

## Επαναληπτικές ασκήσεις

1. Αν  $2 < x < 3$  τότε :
  - a. να αποδείξετε ότι η παράσταση  $A = |x - 2| - 2|4 - x| + 3|x - 3|$  είναι ανεξάρτητη του  $x$
  - b. να γράψετε χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής την παράσταση  $B = ||2 - x| - 1|$
2. Για τον αριθμό  $a$  ισχύει  $|a - 1| = |a - 3|$ 
  - a. Να βρείτε τον αριθμό  $a$
  - b. Να λύσετε την εξίσωση  $||x + a| + a| = a$
  - c. Να λύσετε την ανίσωση  $|x + a| > 3$
3. Δίνεται ο αριθμός  $\alpha = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ 
  - a. Να βρεθεί ο αριθμός  $\alpha$
  - b. Να λυθεί η εξίσωση  $32x^5 + \alpha x^2 = 0$
  - c. Να λυθεί η εξίσωση  $\sqrt{x^2 - ax + a} = 2x - 7$
4. Δίνονται οι παραστάσεις  $A = \sqrt{2 - \sqrt{2}} \sqrt{2 + \sqrt{2}}$  και  $B = \frac{\sqrt{48} + \sqrt{72}}{\sqrt{12} + \sqrt{18}}$ 
  - a. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων  $A$  και  $B$
  - b. Να λύσετε την εξίσωση  $|x| = A$
  - c. Να λύσετε την ανίσωση  $|x - 1| > B$
5. Δίνεται η εξίσωση  $(\lambda^2 - 5\lambda)x = \lambda - 5$ 
  - a. Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  ώστε η παραπάνω εξίσωση να είναι ταυτότητα
  - b. Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  ώστε η παραπάνω εξίσωση να είναι αδύνατη
6. Να λυθεί η εξίσωση  $\frac{x}{x^2 - 9} + \frac{2}{3x - x^2} = \frac{2}{x^2 + 3x}$
7. Να λυθούν οι εξισώσεις
  - a.  $d(2x, 5) - d(-3, x) = 0$
  - b.  $||x - 3| - 2| = 4$
  - c.  $|x - 3| = 2x - 7$
  - d.  $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$
  - e.  $(x - 1)^2 - 3|x - 1| + 2 = 0$
8. Η εξίσωση  $x^2 + (2a - 1)x + a^2 - 3 = 0$  έχει ρίζα το  $-3$ . Να βρείτε :
  - a. τον αριθμό  $a$
  - b. την άλλη ρίζα της εξίσωσης
9. Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - 2ax + a^2 - a + 2 = 0$ . Να βρείτε για ποιες τιμές του  $a$  :
  - a. η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες

## ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

---

- b. έχει μία διπλή ρίζα  
c. είναι αδύνατη στο R  
d. έχει πραγματικές ρίζες
10. Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + (4\lambda - 2)x + (2\lambda - 1)^2 = 0$
- a. Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση έχει διπλή ρίζα για κάθε πραγματικό αριθμό  $\lambda$   
b. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  η διπλή ρίζα της εξίσωσης βρίσκεται στο διάστημα  $(-3,5)$
11. Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - 4x + (2 - \lambda) = 0$  με  $\lambda$  πραγματικό
- a. Για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$  η εξίσωση έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες ;  
b. Αν η εξίσωση έχει δύο πραγματικές ρίζες  $x_1, x_2$ , να βρεθεί το  $\lambda$  ώστε  $|x_1 + x_2 + 3x_1x_2| = 22$
12. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = x^2 - 6x + 5$  και  $g(x) = \sqrt{f(x)}$
- a. Να λυθεί η εξίσωση  $|f(x) - x^2| = 1$   
b. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της  $g$   
c. Να λυθεί η ανίσωση  $-x^2 - 4x - 4 < f(1)$
13. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \sqrt{2x + 4}$  και  $g(x) = \sqrt[3]{27 - x}$
- a. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των  $f, g$   
b. Να αποδειχθεί ότι οι αριθμοί  $f(0), f(6), f(16)$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου
14. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = (|x| + \sqrt{x+1})(|x| - \sqrt{x+1})$
- a. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της  $f$   
b. Να αποδειχθεί ότι  $f(x) = x^2 - x - 1$   
c. Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει δύο ρίζες ετερόσημες, τις οποίες να υπολογίσετε  
d. Αν  $x_1, x_2$  οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, να υπολογίσετε την παράσταση  $A = x_1x_2 + 2(x_1 + x_2)$

\*\*\*\*\*