

1. Σε ένα τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ φέρουμε μεταξύ των βάσεων AB και $\Gamma\Delta$ ευθύγραμμο τμήμα EZ παράλληλο προς αυτές. Εάν είναι $AB = 10$ cm, $AE = 8$ cm, $B\Gamma = 15$ cm να υπολογισθεί το μήκος του τμήματος BZ .

2. Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ η παράλληλος προς την πλευρά $B\Gamma$ τέμνει τις άλλες πλευρές στα σημεία Δ και E . Η παράλληλος από το E προς την πλευρά B τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο Z . Να αποδειχθεί ότι: $\frac{A\Delta}{B\Delta} = \frac{BZ}{\Gamma Z}$.

3. Από το μέσο M της υποτεινουσας $B\Gamma$ ενός ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$ φέρνουμε τα κάθετα τμήματα $M\Delta$ και ME προς τις πλευρές του AB και $A\Gamma$ αντιστοίχως.

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $M\Delta B$ και $ME\Gamma$ είναι ίσα.

β) Να δείξετε ότι $2M\Delta = A\Gamma$ και $2ME = AB$

4. Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τη διάμεσο $A\Delta$ και έστω E το μέσο της. Φέρουμε την ευθεία BE , η οποία τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ σε σημείο Z . Να αποδειχθεί ότι: $\frac{AZ}{Z\Gamma} = \frac{1}{2}$

5. Επί μιας ευθείας παίρνουμε ευθύγραμμο τμήμα $AB = 8$ cm. Επίσης παίρνουμε δύο σημεία M και M' τέτοια, ώστε:

$$\frac{MA}{MB} = \frac{M'A}{M'B} = \frac{3}{2}$$

i. Να υπολογισθούν τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων MA , MB , $M'A$, $M'B$ και

ii. Εάν O είναι το μέσο του AB να δειχθεί ότι: $OM \cdot OM' = OA^2$

6. Σε ένα τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ φέρουμε τις διαγωνίους του $A\Gamma$ και $B\Delta$, οι οποίες τέμνονται στο σημείο E . Από το E φέρουμε παραλλήλους

προς τις πλευρές $A\Delta$ και $B\Gamma$, οι οποίες τέμνουν τη βάση AB στα σημεία A' και B' . Να δειχθεί ότι $AA' = BB'$.

7. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τη διάμεσο $A\Delta$ και μια παράλληλο προς την $A\Delta$, η οποία τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο E , την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο Z και την πλευρά AB στο σημείο H . Να αποδειχθεί ότι: $\frac{AH}{AZ} = \frac{AB}{A\Gamma}$

8. Από το μέσο Δ της πλευράς $B\Gamma$ ενός τριγώνου $AB\Gamma$ φέρουμε μια ευθεία, η οποία τέμνει την πλευρά AB στο σημείο B' και την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο Γ' . Να αποδειχθεί ότι: $\frac{B'A}{B'B} = \frac{\Gamma'A}{\Gamma'\Gamma}$

9. Σε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ σχεδιάζουμε δύο ύψη του. Δείξτε ότι τα ορθογώνια τρίγωνα, τα οποία έχουν κοινή κορυφή την τομή των δύο υψών είναι όμοια.

10. Σε ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ προεκτείνουμε την πλευρά $B\Gamma$ κατά $\Gamma A'$, την πλευρά ΓA κατά AB' και την πλευρά AB κατά $B\Gamma'$. Εάν οι προεκτάσεις $\Gamma A'$, AB' και $B\Gamma'$ είναι ίσες να δείξετε ότι το τρίγωνο $A'B'\Gamma'$ είναι ισόπλευρο.

11. Δίνονται τα σημεία A , B , O , τα οποία δεν είναι συνευθειακά. Προεκτείνουμε το ευθύγραμμο τμήμα AO κατά τμήμα $OA' = AO$ και το BO κατά $OB' = BO$.

i. Να αποδειχθεί ότι $A'B' = AB$.

ii. Φέρουμε τη διάμεσο OM του τριγώνου AOB , η οποία αν προεκταθεί τέμνει το τμήμα $A'B'$ στο σημείο M' . Να αποδειχθεί, ότι το M' είναι μέσο του $A'B'$.

12. Δίνεται γωνία $\chi O\psi$. Στην πλευρά $O\chi$ λαμβάνουμε τα τμήματα OA και OB , στη δε πλευρά $O\psi$ τα τμήματα $OA' = OA$ και $OB' = OB$. Έπειτα φέρουμε τα ευθύγραμμα τμήματα BA' και $B'A$, τα οποία τέμνονται στο σημείο Γ . Να αποδειχθεί ότι η ευθεία $O\gamma$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\chi O\psi$.

13. Αν σε ένα τρίγωνο τα ύψη είναι AD , BE και ΓZ να δείξετε ότι: $AD+BE+\Gamma Z < AB+B\Gamma+\Gamma A$.

14. Οι γωνίες B και Δ τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθές. Αν K και Λ είναι τα μέσα των διαγωνίων $A\Gamma$ και $B\Delta$, να δείξετε ότι $K\Lambda \perp B\Delta$.
Υπόδειξη: Θεωρήστε τα ορθογώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta\Gamma$.

15. Σε τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα $\Delta\Theta // AB$. Αν K και Λ είναι τα μέσα των διαγωνίων $A\Gamma$ και $B\Delta$ να δειχθεί ότι:

$$K\Lambda // \frac{\Gamma\Theta}{2}$$

16. Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB // \Gamma\Delta$) με $AB = 2\Gamma\Delta$. Αν M , N είναι τα μέσα των $A\Delta$ και

$B\Gamma$ αντιστοίχως, να δειχθεί ότι η MN χωρίζεται σε 3 ίσα μέρη από τις διαγωνίους του τραπέζιου.

17. Σ' ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρνουμε το ύψος του $B\Delta$. Έστω K , Λ τα μέσα των $B\Gamma$ και BA αντίστοιχα.

α) Δείξτε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $K\Delta\Lambda$ είναι όμοια.

β) Γράψτε τις ισότητες των γωνιών των δύο τριγώνων που προκύπτουν από την ομοιότητά τους.

18. Δύο κύκλοι (K, ρ_1) και (M, ρ_2) εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο Λ . Ευθεία περνά από το Λ και τέμνει τους δύο κύκλους στα σημεία A και B αντιστοίχως. Να δείξετε ότι οι χορδές ΛA και ΛB είναι ανάλογες προς τις ακτίνες ρ_1 και ρ_2 .

19. Από σημείο K της πλευράς AB τριγώνου $AB\Gamma$ φέρουμε $K\Lambda // B\Gamma$, από το Λ φέρουμε $\Lambda M // AB$ και από το M φέρουμε $MN // A\Gamma$. Να δείξετε ότι:

$$\frac{KA}{KB} = \frac{NB}{N\Gamma}$$

<http://bloggymkh.gr/>