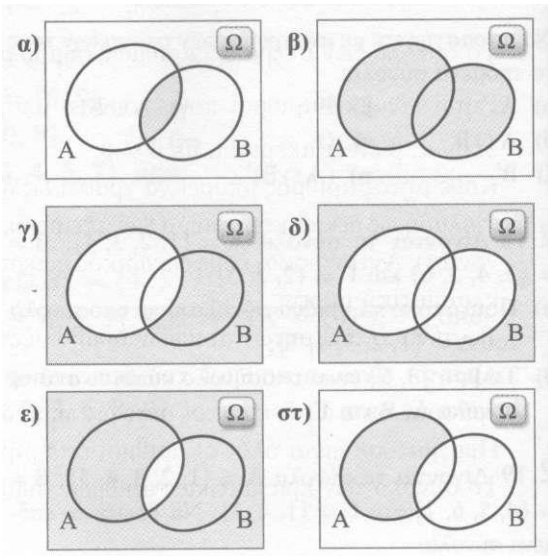
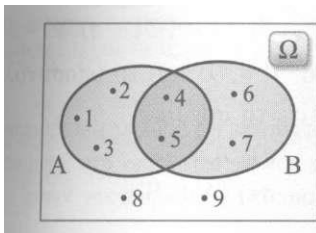


## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΣΥΝΟΛΑ

1. Να εκφράσετε ως πράξεις μεταξύ των  $A$  και  $B$ , τα σύνολα που αντιστοιχούν στα χρωματισμένα μέρη των παρακάτω διαγραμμάτων Venn.

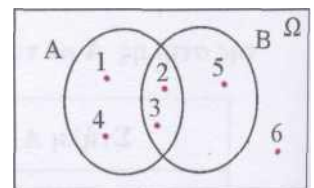


2. Δίνεται το παρακάτω διάγραμμα Venn.



Να παραστήσετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα επόμενα σύνολα:

- α)  $A$                                       β)  $B$                                       γ)  $A \cup B$                                       δ)  $A \cap B$   
 ε)  $\Omega$                                       στ)  $A'$                                       ζ)  $B'$                                       η)  $(A \cap B)'$
3. Στο διπλανό σχήμα έχουμε το διάγραμμα του Venn για τα σύνολα  $A$  και  $B$ :  
 Να βρείτε τα σύνολα



- i.  $A \cup B$   
 ii.  $A \cap B$   
 iii.  $A'$   
 iv.  $(A \cup B)'$   
 v.  $(A \cap B)'$   
 vi.  $A - B$

4. Να γράψετε με αναγραφή τα σύνολα:

- i.  $A = \{k \in \mathbb{Z} / -2 \leq k < 1\}$   
 ii.  $B = \{x \in \mathbb{R} / x^2 = 4\}$   
 iii.  $\Gamma = \{k \in \mathbb{N} / k \text{ διαιρέτης του } 12\}$

