec},, \psi=0,1\text{ ημ } 2\pi(2,5t - 2,5x),, 0,, -0,5\pi\text{ m/sec}] \text{ kee}$

14. Μια πηγή κυμάτων εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση: $\psi=5\eta\mu 5\pi t$ (το ψ σε cm και το t σε sec). Το κύμα που παράγεται έχει μήκος κύματος $\lambda=2\text{ m}$ και διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$.

- Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος

- b. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος
 c. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του ενός σημείου A του ελαστικού μέσου διάδοσης του κύματος, το οποίο βρίσκεται στη θέση $x=4\text{m}$, τη χρονική στιγμή $t=4\text{sec}$.

$$[4\text{m/s},,5\eta\mu 2\pi(2t-x/2)]\text{dim } 225/370$$

15. Ένα αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου με ταχύτητα

$$V=40\frac{\text{m}}{\text{sec}}, \text{ προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα } x'x, \text{ ο οποίος ταυτίζεται με το γραμμικό}$$

μέσο. Κάποια χρονική στιγμή t οι φάσεις των ταλαντώσεων δυο σημείων A και B του μέσου είναι $\phi_A=15\pi\text{rad}$ και $\phi_B=45\pi\text{rad}$, αντίστοιχα. Το σημείο B βρίσκεται σε απόσταση $d=5\text{m}$ από τη θέση $x=0$ που βρίσκεται η πηγή O του κύματος και είναι το τρίτο κατά σειρά σημείο του ελαστικού μέσου που έχει μόνιμα αντίθετη απομάκρυνση και αντίθετη ταχύτητα από την πηγή O.

- a. Να εξετάσετε, αν το κύμα διαδίδεται από το σημείο A προς το B η αντίστροφα.
 b. Να υπολογίσετε την συχνότητα του κύματος
 c. Να υπολογίσετε την απόσταση των σημείων A και B
 d. Όταν το σημείο B διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, κινούμενο κατά τη θετική φορά, ποια είναι η απομάκρυνση και η φορά κίνησης του σημείου A;

$$[B \rightarrow A,,20\text{ Hz},,30\text{ m}]\text{dim } 2.27/371$$

16. Κατά μήκος μιας ελαστική χορδής μεγάλου μήκους, η οποία έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'x$, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα, προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Η εξίσωση του κύματος είναι: $\psi=0,1\eta\mu(80\pi t-8\pi x)$ (S.I.). Η πηγή O του κύματος βρίσκεται στη θέση $x=0$ του άξονα $x'x$.

- a. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της πηγής του κύματος
 b. Να βρείτε τη συχνότητα και το μήκος κύματος του κύματος
 c. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος
 d. Πόσο απέχουν μεταξύ τους δυο σημεία A και B της χορδής, στα οποία την ίδια χρονική στιγμή οι φάσεις του κύματος είναι $\phi_A=\frac{5\pi}{6}\text{rad}$ και $\phi_B=\frac{4\pi}{3}\text{rad}$, αντίστοιχα;

$$[0,1\eta\mu 80\pi t,,40\text{ Hz},,0,25\text{ m},,10\text{ m/s},,6,25\text{ cm}]\text{dim } 2.28/371$$

17. Ένα γραμμικό ελαστικό μέσο έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'x$. Μια πηγή παραγωγής ημιτονοειδών κυμάτων, η οποία βρίσκεται στην αρχή O του άξονα $x'x$, αρχίζει τη χρονική στιγμή $t=0$ να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $\psi=10\eta\mu\omega t$ (το ψ σε cm και το t σε sec). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Πάνω στον άξονα βρίσκονται δυο σημεία A και B του ελαστικού μέσου, τα οποία απέχουν από την αρχή O αποστάσεις $x_A=20\text{cm}$ και $x_B=30\text{cm}$, αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή $t=0,2\text{sec}$ το κύμα φτάνει στο σημείο A και η φάση της ταλάντωσης της πηγής είναι $\phi=8\pi\text{rad}$.

- a. Να υπολογίσετε τη συχνότητα ταλάντωσης της πηγής
 b. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος του κύματος
 c. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος
 d. Να προσδιορίσετε τα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος AB, τα οποία βρίσκονται σε συμφωνία φάσης με την πηγή του κύματος.

$$[20\text{ Hz},,5\text{ cm},,10\eta\mu 2\pi(20t-x/5),,20\text{ cm},,25\text{ cm},,30\text{ cm}]\text{dim } 2.30/372$$

18. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, το οποίο εκτείνεται στη διεύθυνση $x'x$, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα με ταχύτητα $V=2\frac{\text{m}}{\text{sec}}$. Θεωρούμε ως αρχή του άξονα ένα

σημείο O του ελαστικού μέσου, το οποίο αρχίζει να εκτελεί αμείωτη ταλάντωση τη χρονική στιγμή $t=0$, με εξίσωση: $\psi=0,1\eta\mu\pi t$ (S.I.).

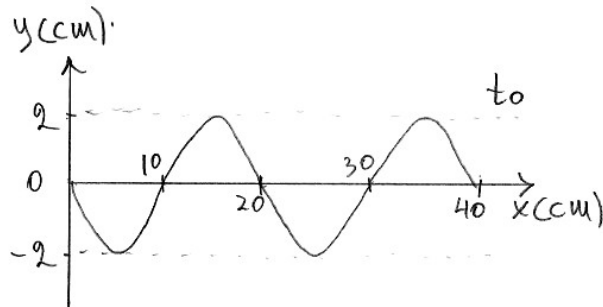
- Να βρείτε τη συχνότητα και το μήκος κύματος του κύματος
- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος
- Να παραστήσετε γραφικά σε βαθμολογημένους άξονες τη φάση Φ της ταλάντωσης για τα διαφορά σημεία του ημιαξονα Ox , σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη x τη χρονική στιγμή.
- Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $t=5\text{sec}$
 $[0,5\text{ Hz} ,,, 4\text{m} ,,, 0,1\eta\mu 2\pi(t/2 - x/4) ,,, 5\pi - \pi x/2]$ dim 2.32/373

19. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'x$, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους $A=3\text{cm}$ και συχνότητας $f=20\text{Hz}$. Το κύμα διαδίδεται στον αρνητικό ημιαξονα προς τη θετική κατεύθυνση και τη χρονική στιγμή $t=0$ φτάνει στην αρχή O του άξονα $x'x$. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $V=4\frac{m}{\text{sec}}$.

- Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σημείου B του μέσου που βρίσκεται στη θέση $x=-45\text{cm}$ του άξονα σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων του σημείου B και ενός σημείου Γ του μέσου, το οποίο βρίσκεται στη θέση $x=+45\text{cm}$ του άξονα.
- Ποια είναι η απομάκρυνση του σημείου B , όταν το σημείο Γ βρίσκεται στη μέγιστη αρνητική απομάκρυνση του;

$[3\eta\mu(40\pi t + 9\pi/2) ,,, 9\pi\text{rad} ,,, +3\text{cm}]$ dim 2.35/374

20. Κατά μήκος ενός σχοινού, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'x$, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η αρχή O του άξονα ταυτίζεται με το αριστερό άκρο του σχοινού, το οποίο αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση τη χρονική στιγμή $t=0$ με εξίσωση $\psi=A\eta\mu 5\pi t$ (το ψ σε cm και το t σε sec). Στο διάγραμμα του σχήματος δίνεται ένα στιγμιότυπο του κύματος που διαδίδεται κατά μήκος του σχοινού, κατά τη χρονική στιγμή t_0 .



- Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή t_0
- Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος
- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος
- Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων δυο σημείων του σχοινού, στα οποία το κύμα φτάνει με διαφορά χρόνου $\Delta t=1\text{sec}$

$[0,8\text{ s} ,,, 0,5\text{m/s} ,,, 2\eta\mu\pi(5t - x/10) ,,, 5\pi\text{rad}]$ dim 2.36/375

21. Κατά μήκος ενός γραμμικού ομογενούς ελαστικού μέσου, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'x$, διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα με πλάτος $A=10\text{cm}$, με μήκος κύματος $\lambda=20\text{cm}$ και ταχύτητα $V=2\frac{m}{\text{sec}}$. Το κύμα διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση και τη χρονική στιγμή $t=0$ φτάνει στο σημείο O , αρχή του άξονα $x'x$. Για το σημείο O δίνεται ότι τη χρονική στιγμή $t=0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο κατά την αρνητική κατεύθυνση.

- Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου O σε συνάρτηση με το χρόνο
- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος

- c. Να σχεδιάσετε τη μορφή του ελαστικού μέσου, δεξιά του σημείου O, τη χρονική στιγμή $t=T$, όπου T η περίοδος του κύματος.

$$[0,1 \eta\mu(20\pi t + \pi),, 0,1 \eta\mu[2\pi(10t - 5x) + \pi] \text{ dim } 2.37/376$$

22. Ημιτονοειδές κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα $x'x$ σε γραμμικό ομογενές ελαστικό μέσο. Η πηγή του κύματος βρίσκεται στην αρχή O του άξονα. Η εξίσωση του κύματος είναι: $\psi = 0,2 \eta\mu(0,5\pi x - 20\pi t)$ (S.I.).

- a. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του κύματος
 b. Να γράψετε την εξίσωση της ταλάντωσης της πηγής του κύματος
 c. Να σχεδιάσετε τη μεταβολή της φάσης Φ του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή του κύματος κατά τη χρονική στιγμή $t=0,3 \text{ sec}$.

$$[40 \text{ m/s},, 0,2 \eta\mu(20\pi t + \pi),, 7\pi - \pi x/2] \text{ dim } 2.38/376$$

23. Κατά μήκος ενός ελαστικού νήματος μεγάλου μήκους, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα

$x'x$, διαδίδεται ένα εγκάρσιο αρμονικό κύμα με ταχύτητα $V = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$, προς τη θετική

κατεύθυνση του άξονα. Ένα σημείο M του νήματος το οποίο βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα, σε απόσταση $x_M = 2 \text{ m}$ από την αρχή O του άξονα, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $\psi_M = 0,1 \eta\mu 8\pi t$ (S.I.).

- a. Να υπολογίσετε το μήκος του κύματος του κύματος.
 b. Να γράψετε την εξίσωση της πηγής του κύματος, η οποία βρίσκεται στην αρχή O του άξονα.
 c. Να βρείτε τη διαφορά φάσης $\Delta\Phi = \Phi_B - \Phi_\Gamma$ μεταξύ των ταλαντώσεων δυο σημείων $B(x_B = -0,5 \text{ m})$ και $\Gamma(x_\Gamma = +2,5 \text{ m})$ του νήματος, την ίδια χρονική στιγμή.
 d. Ποιο είναι το μέτρο της μέγιστης επιτάχυνσης του σημείου Γ; δίνεται $\pi^2 = 10$.

$$[1 \text{ m},, 0,1 \eta\mu(8\pi t + 4\pi),, 6\pi \text{ rad},, 64 \text{ m/s}^2] \text{ dim } 2.39/376$$

24. Σημείο O ενός οριζόντιου γραμμικού ελαστικού μέσου εκτελεί ταυτόχρονα δυο κατακόρυφες ταλαντώσεις, οι οποίες γίνονται γύρω από το σημείο O και περιγράφονται από τις εξισώσεις:

$$\psi_1 = 10 \eta\mu 2\pi t \quad \text{και} \quad \psi_2 = 10 \sqrt{3} \sigma\upsilon\nu 2\pi t \quad (\text{τα } \psi_1 \text{ και } \psi_2 \text{ σε cm και το } t \text{ σε sec}).$$

- a. Να αποδείξετε ότι η κίνηση του σημείου O παράγει αρμονικό κύμα
 b. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που διαδίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα $x'x$, ο οποίος ταυτίζεται με το ελαστικό μέσο και έχει ως αρχή το σημείο O.

$$\text{δίνεται ότι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι } V = 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}}.$$

- c. A) δυο σημεία B και Γ του μέσου βρίσκονται σε αποστάσεις $x_B = 3 \text{ m}$ και $x_\Gamma = 8 \text{ m}$ αντίστοιχα, από το σημείο O. Αν κάποια χρονική στιγμή t η φάση της

ταλάντωσης του σημείου B είναι $\phi_B = \frac{14\pi}{3} \text{ rad}$, ποια είναι η φάση ϕ_Γ της ταλάντωσης του σημείου Γ την ίδια χρονική στιγμή;

- d. Ποια είναι η φυσική σημασία της τιμής της φάσης ϕ_Γ της ταλάντωσης του σημείου Γ ;

[$20 \eta\mu(2\pi t + \pi/3)$, , $20 \eta\mu[2\pi(t-x/2) + \pi/3]$, , $-\pi/3$, , το κύμα δεν έχει φτάσει ακόμη στο σημείο Γ] dim 2. 40/377

25. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά σε οριζόντια ελαστική χορδή που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα $x'x$. Η πηγή O του κύματος στη θέση $x=0$ τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει απομάκρυνση $y=0$ και θετική ταχύτητα. Το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται κάθε υλικό σημείο της χορδής είναι $u_{\max} = 1,57 \text{ m/s}$. Το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1 περιγράφεται από την εξίσωση $y = 0,05 \eta\mu\pi(3-x)$ (S.I.).

- α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος
 β. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή t_1 .
 γ. Να απεικονίσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή t_1 .
 δ. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του υλικού σημείου της χορδής που βρίσκεται στη θέση $x=0$ τη χρονική στιγμή t_1 .

$$[\lambda = 2\text{m}, , t_1 = 0,3\text{s}, , u = -1,57 \text{ m/s}]$$

26. Επάνω στην επιφάνεια υγρού που ηρεμεί πέφτουν με σταθερό ρυθμό 150 σταγόνες το λεπτό. Η απόσταση μεταξύ δυο σημείων, τα οποία κατά την ίδια χρονική στιγμή έχουν διαφορά φάσης $\Delta\phi = \frac{3\pi}{2}$ και βρίσκονται κατά μήκος της ίδιας ακτίνας διάδοσης του κύματος, είναι $d = 45 \text{ cm}$. Αν

γνωρίζετε ότι τα σημεία του υγρού ταλαντώνονται με μέγιστο μέτρο ταχύτητας $u_{\max} = \pi \frac{m}{s}$, να υπολογίσετε:

- a. Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος
 b. Την ενέργεια της ταλάντωσης ενός σημείου του υγρού, αν αυτό έχει μάζα $\Delta m = 2\text{g}$.
 c. Την απόσταση κατά μήκος της οποίας έχει διαδοθεί το κύμα, τη στιγμή που αφήνεται η εκατοστή σταγόνα.

$$[1,5 \text{ m/s}, , \pi^2 \text{ mJ}, , 59,4 \text{ m}]$$

27. Κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου, που έχει τη διεύθυνση του άξονα xx' , διαδίδεται γραμμικό αρμονικό κύμα με εξίσωση $\psi = -0,2 \eta\mu(4\pi x - 80\pi t)$, στο S.I. Να υπολογίσετε:

- a. Το μήκος κύματος και τη συχνότητα του κύματος
 b. Τη μέγιστη ταχύτητα και τη μέγιστη επιτάχυνση ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου
 c. Την απόσταση μεταξύ δυο σημείων του ελαστικού μέσου που ορισμένη χρονική στιγμή έχουν διαφορά φάσης $\frac{3\pi}{4}$
 d. Την απομάκρυνση ενός σημείου Λ του ελαστικού μέσου, το οποίο βρίσκεται στη θέση $x_\Lambda = 36 \text{ m}$ τη χρονική στιγμή $t_2 = 1,5 \text{ s}$. Να θεωρήσετε ότι $\pi^2 = 10$.

