ΘΕΜΑ 485

Δίνεται η εξίσωση , με παράμετρο .

α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση γράφεται ισοδύναμα:

,  (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τις τιμές του  για τις οποίες η παραπάνω εξίσωση έχει ακριβώς μία λύση την οποία και να βρείτε. (Μονάδες 8)

γ) Για ποια τιμή του  η παραπάνω εξίσωση είναι ταυτότητα στο σύνολο των πραγματικών αριθμών; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 486

Αν  , τότε

α) να αποδείξετε ότι:  (Μονάδες 13)

β) να διατάξετε από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τους αριθμούς:

 (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 487

α) Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς x, yισχύει:

(x – 1)2 + (y + 3)2 = x2 + y2 – 2x + 6y + 10 (Μονάδες 12)

β) Να βρείτε τους αριθμούς x, yώστε: x2 + y2 – 2x + 6y + 10 = 0 (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 504

α) Αν , να αποδειχθεί ότι: . (Μονάδες 15)

β) Αν , να αποδειχθεί ότι: . (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 506

Αν 2 ≤ x ≤ 3 και 1≤ y≤ 2 , να βρείτε μεταξύ ποιων ορίων βρίσκεται η τιμή καθεμιάς

από τις παρακάτω παραστάσεις:

α) x+y (Μονάδες 5)

β) 2x – 3y (Μονάδες 10)

γ)  (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 507

Δίνεται η εξίσωση: , με παράμετρο  (1)

α) Επιλέγοντας τρεις διαφορετικές πραγματικές τιμές για το λ, να γράψετε τρεις εξισώσεις.

(Μονάδες 6)

β) Να προσδιορίσετε τις τιμές του , ώστε η (1) να έχει μία και μοναδική λύση.

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε την τιμή του , ώστε η μοναδική λύση της (1) να ισούται με 4.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 509

α) Αν , να αποδειχθεί ότι:  (1). (Μονάδες 15)

β) Πότε ισχύει η ισότητα στην (1); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 938

α) Να δείξετε ότι:  (Μονάδες 12)

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς  και  (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 996

Δίνεται η παράσταση: , με x, y πραγματικούς αριθμούς, για τους οποίους ισχύει: 1 < x < 4 και 2 < y < 3. Να αποδείξετε ότι:

α) A = x − y +2 . (Μονάδες 12)

β) 0 < A < 4 . (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 1009

Δίνεται η παράσταση: , όπου ο είναι πραγματικός αριθμός.

α) Να αποδείξετε ότι

i) για κάθε , 

ii) για κάθε , . (Μονάδες 12)

β) Αν για τον x ισχύει ότι  να αποδείξετε ότι: . (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 1055

Δίνεται η εξίσωση: , με παράμετρο .

α) Να λύσετε την εξίσωση για και για . (Μονάδες 12)

β) Για ποιες τιμές του λη εξίσωση έχει μοναδική λύση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 1070

Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί α, β, γ, δμε β ≠ 0 και δ ≠ γ ώστε να ισχύουν:

 και .

α) Να αποδείξετε ότι α=3βκαι δ=5γ (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης:  (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 1080

Έστω x, y πραγματικοί αριθμοί ώστε να ισχύει: 

α) Να αποδείξετε ότι: y=2x. (Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:  (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 1089

Για κάθε πραγματικό αριθμό x με την ιδιότητα 5 < x< 10 ,

α) να γράψετε τις παραστάσεις ** και χωρίς απόλυτες τιμές. (Μονάδες 10)

β) να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:  (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 1091

Δίνεται η παράσταση: 

α) Για 1<x<2, να δείξετε ότι: Α = 2x – 3 (Mονάδες 13)

β) Για x<1*,* να δείξετε ότι η παράσταση Aέχει σταθερή τιμή (ανεξάρτητη του x), την

οποία και να προσδιορίσετε. (Mονάδες 12)

ΘΕΜΑ 1092

Από το ορθογώνιο ΑΒΖΗ αφαιρέθηκε το τετράγωνο ΓΔΕΗ πλευράς y.

α) Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του γραμμοσκιασμένου σχήματος ΕΖΒΑΓΔ που απέμεινε δίνεται από τη σχέση: Π = 2x + 4y

(Μονάδες 10)

β) Αν ισχύει 5 < x < 8 και 1 < y < 2, να βρείτε μεταξύ ποιών αριθμών βρίσκεται η τιμή της περιμέτρου του παραπάνω γραμμοσκιασμένου σχήματος. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 1093

Δίνονται οι αριθμοί: , 

α) Να δείξετε ότι:

i)  (Μονάδες 8)

ii)  (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 1300

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις: , , .