- iv.  $\Delta = \{(x, y) / x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R} \text{ και } x(y-1) = 3\}$
5. Να παρασταθούν με αναγραφή των στοιχείων τους τα σύνολα :
- $A = \{x \in \mathbb{N} / 2 < x \leq 5\}$
  - $B = \{x \in \mathbb{N} / 13 < x < 19\}$
  - $\Gamma = \{x \in \mathbb{Z} / -3 < x < 2\}$
  - $\Delta = \{x \in \mathbb{N} / -2 < x < 3\}$
6. Να γράψετε με αναγραφή τα σύνολα:
- $A = \{k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 1\}$
  - $B = \{\lambda \in \mathbb{R} / 2\lambda^2 + \lambda = 0\}$
  - $\Gamma = \{(x, y) / x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N} \text{ και } x \cdot y = 6\}$
7. Να γράψετε με αναγραφή τα σύνολα:
- $A = \{x \in \mathbb{N} / -2 \leq x \leq 5\}$
  - $B = \{x \in \mathbb{Z} / (x-1)(x-3)(2x-5) = 0\}$
  - $\Gamma = \{(x, y) / x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N} \text{ και } x + y = 2\}$
  - $\Delta = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4 = 0 \text{ και } 2x - 4 = 0\}$
8. Να γράψετε με αναγραφή τα σύνολα:  
 $A = \{x \in \mathbb{N} / (x^2 - 4)(x^2 - 1)(2x + 7) = 0\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{Z} / -1 < x \leq 5\}$  και  $\Gamma = \{x \in \mathbb{N} / -2 < x < 0\}$ .
9. Δίνονται τα σύνολα :  $A = \{x \in \mathbb{R} / (x^2 - 1)(x^2 - 4)(x^2 - 9) = 0\}$ ,  $B = \{-3, -1, 1, 3\}$  και  $\Gamma = \{x \in \mathbb{Z} / x^2 - 3 = 0\}$
- Να γράψετε με αναγραφή των στοιχείων τους, τα σύνολα A και Γ.
  - Να βρεθούν τα σύνολα  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cap \Gamma$ .
  - Να εξεταστεί αν  $B \subseteq A$ .
10. Δίνεται το βασικό σύνολο:  $\Omega = \{x \in \mathbb{N} / 0 < x < 10\}$  και τα υποσύνολά του  $A = \{x \in \mathbb{N} / 1 \leq x \leq 5\}$  και  $B = \{x \in \mathbb{N} / 3 < x \leq 8\}$ . Να παραστήσετε με αναγραφή των στοιχείων τους τα σύνολα:
- $A \cup B$
  - $A \cap B$
  - $A'$
  - $B'$
  - $(A \cup B)'$
  - $(A \cap B)'$
  - $A' \cap B'$
  - $A' \cup B'$
  - $(A \cap B)'$
11. Θεωρούμε τα σύνολα:  $A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ διαιρέτης του } 12\}$  και:  
 $B = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ διαιρέτης του } 18\}$
- Να παραστήσετε τα σύνολα A και B με αναγραφή των στοιχείων τους.
  - Να βρείτε τα σύνολα  $A \cup B$  και  $A \cap B$ .
12. Θεωρούμε ως βασικό σύνολο το:  $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$  καθώς και τα σύνολα  $A = \{x \in \Omega / x \text{ άρτιος}\}$  και  $B = \{x \in \Omega / x \text{ πολλαπλάσιο του } 3\}$ .
- Να παραστήσετε τα σύνολα A και B με αναγραφή των στοιχείων τους.
  - Να βρείτε τα σύνολα:
    - $A \cup B$
    - $A \cap B$
    - $A'$

iv)  $B'$                   v)  $(A \cup B)'$                   vi)  $A \cap B'$

13. Να γράψετε με περιγραφή τα σύνολα:

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad B = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\} \quad \Gamma = \{0, 4, 8, 12, 16, \dots\} \quad \Delta = \{0, 3\}$$

14. Να βρείτε το σύνολο των λύσεων των εξισώσεων:

$$\text{i. } x^2 - 5x + 6 = 0 \quad \text{ii. } (x-1)(x^2+4)(x^3-8) = 0 \quad \text{iii. } (5x+1)(x^5-16x)(x+2) = 0$$

15. Δίνονται τα σύνολα:  $\Sigma = \{x / x \text{ ακέραια λύση της ανίσωσης } x^2 - 4 \leq 0\}$ ,

$$T = \{x / x \in (-2, 0) \cup (0, 3)\}. \text{ Να βρείτε τα: } \Sigma \cup T, \Sigma \cap T, \Sigma - T, T - \Sigma$$

16. Να βρείτε το σύνολο των ψηφίων που αποτελούν τους αριθμούς:

$$\text{i. } 2011 \quad \text{ii. } 1821 \quad \text{iii. } 1.000.000$$

17. Να βρείτε το σύνολο των ψηφίων που αποτελούν τον αριθμό 352253.

18. Να βρείτε το σύνολο λύσεων της εξίσωσης:  $x(2-x)(x^3+8)(x^2+1) = 0$

19. Να εξετάσετε αν είναι ίσα τα παρακάτω σύνολα:

$$\text{i. } A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\} \text{ και } B = \{x \in \mathbb{Z} / -3 < x \leq 3\}$$

$$\text{ii. } A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\} \text{ και } \Gamma = \{x \in \mathbb{N} / -3 < x \leq 3\}$$

20. Να εξετάσετε αν είναι ίσα τα παρακάτω σύνολα:

$$\text{i. } A = \{x \in \mathbb{Z} / |x| < 2\} \text{ και } B = \{x \in \mathbb{N} / x^3 = x\}$$

$$\text{ii. } A = \{2, 3, 4, 5, 6\} \text{ και } B = \{x \in \mathbb{N} / 4 < x + 3 < 9\}$$