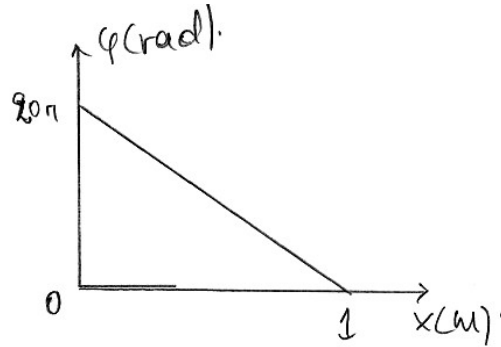
$$[40 \text{ Hz}, , 0,5 \text{ m}, , 16\pi \text{ m/s}, , 12800 \text{ m/s}^2]$$

28. Η εξίσωση ενός κύματος, το οποίο διαδίδεται κατά μήκος του άξονα xx' κατά τη θετική του φορά, είναι $\psi = 0,2 \eta\mu 2\pi(5t - x)$. Θεωρούμε ότι η πηγή των κυμάτων βρίσκεται στη θέση O του άξονα και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$ με θετική ταχύτητα. Να υπολογίσετε:

- a. Την εξίσωση απομάκρυνσης της πηγής
- b. Την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων
- c. Τη μεταβολή της φάσης της ταλάντωσης ενός σημείου Μ του ελαστικού μέσου μεταξύ των χρονικών στιγμών $t_1=2s$ και $t_2=5s$.
- d. Τη διαφορά φάσης των ταλαντώσεων δυο σημείων Μ και Ν που έχουν τετμημένες $x_M=3m$ και $x_N=6m$ την ίδια χρονική στιγμή.

$$[y=0,2\eta\mu 10\pi t,,, 5m/s,,, 30\pi rad,,, 6\pi rad]$$

29. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα των x . Η εξίσωση κίνησης της πηγής Ο που ταυτίζεται με την αρχή του άξονα των x είναι $\psi=0,05\eta\mu\omega t$. Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται η μεταβολή της φάσης φ του κύματος σε συνάρτηση με την απόσταση x από την πηγή κατά τη χρονική στιγμή $t=5s$.



- a. Να βρείτε:
 - i. Την ταχύτητα διάδοσης του κύματος
 - ii. Την εξίσωση του κύματος
 - iii. Τις εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο για την ταλάντωση που εκτελεί ένα σημείο Μ του ελαστικού μέσου, το οποίο απέχει απόσταση $x_M=0,6m$ από την πηγή Ο.

- b. Να σχεδιάσετε:
 - i. Την απομάκρυνση της ταλάντωσης του σημείου Μ με το χρόνο
 - ii. Την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Μ με το χρόνο
 - iii. Τα στιγμιότυπα του κύματος τις στιγμές $t_1=1,25s$ και $t_2=2s$

$$[0,2 m/s,,, y=0,05\eta\mu 2\pi(2t-10x),,, y_M=0,05\eta\mu 2\pi(2t-6),,, u_M=\pi/5\sigma\upsilon\nu 2\pi(10t-6),,, a_M=-4\pi^2/5\eta\mu 2\pi(10t-6)]$$

30. Η ελεύθερη άκρη οριζόντιας χορδής εκτελεί κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση συχνότητας f . Το κύμα που διαδίδεται στη χορδή έχει μήκος κύματος λ .

a. Να βρείτε τη διαφορά φάσης $\Delta\varphi$ των ταλαντώσεων δυο σημείων Μ και Ν της χορδής αν είναι $(MN)=\frac{\lambda}{3}$

b. Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης της ταλάντωσης του σημείου Μ μεταξύ δυο χρονικών στιγμών, οι οποίες διαφέρουν κατά $\Delta t=\frac{1}{2f}$

31. Η πηγή κύματος Ο αρχίζει τη χρονική στιγμή $t=0$ να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y=0,04\eta\mu\omega t$ (S.I.). Το αρμονικό κύμα που δημιουργείται διαδίδεται με ταχύτητα $u=10m/s$ κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου, κατα τη θετική φορά του άξονα $x'Ox$. Δυο σημεία του ελαστικού μέσου που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\Delta x=1,5m$ ταλαντώνονται με διαφορά φάσης

$$\Delta\varphi=\frac{3\pi}{2}rad.$$

- α. Να υπολογίσετε την περίοδο του αρμονικού κύματος.
- β. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος στο S.I.
- γ. Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης ενός στοιχειώδους τμήματος του ελαστικού μέσου μάζας $m=0,02kg$ (να θεωρήσετε το στοιχειώδες τμήμα του ελαστικού μέσου ως υλικό σημείο).
- δ. Να απεικονίσετε το στιγμιότυπο του αρμονικού κύματος τη χρονική στιγμή $t_1=0,35s$.

Θεωρείστε ότι $\pi^2 \approx 10$

$$[T=0,2\text{ s},, y=0,04\eta\mu 2\pi(5t-\frac{x}{2}),, E=1,6\cdot 10^{-2}\text{ j}]$$

32. Η εξίσωση ενός κύματος, το οποίο διαδίδεται κατά μήκος του άξονα $x x'$ κατά τη θετική του φορά, είναι $\psi=0,2\eta\mu 2\pi(5t-x)$ (SI). Θεωρούμε ότι η πηγή των κυμάτων βρίσκεται στη θέση 0 του άξονα και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t=0$ με θετική ταχύτητα. Να υπολογίσετε:

- Την εξίσωση απομάκρυνσης της πηγής
- Την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων
- Τη μεταβολή της φάσης της ταλάντωσης ενός σημείου Μ του ελαστικού μέσου μεταξύ των χρονικών στιγμών $t_1=2\text{ s}$ και $t_2=5\text{ s}$.
- Το στιγμιότυπο του κύματος την χρονική στιγμή $t=0,3\text{ s}$

33. Ένα τεντωμένο οριζόντιο σχοινί OA μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x . Το άκρο του A είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση $x=L$, ενώ το άκρο O που βρίσκεται στη θέση $x=0$ είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση $x=0$ εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του μέσου στη θέση αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ βρίσκεται στη θέση μηδενικής απομάκρυνσης κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης αυτού του σημείου του μέσου είναι $0,1\text{ m}$. Το συγκεκριμένο σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο και απέχει κατά τον άξονα x απόσταση $0,1\text{ m}$ από τον πλησιέστερο δεσμό.

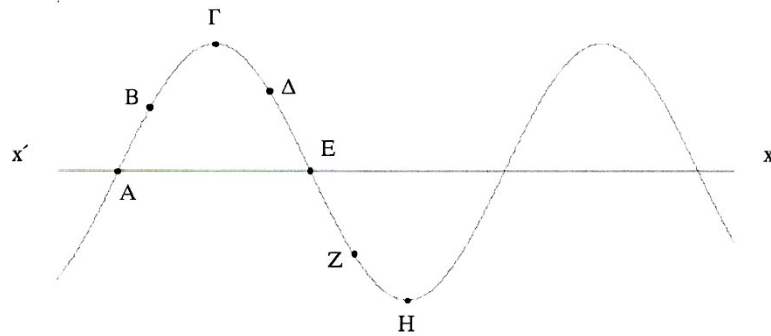
- Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος.
- Να υπολογίσετε το μήκος L .
- Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.
- Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της ταλάντωσης του σημείου του μέσου $x=0$ κατά τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας έχει τιμή $\psi=+0,3\text{ m}$.
Δίνεται $\pi=3,14$.

