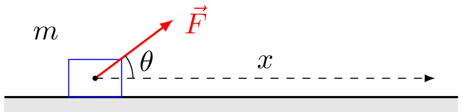
4 Έργο-Ενέργεια

4.1 Έργο Δύναμης

Το έργο W μίας σταθερής δύναμης $\vec{F}$ που μετατοπίζει σώμα κατά x είναι $\boxed{W = F \cdot x \cdot \text{συν}\theta}$

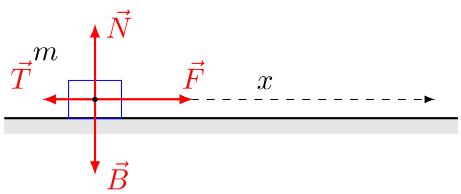


▷ Δυνάμεις κάθετες στη μετατόπιση x δέν παράγουν έργο αφού συν$90 = 0$.

▷ Δυνάμεις με γωνία $\theta > 90°$ ως προς τη μετατόπιση x παράγουν αρνητικό έργο αφού τότε συν$\theta < 0$.

▷ Το έργο της τριβής T είναι $W_{\mathrm{T}} = -T \cdot x$ αφού συν$180° = -1$.

1. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μετατοπίζεται κατά $x = 10\,\mathrm{m}$ και τα μέτρα των δυνάμεων είναι: $T = 6\,\mathrm{N}$ και $F = 15\,\mathrm{N}$.



(α΄) Το έργο της δύναμης F είναι ....

(β΄) Το έργο της τριβής T είναι ....

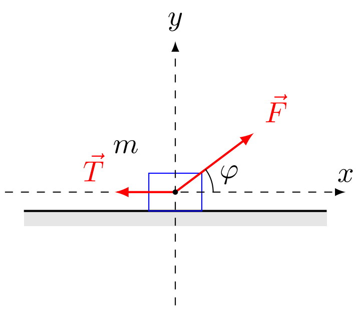
(γ΄) Το έργο του βάρους B είναι ....

(δ΄) Το έργο της κάθετης δύναμης στήριξης N είναι ....

(ε΄) Το συνολικό έργο των δυνάμεων είναι ....

(ϛ΄) Η ενέργεια του σώματος σε αυτή τη μετατόπιση αυξάνεται ή μειώνεται;

2. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μετατοπίζεται προς τα δεξιά κατά $x = 2\,\mathrm{m}$, τα μέτρα των δυνάμεων είναι: $T = 5\,\mathrm{N}$ και $F = 20\,\mathrm{N}$ και η γωνία είναι $\varphi = 60°$.



(α΄) Το έργο της δύναμης F είναι ....

(β΄) Το έργο της τριβής T είναι ....

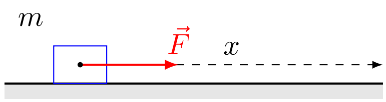
(γ΄) Το συνολικό έργο των δυνάμεων είναι ....

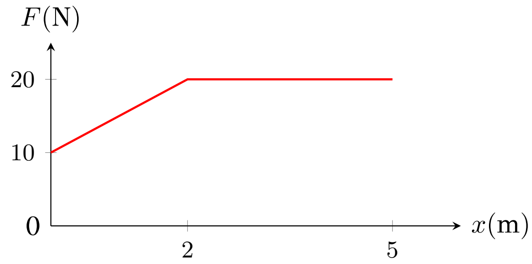
(δ΄) Η ενέργεια του σώματος σε αυτή τη μετατόπιση αυξάνεται κατά ....

4.2 Έργο μεταβλητής δύναμης

Όταν σε ένα σώμα ασκείται δύναμη που μεταβάλλεται με την θέση x, δηλαδή μεταβλητή δύναμη της μορφής $F = f(x)$, τότε το έργο της υπολογίζεται με το εμβαδό στη γραφική παράσταση $F - x$:

3. Σε σώμα που βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη F που το μέτρο της δίνεται από το διάγραμμα $F - x$.



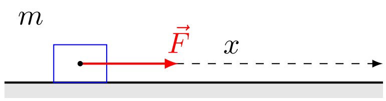


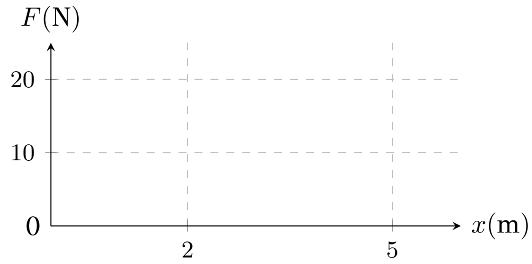
(α′) Το έργο της F από 0 έως 2 m είναι: ....

(β′) Το έργο της F από 2 έως 5 m είναι: ....

(γ′) Το έργο της F από 0 έως 5 m είναι: ....

4. Σε σώμα που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη F που το μέτρο της δίνεται από τον τύπο $F = 10 + 2x$ (S.I.).

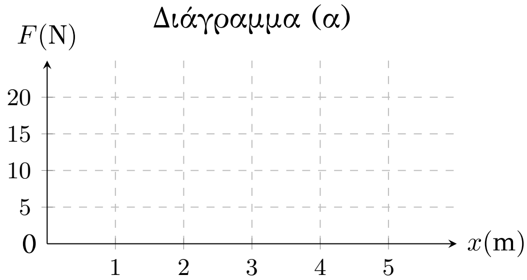


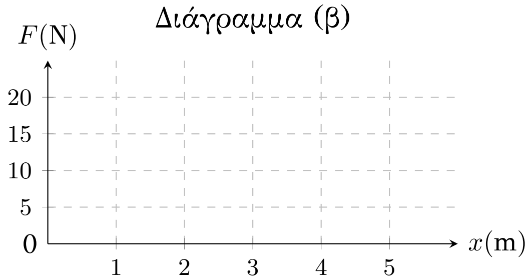


(α′) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της F ως προς x.

(β′) Το έργο της F από 0 έως 5 m είναι: ....

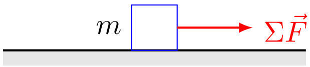
5. Όμοια με πριν άν η δύναμη F δίνεται από τον τύπο $F = 20 - 2x$ (S.I.), διάγραμμα α, και αν $F = 20 - 5x$ (S.I.), διάγραμμα β.





4.2.1 Ασκήσεις-προβλήματα

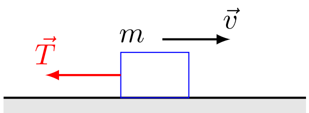
1. Σώμα μάζας m βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και δέχεται συνισταμένη δύναμη $\Sigma\vec{F}$ για κάποιο χρονικό διάστημα Δt, στο οποίο διένυσε απόσταση Δx.