21. Έστω το βασικό σύνολο:  $\Omega = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon\}$  καθώς και τα υποσύνολά του  $A = \{\alpha, \gamma\}$  και  $B = \{\gamma, \delta, \varepsilon\}$ . Να εξετάσετε αν είναι ίσα τα σύνολα:

$$\alpha) (A \cap B)' \text{ και } A' \cup B'$$

$$\beta) (A \cup B)' \text{ και } A' \cap B'$$

22. Δίνονται τα σύνολα  $M = \{x/x \text{ γράμμα της λέξης ΑΓΓΛΙΚΑ}\}$  και  $N = \{x/x \text{ γράμμα της λέξης ΓΑΛΛΙΚΑ}\}$ . Να εξετάσετε αν τα σύνολα  $M$  και  $N$  είναι ίσα.

23. Να βρείτε τα  $\alpha, \beta$  αν τα σύνολα  $A = \{0, \alpha, 1\}$ ,  $B = \{0, \beta, 2\}$  είναι ίσα.

24. Αν τα σύνολα  $A = \{3, \lambda, 2\}$ ,  $B = \{2, \mu-1, 4\}$  είναι ίσα, να βρείτε τα  $\lambda$  και  $\mu$ .

25. Να βρείτε τα  $\alpha, \beta$ , ώστε τα σύνολα  $A = \{1, \alpha^2, 2\}$ ,  $B = \{1, \beta, 4\}$  να είναι ίσα.

26. Να εξετάσετε αν το σύνολο  $A = \{x \in \mathbb{Z} / (4x-1)(x^2-8)(x^3+1) = 0\}$  είναι το κενό σύνολο.

27. Αν  $A = \{2, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$  και  $\Gamma = \{1, 2, 3, 4\}$ , να εξετάσετε ποιοι από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι σωστοί:

$$\text{i. } A \subseteq B \quad \text{ii. } A \subseteq \Gamma \quad \text{iii. } B \subseteq \Gamma$$

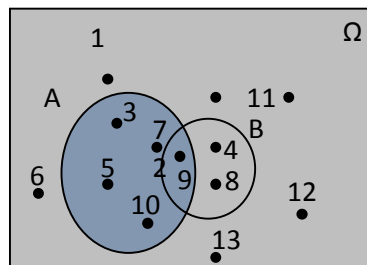
28. Αν  $A = \{5, 6\}$ ,  $B = \{4, 5, 7\}$  και  $\Gamma = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ , να εξετάσετε ποιοι από τους παρακάτω ισχυρισμούς είναι σωστοί:
- i.  $A \subseteq B$                       ii.  $A \subseteq \Gamma$                       iii.  $B \subseteq \Gamma$
29. Να βρείτε όλα τα υποσύνολα του συνόλου: α)  $A = \{x, y\}$  β)  $B = \{\alpha, \beta, \gamma\}$
30. Να βρείτε όλα τα υποσύνολα του συνόλου  $A = \{1, 2, 3\}$ .
31. Να γράψετε όλα τα υποσύνολα του συνόλου  $A = \{4, 5, 6\}$ .
32. Δίνεται το σύνολο  $A = \{\alpha, \beta, \gamma, \{\alpha, \beta\}\}$ . Να γράψετε το σύνολο όλων των υποσυνόλων του  $A$
33. Δίνονται τα σύνολα  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$  και  $\Gamma = \{2, 3, 5\}$ .
- α) Ποια από τα παραπάνω σύνολα είναι υποσύνολα του  $\Delta = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ;  
β) Το  $E = \{3, 5\}$  είναι υποσύνολο κάποιου από τα σύνολα  $A, B$  και  $\Gamma$ ;
34. Δίνονται τα σύνολα  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7\}$  και  $\Gamma = \{1, 4, 7\}$ . Να βρείτε τα επόμενα σύνολα:
- i.  $A \cup B$                                       ii.  $A \cup \Gamma$                                       iii.  $B \cap \Gamma$   
iv.  $(A \cap B) \cup \Gamma$                                       v.  $(A \cap \Gamma) \cap B$                                       vi.  $(A \cup B) \cap \Gamma$
35. Να βρείτε το σύνολο των λύσεων:
- i. της εξίσωσης  $x^{2004} - 1 = 0$ ,  
ii. της ανίσωσης  $x^2 - 4 < 0$ .
36. Να βρείτε τα σύνολα:
- i.  $A = \{x \in \mathbb{R} / (x-1)^2 > 0\}$  και  $A'$ ,  
ii.  $B = \{x \in \mathbb{R} / |x| > 1\}$  και  $B'$
37. Αν  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $\lambda \in \Omega$  και η εξίσωση  $x^2 - 2x - \lambda + 3 = 0$  έχει δύο ρίζες άνισες, να βρείτε το σύνολο που παίρνει τιμές το  $\lambda$ .
38. Αν  $\Omega = \{-4, -1, 0, 2, 3\}$ ,  $A = \{0, -4, 3\}$ ,  $B = \{-1, 3, 2\}$  και  $\Gamma = \{-1, 0, 2\}$ , να βρείτε τα σύνολα:
- i.  $A \cup B$     ii.  $A \cap B$     iii.  $A$     iv.  $(A \cup B) \cap \Gamma$     v.  $(A \cap B)' \cup \Gamma$     vi.  $A - B$
39. Έστω το βασικό σύνολο  $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$  και τα υποσύνολα του  $A = \{1, 2, 3\}$  και  $B = \{3, 4\}$ . Να βρείτε τα σύνολα:
- i.  $A \cup B$                                       ii.  $A \cap B$                                       iii.  $A'$   
v.  $B'$                                       vi.  $(A \cup B)'$                                       vii.  $(A \cap B)'$   
viii.  $A' \cap B$                                       ix.  $A \cap B'$
40. Αν  $\Omega = \{-3, -1, 0, 1, 2, 5\}$ ,  $A = \{-3, 0, 2\}$  και  $B = \{-1, 0, 2\}$ , να βρείτε τα σύνολα:
- i.  $A \cup B$                       ii.  $A \cap B$ ,                      iii.  $A'$ ,  
iv.  $(A \cup B)'$ ,                      v.  $A - B$ ,                      vi.  $B - A$ .