34. Κατά μήκος του άξονα $X'X$ εκτείνεται ελαστική χορδή. Στη χορδή διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα. Η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου

Π_1 της χορδής περιγράφεται από την εξίσωση:

$y_1=A\eta\mu 30\pi t$ (SI) ενώ η εγκάρσια απομάκρυνση ενός σημείου Π_2 , που βρίσκεται 6 cm δεξιά του σημείου Π_1 , περιγράφεται από την

εξίσωση: $y_2=A\eta\mu\left(30\pi t+\frac{\pi}{6}\right)$ (SI)



Η απόσταση μεταξύ των σημείων Π_1 και Π_2 είναι μικρότερη από ένα μήκος κύματος.

- Ποια είναι η φορά διάδοσης του κύματος;
- Ποια είναι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος;
- Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με την μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων της χορδής, να υπολογίσετε το πλάτος του κύματος.
- Στο σχήμα που ακολουθεί, απεικονίζεται ένα στιγμιότυπο του κύματος. Εκείνη τη στιγμή σε ποια από τα σημεία $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ και H η ταχύτητα ταλάντωσης είναι μηδενική και σε ποια είναι μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή); Ποια είναι η φορά της ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων B, Δ και Z ;
- Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που όταν συμβάλλει με το προηγούμενο, δημιουργεί στάσιμο κύμα.
Δίνεται $\pi=3,14$.

35. Το σημείο Ο ομογενούς ελαστικής χορδής, τη χρονική στιγμή $t=0$, αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y=0,05\eta\mu 8\pi t$ (SI) κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα $x'x$, κατά μήκος της χορδής, που διέρχεται από το σημείο Ο με ταχύτητα μέτρου 20 m/s .

- α.** Να βρεθεί ο χρόνος που χρειάζεται ένα υλικό σημείο του ελαστικού μέσου για να εκτελέσει μια πλήρη ταλάντωση.
- β.** Να βρεθεί το μήκος κύματος του αρμονικού κύματος.
- γ.** Να γραφεί η εξίσωση του ίδιου κύματος.
- δ.** Να βρεθεί το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας με την οποία ταλαντώνεται ένα σημείο της χορδής.

ΣΥΜΒΟΛΗ

- Δυο εγκάρσια αρμονικά κύματα με πλάτος $A=5\text{ cm}$, συχνότητα $f=10\text{ Hz}$ και μήκος κύματος $\lambda=10\text{ cm}$, παράγονται από δυο πηγές Π_1 και Π_2 που βρίσκονται σε φάση (σύγχρονες) και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=20\text{ cm}$.

 - Να γράψετε την εξίσωση της ταλάντωσης ενός σημείου, που απέχει από τις πηγές αποστάσεις d_1 και d_2 αντίστοιχα , μετά την συμβολή των κυμάτων σε αυτό. Ποιο είναι το πλάτος ταλάντωσης αυτού του σημείου και ποια η φάση του;
 - Πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ μένουν συνεχώς ακίνητα και πόσα ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος;
 - Να βρείτε την απομάκρυνση που θα έχει από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή $t=\frac{37}{60}\text{ s}$, ένα σημείο που απέχει από την Π_1 απόσταση $d_1=8,75\text{ cm}$ και βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$.
- Δυο πηγές Π_1 και Π_2 , οι οποίες βρίσκονται σε φάση, παράγουν στην επιφάνεια υγρού όμοια αρμονικά κύματα μήκους κύματος λ . Δυο διαδοχικές υπερβολές ενισχυτικής συμβολής τέμνουν το ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ στα σημεία Α και Β. Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ.
- Δυο σύμφωνες πηγές δημιουργούν στην επιφάνεια νερού αρμονικά κύματα πλάτους $A=1\text{ cm}$ και ίδιας συχνότητας. Να βρείτε το πλάτος ταλάντωσης ενός σημείου της επιφάνειας του νερού, του οποίου η διαφορά των αποστάσεων του από τις πηγές είναι $\lambda/4$, όταν τα κύματα συμβάλουν σε αυτό
- Δυο σύμφωνες πηγές παράγουν αρμονικά ηχητικά κύματα ίδιου πλάτους και ίδιας συχνότητας στον αέρα. Σ'ένα σημείο που απέχει $d_1=2\text{ m}$ από την μια πηγή και $d_2=2,5\text{ m}$ από την άλλη πηγή ο ήχος δεν ακούγεται. Να βρείτε τη συχνότητα των πηγών. Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι $u=344\text{ m/s}$.
- Δυο αρμονικά κύματα ίδιας συχνότητας, ίδιου πλάτους και ίδιου μήκους κύματος διαδίδονται σε μια χορδή προς την ίδια κατεύθυνση. Η διαφορά φάσης μεταξύ των δυο κυμάτων σε μια θέση την ίδια χρονική στιγμή είναι $\pi/3$ rad. Αν στη θέση αυτή το κύμα που προκύπτει από τη συμβολή έχει πλάτος $A'=2\sqrt{3}\text{ cm}$, να βρείτε τα πλάτη των δυο επιμέρους κυμάτων.
- Δυο αρμονικά κύματα ίδιας συχνότητας, ίδιου μήκους κύματος και ίδιου πλάτους $A=5\text{ cm}$ διαδίδονται σε τεντωμένη χορδή προς την ίδια κατεύθυνση. Αν σε μια θέση την ίδια χρονική στιγμή η διαφορά φάσης των δυο κυμάτων είναι $\Delta\phi=\pi/2\text{ rad}$, να βρείτε στη θέση αυτή το πλάτος του κύματος που προκύπτει από τη συμβολή των δυο κυμάτων.
- Δυο σύγχρονες πηγές Π_1 και Π_2 αρχίζουν τη χρονική στιγμή $t=0$ να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση και δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού κύματα, με πλάτος $A=5\text{ mm}$ και περίοδο $T=0,4\text{ s}$. Ένα μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού, το οποίο απέχει αποστάσεις $r_1=6\text{ m}$ και $r_2=10\text{ m}$ από τις πηγές Π_1 και Π_2 , αντίστοιχα. Το κύμα που προέρχεται από την πηγή Π_1 φτάνει στο σημείο Σ τη χρονική στιγμή $t_1=3\text{ s}$.

Α. να υπολογίσετε:

 - Το μήκος κύματος των δυο κυμάτων
 - Την απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή $t_1=3,5\text{ s}$.

Β. Όταν έχει ήδη αρχίσει η συμβολή των δυο κυμάτων στο σημείο Σ:

- α. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης του φελλού
- β. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή που ο φελλός διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του για δεύτερη φορά

$$[\lambda=0,8\text{ m},, y=5\text{ mm},, \{ A'=10\text{ mm},, t=5,4\text{ s} \}] \hat{\iota}$$

8. Σε δυο σημεία Π_1 και Π_2 της ήρεμης επιφάνειας υγρού δημιουργούνται δυο αρμονικές διαταραχές της μορφής $\psi=2\eta\mu\pi t$ (με y σε cm και t σε s). Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι $u=1\text{m/s}$ και ένα κομμάτι φελλού μάζας $m=10^{-3}\text{kg}$ απέχει από τα σημεία Π_1 και Π_2 αποστάσεις $d_1=40\text{cm}$ και $d_2=35\text{cm}$ αντίστοιχα.

- α. Να γράψετε την εξίσωση της ταλάντωσης του φελλού μετά τη συμβολή των κυμάτων.
- β. Να βρείτε τη μέγιστη επιτάχυνση του φελλού
- γ. Να βρείτε τη μέγιστη κινητική ενέργεια του φελλού.

