

ΘΕΜΑ Α

Αν η εξίσωση

$$ax^2 + 2\beta x + \gamma = 0$$

έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες, να αποδείξετε ότι και η εξίσωση

$$\beta^2 x^2 - \alpha\gamma(x-1)^2 + \alpha\gamma = 1$$

έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η εξίσωση

$$\lambda x^2 + 2(\lambda - 1)x + \lambda - 2 = 0, \lambda \in \mathbb{R} \quad (1)$$

i) Να λύσετε την εξίσωση (1) όταν $\lambda = 0$.

ii) Αν $\lambda \neq 0$, τότε:

α) να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει ρίζες πραγματικές και άνισες

β) να βρείτε τις ρίζες x_1, x_2

γ) να προσδιορίσετε τις τιμές του λ για τις οποίες ισχύει η σχέση

$$|x_1 - x_2| = 1.$$