

ΣΥΝΘΕΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

Γενικά στην σύνθεση ταλαντώσεων θα μπορούσαν και οι δυο αρχικές ταλαντώσεις να έχουν αρχική φάση.

Έστω $x_1 = A_1 \eta\mu(\omega t + \phi_1)$ και $x_2 = A_2 \eta\mu(\omega t + \phi_2)$.

Τότε στους τύπους που ήδη γνωρίζουμε, η γωνία ϕ είναι ίση με την διαφορά των φάσεων των δυο αρχικών ταλαντώσεων, δηλαδή $\phi = (\omega t + \phi_2) - (\omega t + \phi_1)$ όπου $(\omega t + \phi_2)$ η φάση της δεύτερης α.α.τ. και $(\omega t + \phi_1)$ η φάση της πρώτης α.α.τ. και η γωνία ϑ είναι η διαφορά των φάσεων της συνισταμένης ταλάντωσης και της πρώτης α.α.τ.

Δηλαδή $\vartheta = \phi_{(\Sigma\text{YN.A.A.T.})} - \phi_{(1\eta\varsigma\text{ A.A.T.})}$. Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι η φάση της συνισταμένης ταλάντωσης θα είναι ίση με την φάση της πρώτης α.α.τ. συν την γωνία ϑ .

Δηλαδή θα είναι $\phi_{\Sigma\text{YN.A.A.T.}} = (\omega t + \phi_1 + \vartheta)$.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Ένα σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δυο α.α.τ. με εξισώσεις $x_1 = 10 \eta\mu(3\pi t + \frac{\pi}{3})$ και

$x_2 = 10 \eta\mu(3\pi t - \frac{\pi}{6})$ της ίδιας διεύθυνσης και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. (x_1, x_2 σε cm)

- Να βρείτε τη διαφορά φάσης των δυο ταλαντώσεων
- Να γράψετε την εξίσωση της α.α.τ. που προκύπτει
- Ποια είναι η σταθερά D της συνισταμένης ταλάντωσης
- Να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το σώμα σε συνάρτηση με τον χρόνο.

ΛΥΣΗ

A) $\Delta\phi = \phi = (3\pi t - \frac{\pi}{6}) - (3\pi t + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow \phi = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$

B) $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \sigma\upsilon\nu\phi} \Rightarrow A = \sqrt{10^2 + 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sigma\upsilon\nu(-\frac{\pi}{2})} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$ διότι

$\sigma\upsilon\nu(-\frac{\pi}{2}) = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} = 0$

$$\epsilon\varphi\vartheta = \frac{A_2 \eta\mu\phi}{A_1 + A_2 \sigma\upsilon\nu\phi} = \frac{10 \eta\mu(-\frac{\pi}{2})}{10 + 10 \sigma\upsilon\nu(-\frac{\pi}{2})} = \frac{-10}{10} = -1, \text{ άρα } \vartheta = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}.$$

Άρα η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης θα είναι $x = 10\sqrt{2} \eta\mu(3\pi t + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4})$ η οποία γίνεται

τελικά $x = 10\sqrt{2} \eta\mu(3\pi t + \frac{\pi}{12})$.

Γ) $D = m\omega^2 \Rightarrow D = 9\pi^2 \frac{N}{m}$

ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

$$\Delta) F = -Dx = -0,9\sqrt{2}\pi^2 \eta\mu\left(3\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$$

Σημείωση

Αν είναι επίσης $A_1 = A_2 = A$ τότε θα μπορούσε κανείς να χρησιμοποιήσει και τον τρόπο που περιγράφεται στο σχολικό βιβλίο στην περίπτωση του διακροτηματος. Δηλαδή για την προηγούμενη εφαρμογή θα μπορούσαμε να κάνουμε και την εξής λύση.

$$x = x_1 + x_2 \quad \text{ή} \quad x = 10 \left[2 \sigma\upsilon\nu \frac{\left(3\pi t + \frac{\pi}{3} - 3\pi t + \frac{\pi}{6}\right)}{2} \cdot \eta\mu \frac{\left(3\pi t + \frac{\pi}{3} + 3\pi t - \frac{\pi}{6}\right)}{2} \right] \quad \text{ή}$$

$$x = 20 \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{4} \cdot \eta\mu \frac{\left(6\pi t + \frac{\pi}{6}\right)}{2} \quad \text{και τελικά} \quad x = 10 \sqrt{2} \eta\mu\left(3\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$$