9. Δυο σύγχρονες πηγές O_1 και O_2 δημιουργούν στην επιφάνεια ενός υγρού εγκάρσια κύματα, τα οποία διαδίδονται με ταχύτητα $u=5\text{m/s}$. Οι δυο πηγές των κυμάτων τη χρονική στιγμή $t=0$ αρχίζουν να εκτελούν κατακόρυφη ταλάντωση με εξίσωση:

$$y=0,5\eta\mu 50\pi t \quad (\text{το } t \text{ σε } \text{s} \text{ και το } y \text{ σε } \text{cm})$$

- α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος των δυο κυμάτων
- β. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης σε ένα σημείο Β της επιφάνειας του υγρού, του οποίου οι αποστάσεις από τις δυο πηγές των κυμάτων είναι $O_1B=0,3\text{m}$ και $O_2B=0,7\text{m}$, αντίστοιχα.

γ. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης σε ένα άλλο σημείο Γ της επιφάνειας του υγρού, του οποίου οι αποστάσεις από τις δυο πηγές των κυμάτων είναι $O_1\Gamma=0,8\text{m}$ και $O_2\Gamma=0,5\text{m}$, αντίστοιχα.

δ. Πόσες γραμμές ενισχυτικής συμβολής υπάρχουν στην επιφάνεια του υγρού, μεταξύ των σημείων Β και Γ;

$$[\lambda=0,2\text{ m},, \{ A'=1\text{ cm},, \{ A \hat{\iota}'=0,, \kappa=3 \}] \hat{\iota}$$

10. Δυο πηγές Π_1 και Π_2 που έχουν ίδια φάση εκτελούν ταλαντώσεις με συχνότητα $f=1\text{Hz}$ και πλάτος $A=1\text{cm}$. Αν η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι $u=40\text{cm/s}$ και ένας μικρός φελλός απέχει από τις πηγές αντίστοιχα $d_1=120\text{cm}$ και $d_2=40\text{cm}$, να βρείτε:

- α. Την απομάκρυνση y_1 του φελλού από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{41}{12}\text{s}$.
- β. Τη χρονική στιγμή t_2 που ο φελλός βρίσκεται για πρώτη φορά σε θέση με απομάκρυνση $y_2=2\text{cm}$ από τη θέση ισορροπίας του
- γ. Την ταχύτητα και την επιτάχυνση του φελλού τη χρονική στιγμή t_1 .
- δ. Την κινητική ενέργεια του φελλού την ίδια χρονική στιγμή. Δίνεται η μάζα του φελλού $m=10^{-3}\text{kg}$.

11. Δυο πηγές Π_1 και Π_2 εκπέμπουν με την ίδια φάση στο ίδιο ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με συχνότητα $f=1\text{Hz}$, ταχύτητα διάδοσης $u=2\text{m/s}$ και πλάτος ταλάντωσης $A=2\text{cm}$. Φελλός μάζας $m=10^{-3}\text{kg}$ βρίσκεται σ'ένα σημείο που απέχει από τις πηγές αποστάσεις $d_1=20\text{m}$ και $d_2=11,5\text{m}$ αντίστοιχα. Να βρείτε

- α. Τη χρονική στιγμή t_1 που αρχίζει να ταλαντώνεται ο φελλός
- β. Τη χρονική στιγμή t_2 που ο φελλός εκτελεί ταλάντωση εξαιτίας της συμβολής των κυμάτων και την απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας εκείνη τη στιγμή
- γ. Το πλάτος της ταλάντωσης του φελλού και την εξίσωση της ταχύτητας του με τον χρόνο για $t>t_2$

$$(t_1=5,75\text{sec}, t_2=10\text{sec}, A=2\sqrt{2}\text{cm})$$

12. Πάνω στην επιφάνεια υγρού που ηρεμεί, τη χρονική στιγμή $t_0=0$, αρχίζουν ταυτόχρονα να ταλαντώνονται κατακόρυφα, χωρίς αρχική φάση, δυο σημεία Π_1 και Π_2 , τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=2,5\text{ m}$, με πλάτος $A=10\text{ cm}$ και συχνότητα $f=10\text{ Hz}$. Τα παραγόμενα κύματα διαδίδονται με ταχύτητα $u=20\text{ m/s}$. Να βρείτε:

- την απομάκρυνση ενός σημείου Λ , που απέχει από τα σημεία Π_1 και Π_2 απόσταση $r_1=8\text{ m}$ και $r_2=6\text{ m}$ αντίστοιχα, κατά τη στιγμή $t_1=2,125\text{ s}$
- την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Λ σε συνάρτηση με το χρόνο
- πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος
- την ενέργεια ταλάντωσης ενός φελλού μάζας $m=20\text{ g}$ που βρίσκεται στο σημείο Λ τη χρονική στιγμή $t_2=0,325\text{ s}$.

$$(0,2\text{ m},, V=-4\pi\text{ συν }2\pi(10t-3,5),, 3,, 0,4\text{ j})$$

13. Δυο σύμφωνες σημειακές πηγές Π_1 και Π_2 δημιουργούν στην επιφάνεια υγρού αρμονικά κύματα με πλάτος $A=3\text{ mm}$, με περίοδο $T=0,4\text{ s}$ και ταχύτητα $u=5\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ένα μικρό κομμάτι φελλού βρίσκεται σε κάποιο σημείο της επιφάνειας σε απόσταση $x_1=6\text{ m}$ και $x_2=5,5\text{ m}$ από τις πηγές Π_1 και Π_2 αντίστοιχα.

- Να αποδείξετε ότι ο φελλός θα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε την περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης.
- Ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα του φελλού και ποια η επιτάχυνση του όταν βρίσκεται σε απόσταση $y=+3\text{ mm}$ από τη θέση ισορροπίας του;

$$(15\pi\sqrt{2}\frac{\text{mm}}{\text{s}},, -75\pi^2\frac{\text{mm}}{\text{s}^2})$$

14. Δυο σημεία K και L της ήρεμης επιφάνειας υγρού δημιουργούνται τη χρονική στιγμή $t=0$ ταυτόχρονα δυο πηγές αρμονικών κυμάτων πλάτους $A=3\text{ cm}$ και συχνότητας $f=10\text{ Hz}$. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι $u=1\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Αν σε ένα σημείο M της επιφάνειας του υγρού, που απέχει από τις πηγές αποστάσεις $d_1=80\text{ cm}$ και $d_2=57,5\text{ cm}$ αντίστοιχα υπάρχει ένας μικρός φελλός, να βρείτε:

- Πότε αρχίζει να κινείται ο φελλός
- Την εξίσωση που μας δίνει την απομάκρυνση του φελλού από τη θέση ισορροπίας του όταν τα κύματα από τις πηγές συμβάλλουν
- Την απομάκρυνση του φελλού από την θέση ισορροπίας του τις χρονικές στιγμές $t_1=0,5\text{ sec},, t_2=0,7\text{ sec}$ και $t_3=1\text{ sec}$.

$$(0,575\text{ s},, y=3\sqrt{2}\eta\mu 2\pi(10t-6,875),, 0\text{ cm},, 3\text{ cm},, 3\text{ cm})$$

15. Δυο πηγές Π_1 και Π_2 εκπέμπουν με την ίδια φάση στο ίδιο ελαστικό μέσο αρμονικά κύματα με συχνότητα $f=1\text{ Hz}$, ταχύτητα διάδοσης $u=2\frac{\text{m}}{\text{s}}$ και πλάτος ταλάντωσης $A=2\text{ cm}$. φελλός μάζας $m=10^{-3}\text{ kg}$ βρίσκεται σε ένα σημείο που απέχει από τις πηγές αποστάσεις $d_1=20\text{ m}$ και $d_2=11,5\text{ m}$ αντίστοιχα. Να βρείτε:

- Τη χρονική στιγμή t_1 που αρχίζει να ταλαντώνεται ο φελλός
- Τη χρονική στιγμή t_2 που ο φελλός ταλαντώνεται λόγω της συμβολής των κυμάτων και την απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας εκείνη τη στιγμή
- Το πλάτος της ταλάντωσης του φελλού και την εξίσωση της ταχύτητάς του με τον χρόνο για $t>t_2$,

$$(5,75\text{ sec},, 10\text{ sec},, 2\text{ cm},, 2\sqrt{2}\text{ cm},, u=4\pi\sqrt{2}\text{ συν }2\pi(t-\frac{31,5}{4}))$$

16. Δυο εγκάρσια αρμονικά κύματα με πλάτος $A=5\text{ cm}$, συχνότητα $f=10\text{ Hz}$ και μήκος κύματος $\lambda=10\text{ cm}$, παράγονται από δυο πηγές Π_1 και Π_2 που βρίσκονται σε φάση (σύγχρονες) και απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=20\text{ cm}$.