Το έργο της δύναμης είναι:

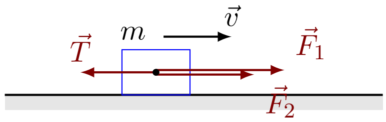
(α΄) $W = \Sigma F \cdot \Delta t$ (β΄) $W = \Sigma F \cdot \Delta x$ (γ΄) $W = -\Sigma F \cdot \Delta x$

2. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα επιβραδύνεται και διανύει συνολικά $\Delta x = 5\,\mathrm{m}$ ενώ η μόνη δύναμη που δέχεται είναι η τριβή μέτρου $T = 6\,\mathrm{N}$. Το έργο της τριβής είναι



(α΄) $30\,\mathrm{J}$ (β΄) $11\,\mathrm{J}$ (γ΄) $-30\,\mathrm{J}$ (δ΄) $60\,\mathrm{J}$

3. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται τρεις συγγραμμικές δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ και $\vec{T}$, μέτρων 20 N, 15 N και 10 N, που ασκούνται στο σώμα. Το σώμα κινείται όπως φαίνεται στο σχήμα. Για τα έργα των δυνάμεων σε μετατόπιση 4m ισχύει: (χαρακτηρίστε Σ ή Λ)

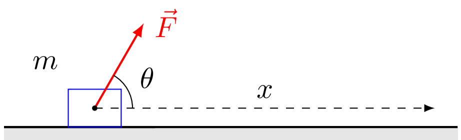


(α΄) $W_{F_1} = 40\,\mathrm{J}$ (β΄) $W_{F_2} = 60\,\mathrm{J}$ (γ΄) $W_T = 40\,\mathrm{J}$

(δ΄) Η F_1 και η F_2 παράγουν έργο ενώ η T καταναλώνει έργο στο σώμα.

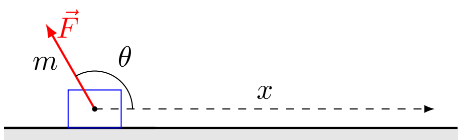
(ε΄) Δεν μπορούμε να απαντήσουμε γιατί δεν ξέρουμε αν η ταχύτητα μεγαλώνει, μικραίνει ή μένει σταθερή.

4. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μετατοπίζεται κατά $x = 2\,\mathrm{m}$ και η δύναμη F έχει μέτρο 20N και σχηματίζει γωνία $\theta = 60°$. Το έργο της για τη μετατόπιση αυτή είναι:



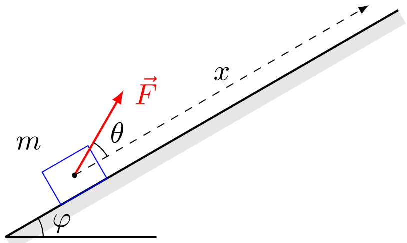
(α΄) $W_F = 40\,\mathrm{J}$ (β΄) $W_F = 20\,\mathrm{J}$ (γ΄) $W_T = 20\sqrt{3}\,\mathrm{J}$

5. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μετατοπίζεται κατά $x = 2\,\mathrm{m}$ και η δύναμη F έχει μέτρο 20N και σχηματίζει γωνία $\theta = 120°$. Το έργο της για τη μετατόπιση αυτή είναι:



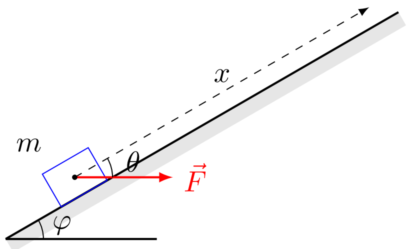
(α′) $W_F = 20\,\text{J}$ (β′) $W_F = -20\sqrt{3}\,\text{J}$ (γ′) $W_T = -20\,\text{J}$

6. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μετατοπίζεται κατά $x = 4\,\text{m}$ και η δύναμη F έχει μέτρο 100N και σχηματίζει γωνία $\theta = 30°$ ως προς το κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\varphi = 30°$. Το έργο της για τη μετατόπιση αυτή είναι:



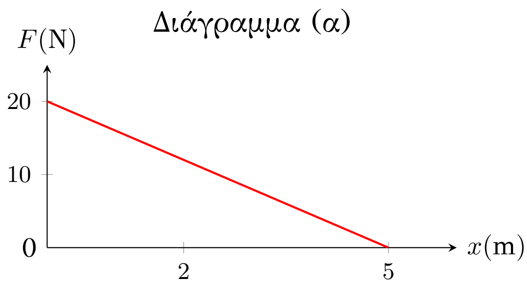
(α′) $W_F = 200\,\text{J}$ (β′) $W_F = 200\sqrt{3}\,\text{J}$ (γ′) $W_T = 400\,\text{J}$

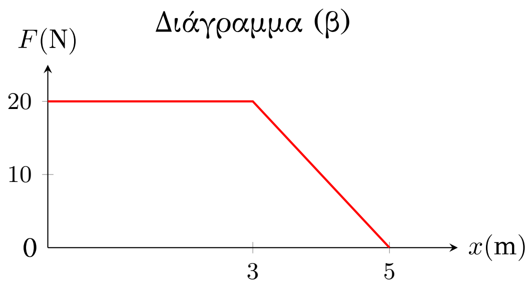
7. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μετατοπίζεται κατά $x = 4\,\text{m}$ και η οριζόντια δύναμη F έχει μέτρο 100N, ενώ το κεκλιμένο επίπεδο σχηματίζει γωνία $\varphi = 30°$. Το έργο της για τη μετατόπιση αυτή είναι:



(α′) $W_F = 200\,\text{J}$ (β′) $W_F = 200\sqrt{3}\,\text{J}$ (γ′) $W_T = 400\,\text{J}$

8. Σώμα σε οριζόντιο επίπεδο δέχεται δύναμη F, που η εξάρτησή της από την θέση x φαίνεται στο διάγραμμα (α), διάγραμμα (β) αντίστοιχα.





Α. Στο διάγραμμα (α) το έργο μέχρι να μηδενιστεί η δύναμη είναι:

(α′) 100J (β′) 50J (γ′) 0J

Β. Στο διάγραμμα (β) το έργο μέχρι να μηδενιστεί η δύναμη είναι:

(α′) 100J (β′) 80J (γ′) 60J

9. Ελατήριο σταθεράς $k = 200\,\text{N/m}$ που αρχικά είναι στο φυσικό του μήκος, συμπιέζεται κατά $x = 20\,\text{cm}$.

(α′) Να γίνει το διάγραμμα του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου, σε συνάρτηση με την συμπίεση x.

(β′) Να βρεθεί το έργο της δύναμης που ασκήσαμε για αυτή την συμπίεση.

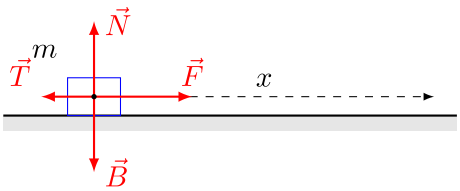
(γ′) Να βρεθεί το έργο της δύναμης του ελατηρίου για αυτή τη συμπίεση.

4.3 Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας

Το έργο $W_{\Sigma F}$ της συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$ ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας ΔK. Αυτό γράφεται: $\boxed{W_{\Sigma F} = \Delta K}$ ή $\boxed{K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda}}$

Η κινητική ενέργεια σώματος μάζας m που κινείται με ταχύτητα v είναι $K = \frac{1}{2}mv^2$

1. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα έχει μάζα $m = 4\,\mathrm{kg}$ είναι ακίνητο και ξαφνικά δέχεται τη δύναμη F και την τριβή ολίσθησης T και μετατοπίζεται κατά $x = 10\,\mathrm{m}$. Αν τα μέτρα των δυνάμεων είναι $T = 10\,\mathrm{N}$ και $F = 15\,\mathrm{N}$ υπολογίστε:



(α΄) Το έργο της δύναμης F είναι ....

(β΄) Το έργο της τριβής T είναι ....

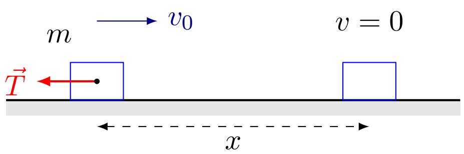
(γ΄) Το έργο του βάρους B είναι ....