41. Αν  $A = \{0, 3, 6\}$ , να βρείτε όλα τα σύνολα  $B$  για τα οποία ισχύει:  
 i.  $\{0\} \subseteq B$     ii.  $B \subseteq A$     iii.  $B \neq A$
42. Αν  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$  και  $\Gamma = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , να βρείτε τα σύνολα:  
 $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $(A \cup B) \cup \Gamma$ ,  $(A \cap B) \cap \Gamma$ ,  $(A \cup B) \cap \Gamma$  και  $(A \cap B) \cup \Gamma$
43. Αν  $\Omega = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon\}$ ,  $A = \{\alpha, \gamma, \varepsilon\}$  και  $B = \{\alpha, \beta\}$ , να βρείτε τα σύνολα  
 $A'$ ,  $B'$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $(A \cap B)'$ ,  $(A \cup B)'$ ,  $\emptyset'$ ,  $\Omega'$
44. Αν  $A = \{0, 1, 3, 5\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  και  $\Gamma = \{1, 4, 6, 7\}$ , να βρείτε τα σύνολα:  
 $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $(A \cup B) \cup \Gamma$ ,  $(A \cap B) \cap \Gamma$ ,  $(A \cup B) \cap \Gamma$  και  $(A \cap B) \cup \Gamma$
45. Αν  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A = \{2, 4, 6\}$  και  $B = \{1, 2, 3\}$ , να βρείτε τα σύνολα  
 $A'$ ,  $B'$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $(A \cap B)'$ ,  $(A \cup B)'$ ,  $\emptyset'$ ,  $\Omega'$
46. Δίνονται τα σύνολα  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 4, 5, 6\}$  και  $\Gamma = \{1, 2, 3, 4\}$ . Να βρείτε τις διαφορές:  
 α)  $A - B$     β)  $B - A$     γ)  $B - \Gamma$     δ)  $\Gamma - B$     ε)  $A - \Gamma$     στ)  $\Gamma - A$
47. Αν  $\Omega = \{x / x^2 - 3|x| + 2 = 0\}$ ,  $A = \{x / x^2 - 1 = 0\}$  και  $B = \{x \in \Omega / x^2 - 3x + 2 = 0\}$ , να βρείτε τα :  
 $A'$ ,  $B'$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $(A \cap B)'$ ,  $(A \cup B)'$
48. Αν  $\Omega = \{-2, -1, 0, 1\}$ ,  $A = \{-2, 1, 0\}$  και  $B = \{-1, -2, 1\}$ , να δείξετε ότι:  $(A \cup B)' = A' \cap B'$
49. Στις παρακάτω περιπτώσεις,, να βρείτε το σύνολο  $A$ :  
 i.  $A = [-2, 3] \cap [1, 5]$   
 ii.  $A = [-2, 3] \cup [1, 5]$   
 iii.  $A = (-5, +\infty] \cap (-\infty, 7)$   
 iv.  $A = [-5, +\infty) \cup (-\infty, 7]$   
 v.  $A = (-\infty, 2] \cap [3, 4)$ .
50. Δίνεται το σύνολο  $A = \{1, x, 2\}$ . Να βρείτε τις δυνατές τιμές του  $x \in \mathbb{R}$ .
51. Να βρείτε το  $x \in \mathbb{R}$ , ώστε να ορίζεται το σύνολο  $A = \{|x|, 1\}$ .
52. Να βρείτε το σύνολο των λύσεων  
 i. της εξίσωσης:  $(x - 1)(x - 2)(x - 3) \dots (x - 100) = 0$   
 ii. ανίσωσης:  $1 - 2|x| < 0$
53. Αν  $A = (5, +\infty)$ ,  $B = (-\infty, 10]$  και  $\Omega = \mathbb{R}$ , να βρείτε τα σύνολα:  
 i.  $A \cap B$ ,  
 ii.  $A \cup B$ ,  
 iii.  $A'$   
 iv.  $(A \cap B)'$