- Να γράψετε την εξίσωση της ταλάντωσης ενός σημείου, που απέχει από τις πηγές αποστάσεις d_1 και d_2 αντίστοιχα , μετά την συμβολή των κυμάτων σε αυτό. Ποιο είναι το πλάτος ταλάντωσης αυτού του σημείου και ποια η φάση του;
- Πόσα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος $\Pi_1\Pi_2$ μένουν συνεχώς ακίνητα και πόσα ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος;
- Να βρείτε την απομάκρυνση που θα έχει από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική στιγμή $t=\frac{37}{60}\text{ s}$, ένα σημείο που απέχει από την Π_1 απόσταση $d_1=8,75\text{ cm}$ και βρίσκεται πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$.

$$(N=4, N=3, \frac{5}{2}\sqrt{6}\text{ cm})$$

ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

1. Ένα τεντωμένο σχοινί εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα $x'x$. Με κατάλληλη διαδικασία, κατά μήκος του σχοινιού δημιουργείται στάσιμο κύμα με κοιλία στη θέση $x=0$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο κατά τη θετική φορά με ταχύτητα $u_0 = \pi \frac{m}{s}$. Το χρονικό διάστημα μεταξύ δυο διαδοχικών μηδενισμών της απομάκρυνσης του σημείου στη θέση $x=0$ είναι $\Delta t = 0,1 s$. Κάθε δεσμός του στάσιμου κύματος απέχει από την πλησιέστερη κοιλία, κατά μήκος του άξονα $x'x$, απόσταση $d = 0,1 m$.
- Να υπολογίσετε το πλάτος των αρμονικών κυμάτων που συμβάλλουν και δημιουργούν το στάσιμο κύμα
 - να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος
 - να προσδιορίσετε τον αριθμό των κοιλιών που εμφανίζονται μεταξύ των σημείων Κ και Λ του σχοινιού, τα οποία βρίσκονται στις θέσεις $x_1 = -0,45 m$ και $x_2 = 0,65 m$ αντίστοιχα.
 - Να υπολογίσετε τον λόγο των απομακρύνσεων των σημείων Κ και Λ από τη θέση ισορροπίας τους την ίδια χρονική στιγμή.
- Δίνονται $\text{syn} \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ και $\text{syn} \frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

2. Κατά μήκος ενός οριζόντιου γραμμικού ελαστικού μέσου που έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'x$ δημιουργείται στάσιμο κύμα με εξίσωση: $\psi = 0,2 \text{ syn} \frac{10\pi x}{3} \eta \mu 20\pi t$ (S.I.).

Στη θέση $x=0$ εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση αυτή τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και κινείται κατά τη θετική φορά.

A. α. Να υπολογίσετε το πλάτος, τη συχνότητα και το μήκος κύματος των δυο αρμονικών κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα

β. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος που διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση.

B. Δυο υλικά σημεία Λ και Μ του ελαστικού μέσου, μάζας $m = 0,005 kg$ το καθένα, βρίσκονται στις θέσεις $x_\Lambda = 1,5 m$ και $x_M = 2,5 m$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

α. Το πλάτος ταλάντωσης καθενός από τα δυο σημεία Λ και Μ.

β. Τον αριθμό των δεσμών του στάσιμου κύματος που παρεμβάλλονται μεταξύ των σημείων Λ και Μ.

γ. Τη μέγιστη και την ελάχιστη κατακόρυφη απόσταση των σημείων Λ και Μ, κατά την διάρκεια ταλάντωσης τους.

3. Κατά μήκος ενός γραμμικού ελαστικού μέσου, το οποίο έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'x$, δημιουργείται στάσιμο εγκάρσιο κύμα που περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 8 \text{ syn} \frac{5\pi x}{2} \eta \mu 25\pi t \quad (\text{cm, m, s})$$

α. Να υπολογίσετε το πλάτος, την περίοδο και το μήκος κύματος των δύο κυμάτων, που-με τη συμβολή τους- έδωσαν το στάσιμο κύμα.

β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης των δύο κυμάτων.

γ. Να γράψετε τις εξισώσεις της απομάκρυνσης και της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, ενός σημείου Α του ελαστικού μέσου, που βρίσκεται στη θέση $x = 1,2 m$.

δ. Να προσδιορίσετε τον αριθμό των δεσμών του στάσιμου κύματος, που δημιουργούνται ανάμεσα στις θέσεις $x = 0$ και $x = 4 m$.

ε. Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης ενός σημείου Γ του ελαστικού μέσου, το οποίο βρίσκεται στη θέση $x = 1,7 m$.

στ. Ποιο το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης του σημείου Γ, τη στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας του είναι $y = 4 \text{ cm}$;

4. Ένα τεντωμένο οριζόντιο σχοινί OA μήκους L εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x . Το άκρο του A είναι στερεωμένο ακλόνητα στη θέση $x=L$, ενώ το άκρο O που βρίσκεται στη θέση $x=0$ είναι ελεύθερο, έτσι ώστε με κατάλληλη διαδικασία να δημιουργείται στάσιμο κύμα με 5 συνολικά κοιλίες. Στη θέση $x=0$ εμφανίζεται κοιλία και το σημείο του μέσου στη θέση αυτή εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σημείο $x=0$ βρίσκεται στη θέση μηδενικής απομάκρυνσης κινούμενο κατά τη θετική φορά. Η απόσταση των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης αυτού του σημείου του μέσου είναι $0,1\text{ m}$. Το συγκεκριμένο σημείο διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 10 φορές κάθε δευτερόλεπτο και απέχει κατά τον άξονα x απόσταση $0,1\text{ m}$ από τον πλησιέστερο δεσμό.

α. Να υπολογίσετε την περίοδο του κύματος.

β. Να υπολογίσετε το μήκος L .

γ. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.

δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της ταλάντωσης του σημείου του μέσου $x=0$ κατά τη χρονική στιγμή που η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας έχει τιμή $y=+0,03\text{ m}$.

Δίνεται $\pi=3,14$.

5. Μια χορδή ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση

$$y=10\text{ συν}\left(2\pi\frac{x}{3}\right)\eta\mu 50\pi t \quad (x,y \text{ σε cm και } t \text{ σε sec}). \text{ Να βρείτε:}$$

α) Το πλάτος και την ταχύτητα των κυμάτων που η συμβολή τους μπορεί να δώσει αυτή την ταλάντωση

β) Την απόσταση Δd μεταξύ δυο διαδοχικών ακίνητων σημείων της χορδής,

γ) Την ταχύτητα που έχει τη χρονική στιγμή $t=4,9\text{ s}$ ένα σημείο της χορδής το οποίο απέχει από το άκρο της $x=3\text{ cm}$.