(δ΄) Το έργο της κάθετης δύναμης στήριξης N είναι ....

(ε΄) Το συνολικό έργο των δυνάμεων είναι ....

(ϛ΄) Η ταχύτητα v μετά από 10m μετατόπιση θα είναι: ....
....
....

2. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας $m = 2\,\mathrm{kg}$ κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα $v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$ κατά η τριβή είναι $T = 5\,\mathrm{N}$. Το σώμα σταματάει διανύοντας απόσταση x.

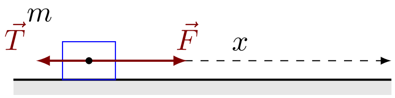


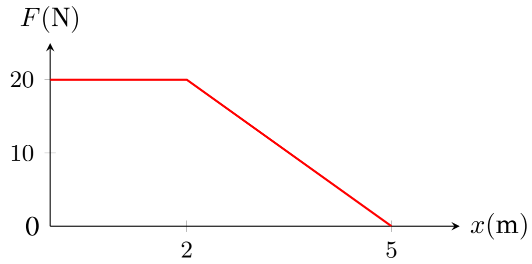
(α΄) Το έργο της τριβής T είναι ....

(β΄) Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του σώματος κατά x και έχουμε:
$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Leftrightarrow$ ... .
....
....

(γ΄) Η μετατόπιση x μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας είναι: .... m.

3. Σε ακίνητο σώμα που βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη F που το μέτρο της δίνεται από το διάγραμμα $F - x$ και τριβή ολίσθησης $T = 10\,\mathrm{N}$. Αν η μάζα είναι $m = 4\,\mathrm{kg}$, υπολογίστε:





(α΄) Το έργο της F από 0 έως 5 m είναι: ....

(β΄) Το έργο της από 0 έως 5 m είναι: ....

(γ΄) Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από 0 έως 5m:

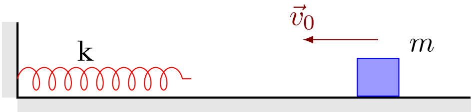
$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Leftrightarrow$ ....

....

....

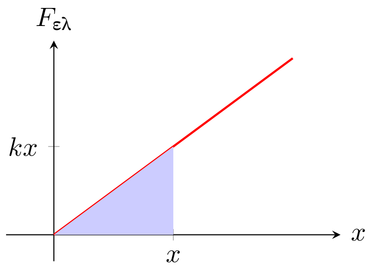
(δ΄) Η τελική ταχύτητα του σώματος είναι: .... m/s.

4. Το σώμα του σχήματος έχει μάζα m=2kg και κινείται στο λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_0 = 20\,\text{m/s}$. Στην πορεία του συναντά το ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k = 100\,\text{N/m}$ και το συμπιέζει μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.



(α΄) Η κινητική ενέργεια του σώματος ακριβώς όταν ακουμπάει το ελατήριο είναι: .....

(β΄) Το έργο της δύναμης του ελατηρίου για μετατόπιση x είναι:



....

....

(γ΄) Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την συμπίεση του ελατηρίου κατά x:

$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Leftrightarrow$ ....

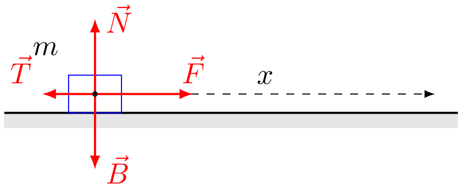
....

....

(δ΄) Η μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου είναι: .... m/s.

4.3.1 Ασκήσεις-Προβλήματα

1. Σώμα έχει μάζα $m = 2\,\text{kg}$ και είναι ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής μ=0,2. Το σώμα ξαφνικά δέχεται οριζόντια δύναμη F και αρχίζει να κινείται. Όταν έχει μετατοπιστεί κατά $x = 10\,\text{m}$, η ταχύτητά του είναι $v = 10\,\text{m/s}$. Να υπολογίστε:

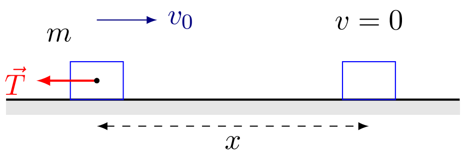


(α΄) Την τριβή T.

(β΄) Την τελική κινητική ενέργεια του σώματος.

(γ΄) Τη δύναμη F που δέχθηκε.

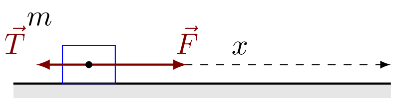
2. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας $m = 2\,\text{kg}$ βάλλεται με αρχική ταχύτητα $v_0 = 10\,\text{m/s}$ στο οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής μ=0,5. Το σώμα σταματάει διανύοντας απόσταση x.

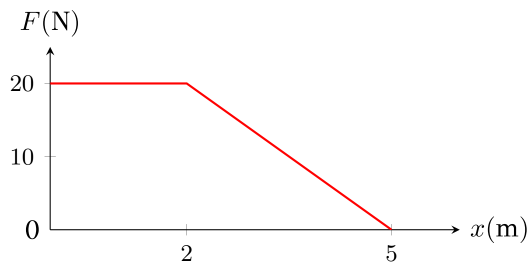


(α΄) Βρείτε την τριβή που δέχεται και την επιβράδυνση που αυτή δημιουργεί.

(β΄) Βρείτε τη μετατόπιση x μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας.

3. Σε ακίνητο σώμα μάζας $m = 4\,\text{kg}$ που βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής μ=0,25, ασκείται οριζόντια δύναμη F που το μέτρο της δίνεται από το διάγραμμα $F - x$ του σχήματος. Να υπολογίστε:



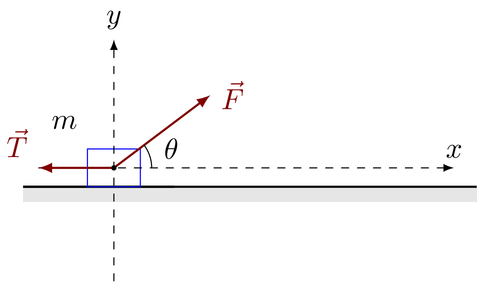


(α΄) Το έργο της F από 0 έως $5\,\text{m}$.

(β΄) Την ταχύτητα του σώματος στη θέση $x = 5\,\text{m}$.

(γ΄) Την συνολική μετατόπιση του σώματος.

4. Σώμα έχει μάζα $m = 10\,\text{kg}$ και είναι ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής μ=0,5. Το σώμα ξαφνικά δέχεται δύναμη $F = 40\,\text{N}$ με γωνία φ για την οποία συν$\varphi = 0,8$ και ημ$\varphi = 0,6$. Όταν έχει μετατοπιστεί κατά $x = 10\,\text{m}$, η δύναμη καταργείται. Να υπολογίστε:

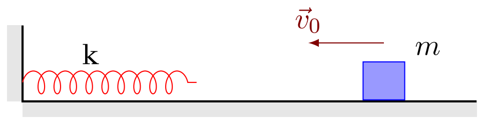


(α΄) Την ταχύτητα του σώματος όταν καταργείται η δύναμη F.

(β΄) Την τριβή ολίσθησης μετά τον μηδενισμό της δύναμης F.

(γ΄) Την συνολική μετατόπιση του σώματος.