α) Να δείξετε ότι: A + B + Γ = 23 . (Μονάδες 13)

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς:  και . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2702

Δίνονται οι παραστάσεις:  και , όπου ο xείναι πραγματικός αριθμός.

α) Για κάθε  να αποδείξετε ότι . (Μονάδες 16)

β) Υπάρχει  ώστε να ισχύει ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 3382

Δίνεται η παράσταση: 

α) Να δείξετε ότι: Α= 4. (Μονάδες 12)

β) Να λύσετε την εξίσωση: . (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 3852

Για τους πραγματικούς αριθμούς α , βισχύουν:  και . Να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθεμιάς από τις παραστάσεις:

α)  (Μονάδες 12)

β)  (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 3857

Έστω α, βπραγματικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύουν:  και 

α) Να αποδείξετε ότι: α + β = 5. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 3863

Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύουν:  και 

α) Να αποδείξετε ότι: . (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 3870

Δίνονται οι παραστάσεις:  και , όπου .

α) Να δείξετε ότι:  (Μονάδες 3)

β) Να δείξετε ότι: , για κάθε τιμή των α, β . (Μονάδες 10)

γ) Για ποιες τιμές των α, βισχύει η ισότητα Κ = Λ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι μη μηδενικοίπραγματικοί αριθμοί α, β,με  για τους οποίους ισχύει:



α) Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί ακαι β είναι αντίστροφοι. (Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: . (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 3884

Για τον πραγματικό αριθμό xισχύει: 

α) Να αποδείξετε ότι . (Μονάδες 12)

β) Αν , να αποδείξετε ότι η παράσταση: είναι ανεξάρτητη του x.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 4299

Αν για τους πραγματικούς αριθμούς x και yισχύουν: και , να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων βρίσκονται οι τιμές των παραστάσεων:

α)  (Mονάδες 12)

β)  (Mονάδες 13)

ΘΕΜΑ 4302

Δίνεται η εξίσωση: , με παράμετρο .

α) Να λύσετε την εξίσωση στις παρακάτω περιπτώσεις:

i) όταν α = 1 (Μονάδες 5)

ii) όταν  (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τις τιμές του α, για τις οποίες η εξίσωση έχει μοναδική λύση και να προσδιορίσετε τη λύση αυτή. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 4310

Δίνονται δύο πραγματικοί αριθμοί α ,β, τέτοιοι ώστε:

α + β = 12 και α2 + β2 = 272 .

α) Με τη βοήθεια της ταυτότητας (α + β)2 = α2 + 2αβ + β2, να δείξετε ότι: α∙β = - 64.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4311

Δίνονται οι παραστάσεις:  και , όπου x πραγματικός αριθμός

α) Για ποιες τιμές του xορίζεται η παράσταση A; (Μονάδες 7)

β) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση B; (Μονάδες 8)

γ) Nα δείξετε ότι, για κάθε , ισχύει . (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4313

Δίνονται οι αριθμοί: , 

α) Να δείξετε ότι:  και  (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 4316

Αν είναι , , τότε:

α) Να αποδείξετε ότι . (Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης . (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 7519

Δίνονται πραγματικοί αριθμοί α, β, με και *.* Να αποδείξετε ότι:

α)  (Μονάδες 12)

β)  (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 8173

Στον πίνακα της τάξης σας είναι γραμμένες οι παρακάτω πληροφορίες (προσεγγίσεις):

 ,  ,  , 

α) Να επιλέξετε έναν τρόπο, ώστε να αξιοποιήσετε τα παραπάνω δεδομένα (όποια

θεωρείτε κατάλληλα) και να υπολογίσετε με προσέγγιση εκατοστού τους αριθμούς

,  και . (Μονάδες 12)

β) Αν δεν υπήρχαν στον πίνακα οι προσεγγιστικές τιμές των ριζών πώς θα μπορούσατε να

υπολογίσετε την τιμή της παράστασης ; (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 13073

Το πάτωμα του εργαστήριου της πληροφορικής ενός σχολείου είναι σχήματος ορθογωνίου με διαστάσεις (x+1) μέτρα και xμέτρα*.*

α) Να γράψετε με τη βοήθεια του xτην περίμετρο και το εμβαδόν του πατώματος.

(Μονάδες 10)