6. Η εξίσωση ενός στάσιμου κύματος είναι $\psi=2\text{ συν}\frac{2\pi x}{3}\eta\mu 20\pi t$ (x, y σε cm , t σε sec)

a. Να γράψετε τις εξισώσεις των δυο κυμάτων που συμβάλλουν και δημιουργούν το στάσιμο κύμα

b. Να βρείτε την απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών κοιλιών

c. Τι ταχύτητα έχει τη χρονική στιγμή $t_1=9/8\text{ s}$ ένα σημείο του μέσου που απέχει $d=2\text{ cm}$ από τη θέση $x=0$;

d. Με ποια ταχύτητα διαδίδονται τα κύματα;

7. Ένα διαπασών συχνότητας $f_1=170\text{ Hz}$ ηχεί μπροστά σε λείο κατακόρυφο τοίχο. Ανάμεσα στο διαπασών και στον τοίχο, στην ευθεία που είναι κάθετη στον τοίχο, μετακινείται ένας ευαίσθητος δέκτης. Παρατηρούμε ότι σε δυο διαδοχικές θέσεις του δέκτη, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση 1 m , η ένδειξη του μηδενίζεται.

a. Να βρείτε την ταχύτητα διάδοσης του ήχου

b. Αν στη θέση του διαπασών βάλουμε ένα άλλο με άγνωστη συχνότητα, διαπιστώνουμε ότι δυο διαδοχικά μέγιστα έντασης απέχουν μεταξύ τους $0,2\text{ m}$. Ποια είναι η συχνότητα του δεύτερου διαπασών;

8. Σ'ένα ομογενές ελαστικό μέσο τα σημεία Π_1 και Π_2 με $(\Pi_1\Pi_2=20\text{ cm}$ είναι πηγές κυμάτων ίδιας φάσης με συχνότητα $f=5\text{ Hz}$, πλάτος $A=4\text{ cm}$ και μήκος κύματος $\lambda=4\text{ cm}$. Στο μέσο O του $\Pi_1\Pi_2$ τη στιγμή $t_0=0$ τα κύματα συναντώνται και το σημείο O ταλαντώνεται. Αν για την ταλάντωση του O τη στιγμή $t_0=0$ είναι $y=0$ και $u=0$:

a. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που προκύπτει,

b. Να βρείτε τις θέσεις και τον αριθμό των δεσμών και των κοιλιών που δημιουργούνται μεταξύ των Π_1 και Π_2 ,

c. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης y σε συνάρτηση με το χρόνο για τη δεύτερη προς τα δεξιά κοιλία μετά το σημείο O .

9. Σ'ένα στάσιμο κύμα δυο μόρια του ελαστικού μέσου απέχουν από τον ίδιο δεσμό Δ αποστάσεις $\lambda/6$ και $\lambda/3$ αντίστοιχα.

- Ποια είναι η μεταξύ τους διαφορά φάσης;
- Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελούν, αν το πλάτος καθενός από τα κύματα που δημιουργούν το στάσιμο κύμα είναι A;

10. Μια χορδή εκτελεί ταλάντωση με εξίσωση $y=8\text{ συν } \frac{\pi x}{6} \eta\mu 10\pi t$ (x,y σε cm και t σε sec)

- Πόσο είναι το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης;
- Να βρείτε την περίοδο, το μήκος κύματος και την ταχύτητα διάδοσης των τρεχόντων κυμάτων από τη συμβολή των οποίων προέκυψε το παραπάνω στάσιμο κύμα
- Να γράψετε τις εξισώσεις των τρεχόντων κυμάτων.

Θεωρούμε αρχή του άξονα το σημείο O, για το οποίο τη στιγμή $t=0$ είναι $y=0$ και η ταχύτητα του θετική.

11. Μια χορδή ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση

$$y=10\text{ συν } \left(2\pi \frac{x}{3}\right) \eta\mu 50\pi t \quad (x,y \text{ σε cm και } t \text{ σε sec}). \text{ Να βρείτε:}$$

α) Το πλάτος και την ταχύτητα των κυμάτων που η συμβολή τους μπορεί να δώσει αυτή την ταλάντωση

β) την απόσταση Δd μεταξύ δυο διαδοχικών ακίνητων σημείων της χορδής,

γ) την ταχύτητα που έχει τη χρονική στιγμή $t=4,9\text{ s}$ sec ένα σημείο της χορδής το οποίο απέχει από το άκρο της $x=3\text{ cm}$.

12. Δυο αρμονικά κύματα πλάτους A και συχνότητας $f=100\text{ Hz}$ το καθένα, διαδίδονται σε ένα ελαστικό μέσο με ταχύτητα $u=1,2\text{ m/s}$ και με αντίθετες φορές, οπότε δημιουργείται στάσιμο κύμα. Αν ένα σημείο N του ελαστικού μέσου ταλαντώνεται με πλάτος A, να βρείτε την απόσταση του σημείου αυτού από τον πλησιέστερο δεσμό.

13. Δυο κύματα που διαδίδονται στην ίδια χορδή έχουν εξισώσεις

$$y_1=10\eta\mu\left(\pi t-\frac{\pi}{3}x\right) \text{ και } y_2=10\eta\mu\left(\pi t+\frac{\pi}{3}x\right)$$

- Να αποδειχθεί ότι η συμβολή τους δίνει στάσιμο κύμα
- Αν τα μήκη μετρώνται σε cm, να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου της χορδής που απέχει από την αρχή $d=16\text{ cm}$.

$$(A=10\text{cm})$$

14. Τα δυο άκρα μιας χορδής με μήκος $\ell=14\text{ cm}$ είναι στερεωμένα σε ακλόνητα σημεία. Διεγείρουμε τη χορδή με κατάλληλο τρόπο και παρατηρούμε ότι πάνω της σχηματίζονται στάσιμα κύματα, καθώς και ότι η χορδή πάλλεται με συχνότητα $f=4\text{ Hz}$. Αν γνωρίζετε ότι στα άκρα της χορδής σχηματίζονται δεσμοί και ότι συνολικά πάνω στη χορδή σχηματίζονται επτά κοίλες, τότε:

- Να σχεδιάσετε τα στάσιμα κύματα που σχηματίζονται στη χορδή
- Αν η μέγιστη απομάκρυνση των σημείων της χορδής είναι $1,5\text{ cm}$
 - Να βρείτε την εξίσωση του στάσιμου κύματος
 - Να βρείτε τις εξισώσεις των κυμάτων, η συμβολή των οποίων δημιουργεί το στάσιμο κύμα

15. Ένα αρμονικό κύμα με εξίσωση $\psi_1=0,2\eta\mu\pi(0,5t-x)$ S.I. διαδίδεται κατά μήκος ενός ελαστικού νήματος κατά τη θετική διεύθυνση του άξονα x. Ένα άλλο κύμα ίδιου πλάτους και ίδιας συχνότητας διαδίδεται στο ίδιο ελαστικό νήμα με την ίδια ταχύτητα αλλά κατά την αντίθετη κατεύθυνση.

- Να γράψετε την εξίσωση του δεύτερου αρμονικού κύματος

- b. Να βρείτε το είδος της κίνησης που εκτελούν τα σημεία του ελαστικού νήματος αν αφεθούν να συμβάλουν τα δυο κύματα. Ποια εξίσωση περιγράφει αυτή την κίνηση;
- c. Να βρείτε την μέγιστη απομάκρυνση των σημείων, τα οποία απέχουν από τη θέση $x=0$ αποστάσεις $x_1=0,25\text{ m}$ και $x_2=0,5\text{ m}$.