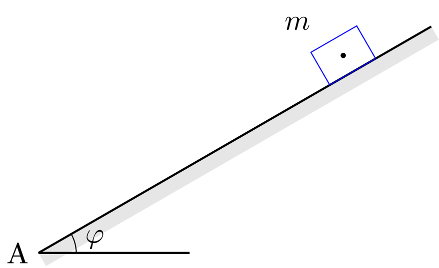
5. Το σώμα του σχήματος έχει μάζα m=1kg και κινείται στο λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_0 = 15\,\mathrm{m/s}$. Στην πορεία του συναντά το ελεύθερο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k = 900\,\mathrm{N/m}$ και το συμπιέζει μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του. Να υπολογίσετε:



(α΄) Την κινητική ενέργεια του σώματος ακριβώς όταν ακουμπάει το ελατήριο.

(β΄) Τη μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου.

6. Σώμα μάζας m αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\varphi = 30°$ και συντελεστή τριβής $\mu = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$ σε απόσταση $x = 5\,\mathrm{m}$ από την βάση Α του κεκλιμένου.



(α΄) Να αποδείξετε ότι το σώμα θα γλυστρίσει στο κεκλιμένο.

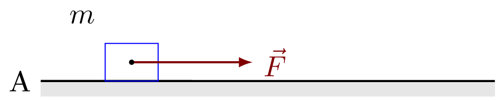
(β΄) Να βρείτε την ταχύτητά του όταν φτάνει στο σημείο Α του κεκλιμένου επιπέδου.

7. Σώμα βάλλεται από τη βάση Α κεκλιμένου επιπέδου γωνίας γωνίας $\varphi = 30°$ και συντελεστή τριβής, στατικής και ολίσθησης, $\mu = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Το σώμα επιβραδύνεται και σταματάει στιγμιαία σε σημείο Γ του κεκλιμένου.

(α΄) Να βρείτε την απόσταση ΑΓ και το κατακόρυφο ύψος στο οποίο έφτασε το σώμα.

(β΄) Να εξετάσετε αν το σώμα θα επιστρέψει στη βάση του επιπέδου.

8. Σώμα μάζας $m = 2\,\mathrm{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο συντελεστή τριβής $\mu = 0,5$. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη που το μέτρο της μεταβάλλεται με τη σχέση $F = 40 - 10x$. Η δύναμη καταργείται μετά τον μηδενισμό της.



(α΄) Να βρείτε σε ποιά θέση μηδενίζεται η δύναμη.

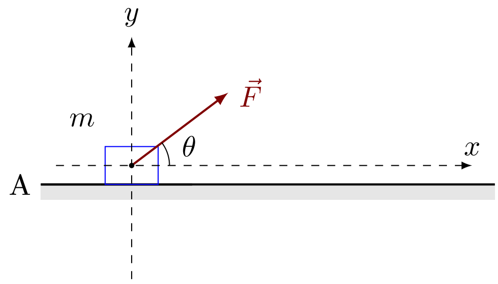
(β΄) Να υπολογίσετε τα έργα της δύναμης F και της τριβής T μέχρι τη θέση που μηδενίζεται η F.

(γ΄) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος στη θέση που μηδενίζεται η F.

(δ΄) Σε ποιά θέση το σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα; Να βρεθεί η τιμή της.

Δίνονται: ημ$37° = 0.6$, συν$37° = 0.8$, $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$

9. Σώμα μάζας $m = 2\,\mathrm{kg}$ ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο συντελεστή τριβής $\mu = 0,2$. Στο σώμα ασκείται δύναμη με γωνία $\varphi = 37°$ που το μέτρο της μεταβάλλεται με τη σχέση $F = 50 - 10x$. Η δύναμη καταργείται μετά τον μηδενισμό της.



(α΄) Να βρείτε τις σχέσεις που εκφράζουν τις εξαρτήσεις των μέτρων της κάθετης δύναμης στήριξης και της τριβής από την απόσταση x.

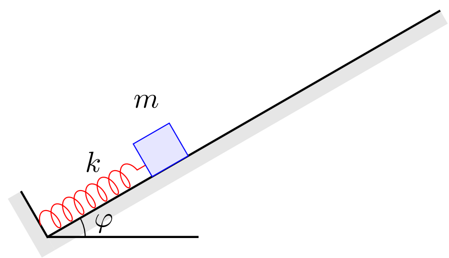
(β΄) Να υπολογίσετε τα έργα της δύναμης F και της τριβής T μέχρι τη θέση που μηδενίζεται η F.

(γ΄) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος στη θέση που μηδενίζεται η F.

(δ΄) Σε ποιά θέση θα σταματήσει τελικά το σώμα;

Δίνονται: ημ$37° = 0.6$, συν$37° = 0.8$, $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$

10. Στο παρακάτω σχήμα το ελατήριο έχει σταθερά $k = 200\,\mathrm{N/m}$ και κρατείται συμπιεσμένο κατά $d = 20\,\mathrm{cm}$. Στην ελεύθερη άκρη του τοποθετείται σώμα μάζας $m = 1\,\mathrm{kg}$ και το ελατήριο αφήνεται ελεύθερο, με αποτέλεσμα το σώμα να κινηθεί προς τα πάνω στο λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\varphi = 30°$.



(α΄) Βρείτε την ταχύτητα του σώματος όταν το ελατήριο φτάνει στο φυσικό του μήκος.

(β΄) Βρείτε πόσο πάνω από το ελατήριο θα φτάσει το σώμα μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του.

4.4 Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας

Αν στο σώμα δρουν μόνο συντηρητηκές δυνάμεις τότε η Μηχανική Ενέργεια του σώματος διατηρείται σταθερή.

Δηλαδή

$$\boxed{\text{Αν } \Sigma F_{\mu\eta\text{-}\sigma\upsilon\nu\tau} = 0 \text{ τότε } E_{\text{Μηχ}} = \text{σταθερή}}$$

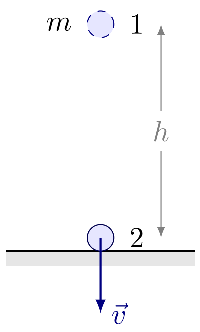
Η Μηχανική Ενέργεια συμβολίζεται E και είναι το άθροισμα κινητικής και δυναμικής ενέργειας: $E = K + U$

Η μόνη δυναμική ενέργεια που γνωρίζουμε είναι η δυναμική ενέργεια βαρύτητας, που έχει ένα σώμα σε ύψος h: $U = mgh$

Η ΑΔΜΕ εφαρμόζεται πρακτικά όταν δέν υπάρχουν μή-συντηρητικές δυνάμεις, όπως *τριβή*, άγνωστες δυνάμεις, δυνάμεις που ασκεί κάποιος άνθρωπος, κτλ... Τότε, μεταξύ των θέσεων 1 και 2

$$\boxed{K_1 + U_1 = K_2 + U_2}$$

1. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα αφήνεται ελεύθερο από ύψος $h = 20\,\text{m}$ και κάνει ελεύθερη πτώση. Δίνεται $g = 10\,\text{m/s}^2$.



(α΄) Στη θέση 1 η μηχανική ενέργεια είναι ....

(β΄) Στη θέση 2 η μηχανική ενέργεια είναι ....

(γ΄) Η μηχανική διατηρείται άρα εξισώνουμε τις μηχανικές στη θέση 1 και θέση 2 ......
....
....

(δ΄) Η ταχύτητα v όταν το σώμα φτάνει στο έδαφος είναι ....

(ε΄) Λύστε το ίδιο πρόβλημα χωρίς νούμερα και καταλήξτε στον τύπο $v = \sqrt{2gh}$ για την ταχύτητα με την οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος.