v.  $A-B$

54. Έστω  $\Omega$  το σύνολο που έχει ως στοιχεία τους αριθμούς που είναι οι ενδείξεις ενός ζαριού και  $\lambda \in \Omega$ . Αν η εξίσωση  $x^2 - 2x + \lambda - 2 = 0$  δεν έχει καμία πραγματική ρίζα, να βρείτε το σύνολο που έχει στοιχεία τις τιμές του  $\lambda$ .
55. Αν  $A \subseteq B$ , με τη βοήθεια ενός διαγράμματος Venn, να βρείτε τα σύνολα  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ .

56. Με βάση το διπλανό διάγραμμα Venn, να βρείτε τα σύνολα  $\Omega$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A'$ ,  $B'$ ,  $A \cap B'$ ,  $B \cap A'$ .

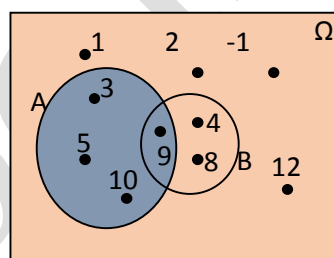


57. Με βάση το διπλανό διάγραμμα Venn, να βρείτε τα σύνολα  $\Omega$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A'$ ,  $B'$ ,  $A \cap B'$ ,  $B \cap A'$ .

58. α. Έστω τα σύνολα  $\Omega = \{-2, -1, 0, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $A = \{-1, 2, 5, 0\}$  και  $B = \{2, 3, 0, 4\}$ . Να βρείτε

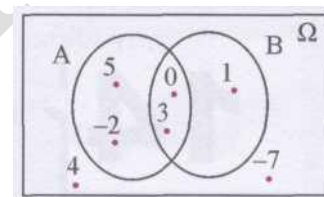
τα σύνολα:

- i.  $A \cup B$     ii.  $A \cap B$     iii.  $A'$     iv.  $A - B$



β. Στο διπλανό σχήμα έχουμε το διάγραμμα του Venn για τα σύνολα  $A$  και  $B$ . Να βρείτε τα σύνολα:

- i.  $A \cup B$     ii.  $A \cap B$     iii.  $B$     iv.  $B - A$     v.  $(A \cap B)'$



59. Έστω  $\Omega$  το σύνολο που έχει ως στοιχεία τους αριθμούς που είναι οι ενδείξεις ενός ζαριού και  $\lambda \in \Omega$ . Αν η εξίσωση  $x^2 - 3x + \lambda - 1 = 0$  έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες και  $A$  το σύνολο που έχει ως στοιχεία τις τιμές του  $\lambda$ :
- α. Να βρείτε το  $A$ .
- β. Αν  $\Gamma = A \cup \{\beta\}$  και  $\Delta = \{1, 4, 3, \alpha\}$  να βρείτε τα  $\alpha$  και  $\beta$ , ώστε τα σύνολα  $\Gamma$  και  $\Delta$  να είναι ίσα.