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ ΑΝΑΚΛΑΣΗ - ΔΙΑΘΛΑΣΗ

(Για όλες τις ασκήσεις να θεωρηθεί ότι $c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$)

1. Για ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα η εξίσωση της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι $B = 10^{-11} \eta\mu 2\pi(3 \cdot 10^8 t - x)$.
 - a. Να βρείτε τη συχνότητα και την ταχύτητα του κύματος
 - b. Να γράψετε την εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου
 - c. Αν σε κάποια στιγμή είναι $B = 10^{-12} \text{ T}$, να βρείτε το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου εκείνη τη στιγμή.

$$\left[3 \cdot 10^8 \text{ Hz}, 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, 3 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi(3 \cdot 10^8 t - x), 3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

2. Στην ήρεμη επιφάνεια διαφανούς υγρού προσπίπτει από τον αέρα μονοχρωματική ακτίνα φωτός με γωνία πρόσπτωσης θ_π . Η γωνία ανάκλασης είναι $\theta_\alpha = 60^\circ$ και η γωνία μεταξύ της ανακλώμενης και της διαθλωμενης ακτίνας είναι $\phi = 75^\circ$. Να υπολογίσετε:
 - a. Τον δείκτη διάθλασης του υγρού
 - b. Την ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας μέσα στο υγρό.

$$\left(n = \sqrt{\frac{3}{2}}, \dots, \sqrt{6} \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right)$$

3. Φωτεινή μονοχρωματική ακτίνα πέφτει κάθετα στη μια έδρα τριγωνικού πρίσματος και βγαίνει από την άλλη. Ο δείκτης διάθλασης του πρίσματος είναι και η διαθλαστική γωνία 45° . Να υπολογιστεί η γωνία εκτροπής της ακτίνας.

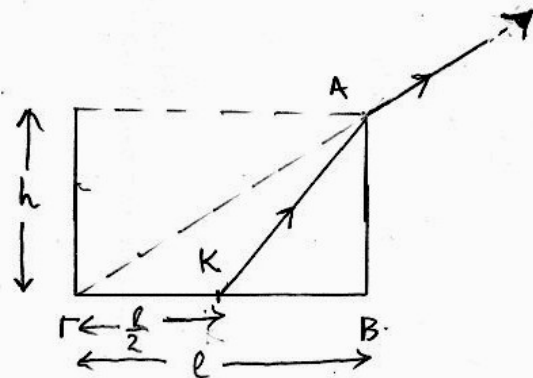
$$[15^\circ]$$

4. Μονοχρωματική δέσμη φωτός προσπίπτει στην επίπεδη επιφάνεια γυάλινης πλάκας, της οποίας ο δείκτης διάθλασης είναι $n = \sqrt{2}$. Η γωνία πρόσπτωσης είναι 45° .
 - a. Να αποδείξετε ότι η εξερχόμενη δέσμη είναι παράλληλη προς την αρχική
 - b. Να βρείτε την γωνία διάθλασης
 - c. Να βρείτε τον λόγο του μήκους κύματος της ακτινοβολίας μέσα στο γυαλί προς το μήκος κύματος στον αέρα.

$$\left(30^\circ, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

5. Στα σημεία Γ και Κ του δοχείου του σχήματος πλάτους $\ell = 10 \text{ cm}$, υπάρχουν δυο φωτεινές πηγές.

Όταν το δοχείο είναι άδειο, ο παρατηρητής βλέπει τη φωτεινή πηγή στο Γ ενώ όταν είναι γεμάτο με νερό, ο παρατηρητής βλέπει και τη φωτεινή πηγή στο Κ. αν ο δείκτης διάθλασης του νερού είναι $n = \sqrt{2}$, να βρείτε το ύψος του δοχείου.

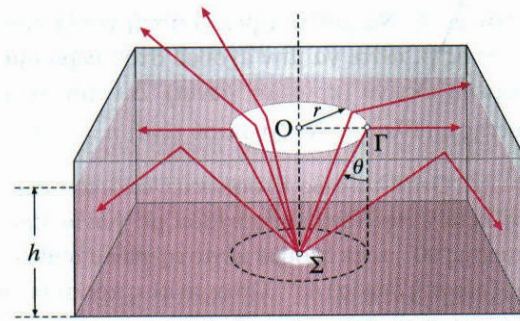


$$[5\sqrt{2} \text{ cm}, \dots, 14.88/248]$$

6. Σημειακή φωτεινή πηγή βρίσκεται σε βάθος $h=4m$ κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια νερού που έχει δείκτη διάθλασης $n=\sqrt{2}$.

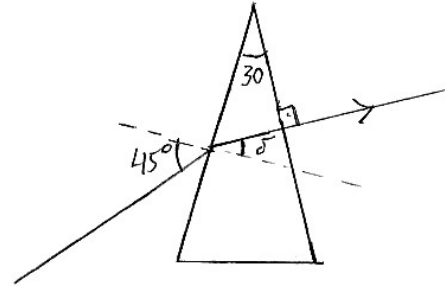
Να υπολογίσετε την ακτίνα του κύκλου που σχηματίζεται στην επιφάνεια του νερού, ο οποίος περιορίζει τη διαθλωμενη κωνική δέσμη ακτινών (φωτεινός κύκλος).

[$h=4m$,,, 15.25/258]



7. Φωτεινή μονοχρωματική ακτίνα αναδύεται κάθετα από τη δεύτερη έδρα ενός πρίσματος όπως στο σχήμα.

Αν η γωνία πρόσπτωσης είναι 45° και η διαθλαστική γωνία του πρίσματος είναι 30° , να βρείτε το δείκτη διάθλασης του πρίσματος.



[$\sqrt{2}$,,, 14.73/246]

8. Μονοχρωματική ακτινοβολία μήκους κύματος λ_0 περνάει από τον αέρα σε διαφανές υλικό, μέσα στο οποίο το μήκος κύματος της μειώνεται κατά το $\frac{1}{3}$ της αρχικής του τιμής. Να βρείτε:

- a. Τον δείκτη διάθλασης του διαφανούς υλικού
- b. Την ταχύτητα διάδοσης της ακτινοβολίας στο διαφανές υλικό
- c. Τον λόγο της περιόδου της ακτινοβολίας στο διαφανές υλικό προς την περίοδο της στον αέρα.

[14.63/245 ,,, 1,5 ,,, $2 \cdot 10^8$,,, 1]

9. Ένας κολυμβητής βρίσκεται μέσα στο νερό (κάτω από την επιφάνεια) και βλέπει τον Ήλιο υπό γωνία 30° ως προς την κατακόρυφο. Αν ο δείκτης διάθλασης του νερού είναι $n=\sqrt{2}$, να βρείτε την πραγματική γωνία στην οποία βρίσκεται ο Ήλιος ως προς την κατακόρυφο.

14.70/245 ,,, 45°]

10. Μια μονοχρωματική ακτινοβολία με μήκος κύματος στο κενό $\lambda_0=589nm$ διέρχεται μέσα από ένα γυάλινο δοχείο, μήκους $\ell=20m$, που είναι γεμάτο με γλυκερίνη, σε χρόνο t_1 . Αν η ακτινοβολία αυτή χρειάζεται χρόνο t_2 για να διαπεράσει το ίδιο δοχείο όταν είναι γεμάτο με διθειανθρακα, να προσδιοριστεί η χρονική διαφορά t_2-t_1 . Δίνονται οι δείκτες διάθλασης της γλυκερίνης και διθειανθρακα αντίστοιχα $n_1=1,47$ $n_2=1,63$.

[14.71/246 ,,, $1,07 \cdot 10^{-8}$]

11. Στρώμα λαδιού, πάχους $d_1=10cm$ βρίσκεται πάνω από στρώμα νερού, πάχους $d_2=12cm$. Μια μονοχρωματική ακτίνα φωτός διαπερνά κάθετα τα δυο στρώματα σε ίσους χρόνους. Αν ο δείκτης διάθλασης του νερού είναι $n_2=\frac{4}{3}$ να βρείτε το δείκτη διάθλασης του λαδιού.

[14.72/246 ,,, 1,6]

12. Για ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα η εξίσωση της έντασης του μαγνητικού πεδίου είναι $B = 10^{-11} \eta\mu 2\pi(10^8 t - x)$.

- Να βρείτε τη συχνότητα και την ταχύτητα του κύματος
- Να γράψετε την εξίσωση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου
- Αν σε κάποια στιγμή είναι $B = 10^{-12} T$, να βρείτε το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου εκείνη τη στιγμή.

$$\left[3 \cdot 10^8 \text{ Hz}, 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, 3 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi(3 \cdot 10^{-8} t - x), 3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$