2. Σώμα βάλλεται από το έδαφος προς τα πάνω με ταχύτητα $v_0 = 40\,\text{m/s}$.

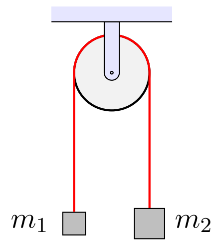
(α΄) Βρείτε το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει.

(β΄) Βρείτε τον τύπο που μας δίνει το μέγιστο ύψος που φτάνει το σώμα σε σχέση με την ταχύτητα v_0.

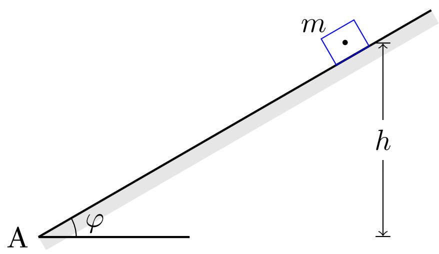
4.4.1 Ασκήσεις-προβλήματα

1. Σώμα βάλλεται από ύψος $h = 20\,\mathrm{m}$ με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$ τυχαίας γωνίας ώς προς τον ορίζοντα. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας v με την οποία θα φτάσει στο έδαφος.

2. Τα σώματα του σχήματος έχουν μάζες $m_1 = 5$ Kg και $m_2 = 15$ Kg και είναι συνδεδεμένα με αβαρές νήμα μέσω σταθερής τροχαλίας αμελητέας μάζας, που περιστρέφεται χωρίς τριβές. Να βρεθούν: (α) προς ποιά κατεύθυνση θα κινηθεί το σύστημα, (β) οι ταχύτητες των δύο σωμάτων όταν θα απέχουν κατακόρυφη απόσταση $h = 2\,\mathrm{m}$.



3. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα $m = 2\,\mathrm{kg}$ αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί από ύψος $h = 5\,\mathrm{m}$ σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\varphi = 30°$. Δίνεται $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.

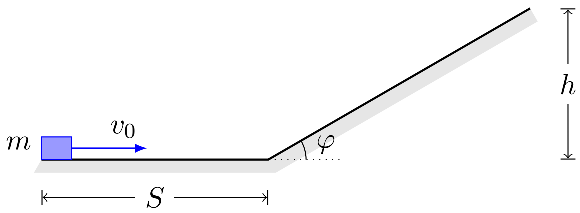


(α΄) Να βρείτε τη μηχανική ενέργεια του σώματος στην αρχική του θέση.

(β΄) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος όταν φτάνει στη θέση Α στη βάση του κεκλιμένου.

Δίνονται: $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$

4. Ένα σώμα μάζας $m = 2Kg$ ξεκινάει να κινείται με ταχύτητα $v_0 = 20$ m/s σε οριζόντιο επίπεδο μήκους $S = 0.4m$ και συντελεστή τριβής μ=0.5. Το σώμα φτάνει σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\phi = 30°$ και συνεχίζει την κίνησή του. Να βρεθούν:



(α΄) Η επιτάχυνσή του (επιβράδυνση).

(β΄) Η ταχύτητα με την οποία φτάνει στο κεκλιμένο επίπεδο.

(γ΄) Το ύψος στο οποίο θα φτάσει το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία.

4.5 Ισχύς

Η Ισχύς ορίζεται ως ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας του σώματος ή του έργου μίας δύναμης.

Δηλαδή

$$\boxed{P = \frac{\Delta W}{\Delta t}}$$

Για μία δύναμη F που δρα σε ένα σώμα το οποίο έχει εκείνη τη στιγμή ταχύτητα v η στιγμιαία ισχύς της βρίσκεται από τον τύπο

$$\boxed{P_F = F \cdot v}$$

όπου θεωρούμε ότι η δύναμη $\vec{F}$ και η ταχύτητα $\vec{v}$ είναι συγγραμμικές και ομόρροπες. Αν δεν είναι αναλύουμε τη δύναμη στη διεύθυνση της ταχύτητας $\vec{v}$.

4.5.1 Ρυθμοί μεταβολής

Ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας:

$$\boxed{\frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{\Delta W_{\Sigma\mathrm{F}}}{\Delta t} = \frac{\Sigma F \cdot \Delta x}{\Delta t} = \Sigma F \cdot v}$$

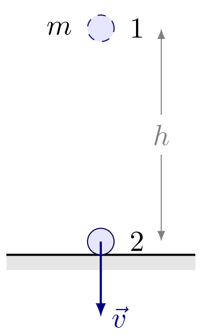
Ρυθμός μεταβολής της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας:

$$\boxed{\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{-\Delta W_{\mathrm{B}}}{\Delta t} = -\frac{B \cdot \Delta x}{\Delta t} = -B \cdot v}$$

Ρυθμός μεταβολής της μηχανικής ενέργειας (όταν δρούν μή συντηρητικές δυνάμεις που τη μεταβάλλουν):

$$\boxed{\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta W_{\text{μη-συντ.}}}{\Delta t} = \frac{F_{\text{μη-συντ.}} \cdot \Delta x}{\Delta t} = F_{\text{μη-συντ.}} \cdot v}$$

1. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα αφήνεται ελεύθερο από ύψος $h = 20\,\mathrm{m}$ και κάνει ελεύθερη πτώση. Δίνεται $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.



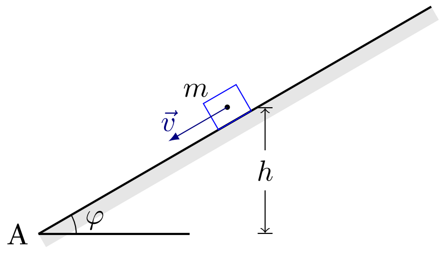
(α΄) Ο χρόνος πτώσης μέχρι το έδαφος είναι ....

(β΄) Η μέση ισχύς του βάρους για την πτώση του σώματος είναι ....

(γ΄) Η ταχύτητα v όταν το σώμα φτάνει στο έδαφος είναι ....

(δ΄) Ο στιγμιαίος ρυθμός δυναμικής ενέργειας ακριβώς όταν φτάνει στο έδαφος είναι: . ...

2. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα $m = 2\,\mathrm{kg}$ αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί από την κορυφή του κεκλιμένου και όταν βρίσκεται σε ύψος $h = 5\,\mathrm{m}$ από το έδαφος έχει ταχύτητα $v = 10\,\mathrm{m/s}$. Το κεκλιμένο έχει γωνία $\varphi = 37^\circ$ και συντελεστή τριβής μ=0,2. Δίνεται $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$, ημ$37 = 0,6$, συν$37 = 0,8$.



Υπολογίστε στη θέση αυτή που βρίσκεται το σώμα:

(α΄) Τον ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

(β΄) Τον ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας.

(γ΄) Τον ρυθμό παραγωγής θερμότητας από την τριβή.

4.6 Γενικά Προβλήματα

4.6.1 Β' Θέμα

1. Ένας αλεξιπτωτιστής πέφτει από το αεροπλάνο χωρίς αρχική ταχύτητα και αφού ανοίξει το αλεξίπτωτο κινούμενος για κάποιο χρονικό διάστημα με σταθερή ταχύτητα προσγειώνεται στο έδαφος

Αν συμβολίσουμε με W_B το έργο του βάρους του αλεξιπτωτιστή κατά τη διάρκεια της πτώσης του και K τη κινητική ενέργεια του αλεξιπτωτιστή κατά τη προσγείωση του θα ισχύει:

(α') $W_B > K$ (β') $W_B = K$ (γ') $W_B < K$

2. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ s δυο αλεξιπτωτιστές ίδιας μάζας εγκαταλείπουν το αεροπλάνο στο οποίο επέβαιναν και αρχικά εκτελούν ελεύθερη πτώση. Οι δυο αλεξιπτωτιστές ανοίγουν τα αλεξίπτωτά τους τις χρονικές στιγμές t_1 και $t_2 = 2 \cdot t_1$ αντίστοιχα οπότε αρχίζουν να κινούνται με σταθερή ταχύτητα με την οποία και προσγειώνονται.

Αν P_1 και P_2 είναι οι ρυθμοί παραγωγής έργου από τα βάρη των αλεξιπτωτιστών κατά τη κίνησή τους με σταθερή ταχύτητα τότε ισχύει:

(α') $P_1 = P_2$ (β') $P_2 = 2P_1$ (γ') $P_2 = 4P_1$

3. Η κινητική ενέργεια μιας μπάλας αυξάνεται από $K_{αρχ}$ σε $K_{τελ} = 4 \cdot K_{αρχ}$ σε χρονικό διάστημα Δt.

Στο χρονικό διάστημα Δt το έργο W της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στη μπάλα είναι

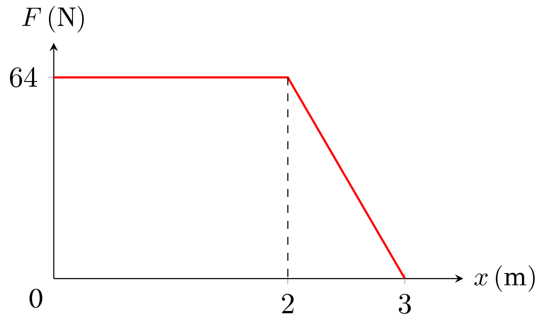
(α') $9K_{τελ}$ (β') $3K_{τελ}$ (γ') $15K_{τελ}$

4. Μικρή σιδερένια σφαίρα μάζας m βρίσκεται αρχικά στο έδαφος. Η σφαίρα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου v_0. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.

Η κινητική ενέργεια που θα έχει η σφαίρα φτάνοντας στο έδαφος θα είναι:

(α') ίση με την ποσότητα $\frac{1}{2}mv_0^2$ β) μικρότερη από την ποσότητα $\frac{1}{2}mv_0^2$ γ) μεγαλύτερη από την ποσότητα $\frac{1}{2}mv_0^2$

5. Σε κιβώτιο που αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και αυτό αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος του άξονα $x'x$. Στη διπλανή εικόνα φαίνεται το διάγραμμα του μέτρου της δύναμης $\vec{F}$ σε συνάρτηση με τη θέση του σώματος. Γνωρίζετε ακόμη πως κατά τη διάρκεια του πρώτου δευτερολέπτου της κίνησης του το κιβώτιο μετατοπίστηκε δύο μέτρα.



Από τις παρακάτω τρεις επιλογές, να επιλέξετε αυτήν που θεωρείτε σωστή, και δικαιολογήστε την επιλογή σας.

(α') Το κιβώτιο έχει μάζα 16 Kg και τη στιγμή που έχει μετατοπιστεί 3 m η κινητική ενέργεια του είναι ίση με 96 J.

(β') Το κιβώτιο έχει μάζα 16 Kg και τη στιγμή που έχει μετατοπιστεί 3 m η κινητική ενέργεια του είναι ίση με 160 J.

(γ') Το κιβώτιο έχει μάζα 32 Kg και τη στιγμή που έχει μετατοπιστεί 3 m η κινητική ενέργεια του είναι ίση με 160 J.

6. Μικρή σφαίρα βρίσκεται πάνω στο έδαφος. Η σφαίρα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με κινητική ενέργεια K, οπότε φτάνει σε ύψος H πάνω από το έδαφος. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας g είναι σταθερή.

Αν η ίδια σφαίρα εκτοξευθεί από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω έχοντας διπλάσια κινητική ενέργεια $2K$, τότε το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα είναι:

(α′) H (β′) $\frac{H}{2}$ (γ′) $2H$

7. Από ύψος h εκτοξεύονται δύο σώματα μαζών m και $4m$ με ταχύτητες τυχαίων διευθύνσεων αλλά ίδιων μέτρων v. Την στιγμή που τα σώματα φτάνουν στο έδαφος αύξηση των κινητικών τους ενεργειών είναι ΔK_1 και ΔK_2.

Για τα ΔK_1 και ΔK_2 ισχύει:

(α′) $\Delta K_1 = \Delta K_2$ (β′) $\Delta K_2 = 4\Delta K_1$ (γ′) $\Delta K_2 = 2\Delta K_1$

8. Σε μία σφαίρα που κινείται κατά μήκος του άξονα x'x ασκείται δύναμη $\vec{F}$ το μέτρο της οποίας δίνεται σε συνάρτηση με τη θέση της σφαίρας από τη σχέση: $F = 30 - 2x$ (S.I.)

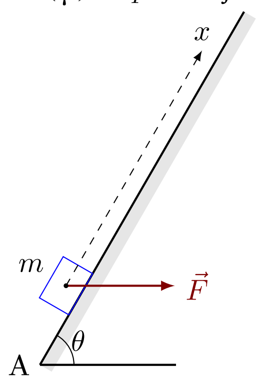
Το έργο της δύναμης για τη μετακίνηση της σφαίρας από τη θέση $x = 0$ m μέχρι τη θέση $x = 5$ m είναι ίσο με:

(α′) $W_F = 125\,\mathrm{J}$ (β′) $W_F = 100\,\mathrm{J}$ (γ′) $W_F = 50\,\mathrm{J}$

9. Εργάτης σπρώχνει ένα μικρό σώμα που κινείται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\theta = 60°$ (ημ$60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, συν$60° = \frac{1}{2}$). Ο εργάτης ασκεί στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη σταθερού μέτρου F όπως φαίνεται στο σχήμα και το κιβώτιο μετατοπίζεται κατά διάστημα x.

Η ενέργεια που μεταφέρεται από τον εργάτη στο κιβώτιο είναι ίση με

(α′) $F \cdot x$ (β′) $\frac{F \cdot x}{2}$ (γ′) $\frac{\sqrt{3}}{2} F \cdot x$



10. Σφαίρα μικρών διαστάσεων βρίσκεται ακίνητη σε μικρό ύψος h πάνω από το έδαφος. Στο ύψος αυτό με επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, η σφαίρα έχει δυναμική ενέργεια ίση με 120 J. Η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη, οπότε εκτελεί ελεύθερη πτώση με την επίδραση του αέρα να θεωρείται αμελητέα.

Όταν η σφαίρα βρεθεί σε απόσταση ίση με h/3, από το σημείο εκκίνησης, τότε η δυναμική της ενέργεια U και η κινητική της ενέργεια K θα είναι αντίστοιχα:

(α′) $U = 40\,\mathrm{J}, K = 80\,\mathrm{J}$ (β′) $U = 80\,\mathrm{J}, K = 40\,\mathrm{J}$ (γ′) $U = 90\,\mathrm{J}, K = 30\,\mathrm{J}$

11. Μία μεταλλική σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Σε σημείο A της τροχιάς της έχει ταχύτητα μέτρου v και κινητική ενέργεια ίση με K. Σε ένα άλλο σημείο B που βρίσκεται χαμηλότερα από το A το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας είναι ίσο με $2v$.

Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της σφαίρας από τη θέση A στην θέση B είναι ίση με:

(α′) $-3K$ (β′) $2K$ (γ′) $-4K$

4.6.2 Δ' Θέμα

1. Στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου βρίσκεται ακίνητο ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας $m = 20\,\text{kg}$. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0\,\text{s}$ ο Γιάννης αρχίζει να σπρώχνει το κιβώτιο ασκώντας σε αυτό οριζόντια σταθερή δύναμη F μέτρου 50 N. Τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\,\text{s}$ η ταχύτητα του κιβώτιου είναι ίση με $v = 2\,\text{m/s}$ και ο Γιάννης σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο. Στη συνέχεια το κιβώτιο κινείται για λίγο ακόμη πάνω στο δάπεδο και τέλος σταματά. Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\,\text{m/s}^2$. Να υπολογίσετε:

(α΄) την επιτάχυνση του κιβωτίου στη χρονική διάρκεια που ο Γιάννης έσπρωχνε το κιβώτιο.

(β΄) το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.

(γ΄) την ενέργεια που προσφέρθηκε από το Γιάννη στο κιβώτιο, μέσω του έργου της δύναμης F

(δ΄) το συνολικό διάστημα που διάνυσε το κιβώτιο πάνω στο δάπεδο, από τη χρονική στιγμή to = 0 s, μέχρι να σταματήσει.

2. Από ένα βράχο ύψους $H = 10$ m πάνω την επιφάνεια της θάλασσας εκτοξεύουμε μια πέτρα μάζας $0,1$ kg, κατακόρυφα προς τα με πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10\,\text{m/s}$. Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια την επιφάνεια της θάλασσας και την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με $g = 10\,\text{m/s}^2$. Η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε:

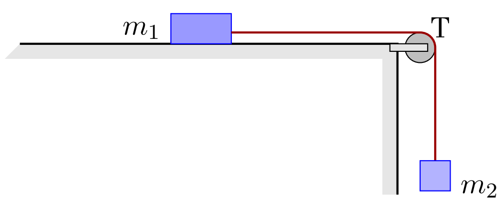
(α΄) τη μηχανική ενέργεια της πέτρας τη στιγμή της εκτόξευσης,

(β΄) το μέγιστο ύψος που θα φτάσει η πέτρα από την επιφάνεια της θάλασσας καθώς και την τιμή της δυναμικής ενέργειας σε αυτό το ύψος,

(γ΄) το ύψος πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας στο οποίο η κινητική ενέργεια της πέτρας είναι ίση με τη δυναμική της ενέργεια,

(δ΄) το χρονικό διάστημα της κίνησης της πέτρας από τη χρονική στιγμή που εκτοξεύτηκε μέχρι την χρονική στιγμή που φτάνει στην επιφάνεια του νερού.

3. Τα σώματα του παραπάνω σχήματος έχουν μάζες $m_1 = 2$ kg και $m_2 = 3$ kg και είναι δεμένα μεταξύ τους με μη εκτατό (σταθερού μήκους) και αμελητέας μάζας νήμα που διέρχεται από το αυλάκι μιας πολύ ελαφριάς τροχαλίας Τ (θεωρήστε τη μάζα της τροχαλίας αμελητέα). Το σώμα με μάζα m_1 εμφανίζει με την επιφάνεια στην οποία είναι τοποθετημένο συντελεστή τριβής ολίσθησης ίσο με 0,25. Το σύστημα των δύο σωμάτων συγκρατείται ακίνητο και τη χρονική στιγμή $t = 0$ s, αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί. Θεωρήστε την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με $g = 10\,\text{m/s}^2$



(α΄) Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα.

(β΄) Να υπολογίστε το μέτρο της επιτάχυνσης του συστήματος.

(γ΄) Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος.

(δ΄) Να υπολογίσετε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος με μάζας m_2 όταν το σώμα με μάζα m_1 έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά 40 cm.

4. Σε έλκηθρο μάζας $m_1 = 40$ Kg επιβαίνει ένας Εσκιμώος με μάζα $m_2 = 80$ Kg. Το έλκηθρο δένεται με δυο όμοια σχοινιά που δεν έχουν μάζα και διατηρούνται τεντωμένα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του έλκηθρου και παράλληλα στην ταχύτητά του. Το έλκηθρο το σέρνουν 2 ειδικά σκυλιά Χάσκις σε μια οριζόντια χιονισμένη πεδιάδα. Όταν κάθε σκυλί αναπτύσσει ισχύ 600W το έλκηθρο -κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{v}$ με μέτρο 5 m/s . Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε :

(α΄) τη δύναμη που ασκεί καθένα από τα σκοινιά στο έλκηθρο.

(β΄) το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του έλκηθρου και του χιονισμένου εδάφους.

Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0$ s ο Εσκιμώος πηδάει από το έλκηθρο ενώ η ταχύτητα του έλκηθρου διατηρεί το μέτρο της 5m/s και τα σκυλιά εξακολουθούν να ασκούν την ίδια δύναμη όπως προηγουμένως. Να υπολογίσετε:

(γ΄) την ταχύτητα του έλκηθρου τη χρονική στιγμή $t_2 = 2$ s.

(δ΄) την ενέργεια που γίνεται θερμότητα στο χρονικό διάστημα $0\,\mathrm{s} - 2\,\mathrm{s}$.

5. Ένας μικρός πύραυλος έχει μάζα 200 Kg. Ο πύραυλος αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω χωρίς αρχική ταχύτητα με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = 10\,\mathrm{m/s^2}$. Όταν ο πύραυλος φθάσει σε ύψος $H = 500$ m αποκολλάται ένας από τους ορόφους του, ο οποίος τη στιγμή της αποκόλλησης έχει ταχύτητα ίση με την ταχύτητα του πυραύλου εκείνη τη χρονική στιγμή. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$, η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και ότι η μάζα του πυραύλου κατά την κίνησή του μέχρι το ύψος H παραμένει σταθερή. Για τη κίνηση του πυραύλου από το έδαφος μέχρι το ύψος H να υπολογίσετε:

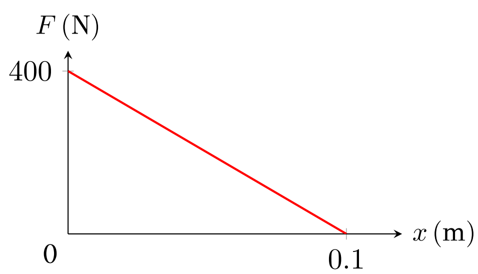
(α΄) την κατακόρυφη προωστική δύναμη που ασκείται στο πύραυλο.

(β΄) την ταχύτητα του πυραύλου στο ύψος H.

(γ΄) τη μέση ισχύ που ανέπτυξε ο κινητήρας του πυραύλου.

(δ΄) την ταχύτητα με την οποία ο όροφος που αποκολλήθηκε από τον πύραυλο θα φθάσει στην επιφάνεια του εδάφους.

6. Ένας ιθαγενής σε ζούγκλα του Αμαζονίου σημαδεύει με το τόξο του ένα πουλί που βρίσκεται πάνω σε κλαδί ψηλού δένδρου και εκτοξεύει ένα βέλος που έχει μάζα m = 0,1 Kg. Όσο η χορδή του τόξου είναι τεντωμένη ασκείται στο βέλος συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ που η γραφική παράσταση του μέτρου της σε συνάρτηση με τη θέση παριστάνεται στο σχήμα:



Στη θέση x = 0 m η χορδή είναι πλήρως τεντωμένη. Στη θέση x = 0,1 m και τη χρονική στιγμή t = 0 s το βέλος εκτοξεύεται από το τόξο και κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω. Ο ιθαγενής αστοχεί γιατί τη χρονική στιγμή t = 1 s το βέλος, ευτυχώς για το πουλί, βρίσκει το κλαδί και διεισδύει κατακόρυφα μέσα στο ξύλο του κλαδιού σε βάθος d = 0,1 m. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα ενώ το βέλος μπορεί να θεωρηθεί ως υλικό σημείο. Να υπολογίσετε:

(α΄) το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο βέλος μέχρι να εκτοξευθεί από το τόξο και την κινητική ενέργεια του βέλους τη χρονική στιγμή t = 0 s.

(β΄) το ύψος πάνω από το σημείο εκτόξευσης του βέλους που βρίσκεται το κλαδί.

(γ΄) την σταθερή επιβράδυνση με την οποία κινείται το βέλος στο ξύλο του κλαδιού.

(δ΄) το μέτρο της δύναμης που ασκεί το ξύλο του κλαδιού στο βέλος.

7. Μικρό σώμα μάζας m = 5 kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του οριζόντιου επιπέδου είναι μ = 0,4. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s ασκείται στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου ίσο με 50 N με την επίδραση της οποίας το σώμα αρχίζει να κινείται στο οριζόντιο επίπεδο. Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ Να υπολογίσετε:

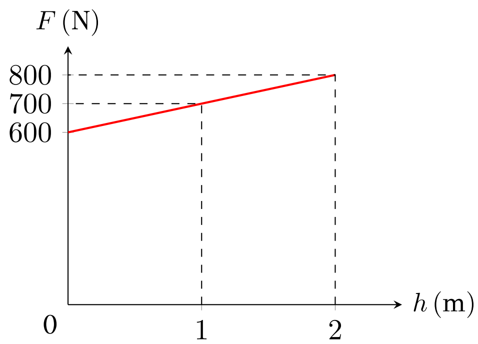
(α΄) το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα

(β΄) την κινητική ενέργεια του σώματος την χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s,

(γ΄) το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή to = 0, μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2$ s,

(δ΄) τη μέση ισχύ που προσφέρθηκε στο σώμα, μέσω της δύναμης $\vec{F}$, στη χρονική διάρκεια από την $t_0 = 0$ μέχρι τη στιγμή $t_1 = 2$ s.

8. Ένα κιβώτιο με πλακάκια μάζας m = 50 Kg αρχικά βρίσκεται ακίνητο πάνω στο έδαφος. Με τη βοήθεια ενός γερανού το κιβώτιο ανυψώνεται κατακόρυφα. Η δύναμη $\vec{F}$ που ασκεί ο γερανός στο κιβώτιο, έχει κατακόρυφη διεύθυνση και η τιμή της στα πρώτα δύο μέτρα της ανόδου, συναρτήσει του ύψους h του κιβωτίου από το έδαφος παριστάνεται στο διάγραμμα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε:



(α΄) το μέτρο της επιτάχυνσης του κιβωτίου τη χρονική στιγμή που βρίσκεται σε ύψος 1m πάνω από το έδαφος,

(β΄) το έργο της δύναμης $\vec{F}$ για ανύψωση κατά 2 m πάνω από το έδαφος,

(γ΄) το μέτρο της ταχύτητας του κιβώτιου τη χρονική στιγμή που βρίσκεται σε ύψος ίσο με 2 m πάνω από το έδαφος.

(δ΄) το χρόνο που θα χρειαζόταν το κιβώτιο να ανέλθει κατά 2 m, αν ανέβαινε συνεχώς με σταθερή επιτάχυνση ίση με αυτήν που υπολογίσατε στο ερώτημα α.

9. Ένα μικρό σώμα μάζας 2 Kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο, στη θέση x = 0 m του οριζόντιου προσανατολισμένου άξονα Ox. Τη χρονική στιγμή t = 0 s ασκούμε στο σώμα οριζόντια δύναμη F η τιμή της οποίας μεταβάλλεται με τη θέση του σώματος σύμφωνα με τη σχέση

$$F = 24 - 2x \text{ (x σε m, F σε N)}$$

και το σώμα αρχίζει να κινείται πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται αμέσως μετά το μηδενισμό της. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου είναι μ = 0,2. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

(α΄) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα του μέτρου της δύναμης $\vec{F}$ σε συνάρτηση με τη θέση x, μέχρι τη θέση που η $\vec{F}$ μηδενίζεται και στη συνέχεια να υπολογίσετε το έργο της για τη μετατόπιση του σώματος από τη θέση $x = 0$ m μέχρι τη θέση μηδενισμού της.

(β΄) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση που μηδενίζεται η $\vec{F}$.

(γ΄) Μετά τη κατάργηση της $\vec{F}$ το σώμα συνεχίζει τη κίνηση του με την επίδραση της τριβής μέχρι να σταματήσει. Να υπολογίσετε το έργο της τριβής κατά τη διάρκεια αυτής της κίνησης.

(δ΄) Σε κάποια θέση πριν το μηδενισμό της $\vec{F}$ η επιτάχυνση του σώματος είναι μηδέν. Να προσδιορίσετε αυτή τη θέση.

10. Ένα σιδερένιο κιβώτιο μάζας $m = 100$ kg βρίσκεται ακίνητο στο έδαφος. Στο κιβώτιο ασκείται κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ προς τα πάνω η τιμή της οποίας μεταβάλλεται με το ύψος y από το έδαφος σύμφωνα με τη σχέση $F = 3000 - 100y$ (SI). Η δύναμη $\vec{F}$ σταματάει να ασκείται αμέσως μετά το μηδενισμό της. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:

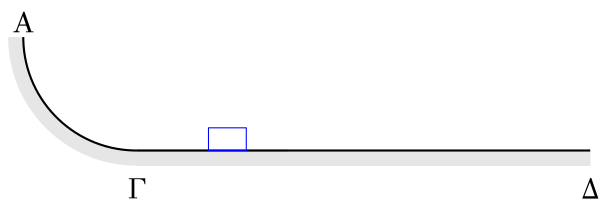
(α΄) την τιμή του ύψους y_1 στο οποίο μηδενίζεται η δύναμη $\vec{F}$ και να γίνει το διάγραμμα του μέτρου της $\vec{F}$ συναρτήσει του ύψους.

(β΄) το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από $y = 0$ έως y_1.

(γ΄) την κινητική ενέργεια του κιβωτίου στο ύψος y_1

(δ΄) το μέγιστο ύψος από το έδαφος που φθάνει το κιβώτιο.

11. Σώμα αφήνεται από την κορυφή Α λείου τεταροκύκλιου ΑΓ ακτίνας $R = 1.8\,\mathrm{m}$ και εισέρχεται σε οριζοντιο επίπεδο ΓΔ με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής μ=0,2. Αν η μάζα του σώματος είναι $m = 2\,\mathrm{kg}$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$, να βρεθούν:



(α΄) Η ταχύτητα με την οποία εισέρχεται στο οριζόντιο επίπεδο.

(β΄) Ο ρυθμός παραγωγής θερμότητας του σώματος στη θέση $x = 1,1\,\mathrm{m}$ από το σημείο Γ.

(γ΄) Η θέση που θα σταματήσει το σώμα στο οριζόντιο επίπεδο.

(δ΄) Η μέση ισχύς της δύναμης της τριβής.