

Διαγώνισμα Άλγεβρας Α Λυκείου (ΡΙΖΕΣ)

Θέμα 1^ο

Να εξετάσετε αν είναι αληθείς ή ψευδείς οι παρακάτω ισότητες

- i) $\sqrt{7} + \sqrt{9} = \sqrt{16}$ Σ Λ
- ii) $\sqrt[4]{(1-\sqrt{3})^4} = 1-\sqrt{3}$ Σ Λ
- iii) $(\sqrt{2+a})^2 = 2+a, a \in \mathbb{R}$ Σ Λ
- iv) $\sqrt[8]{2^{15} + 2^{15}} = 4$ Σ Λ
- v) $\left(3^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{3}$ Σ Λ
- vi) Αν α, β ομόσημοι ($\alpha, \beta \in \mathbb{R}$) ισχύει $\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}$ Σ Λ
- vii) Οι αριθμοί $\sqrt{2012} - \sqrt{2011}, \sqrt{2012} + \sqrt{2011}$ είναι αντίστροφοι Σ Λ

(Μονάδες 14)

Θέμα 2^ο

A) i) Να υπολογιστούν οι παραστάσεις:

$$A = (\sqrt{20} - \sqrt{27})(\sqrt{45} - \sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{12})$$

$$B = \sqrt[4]{3}\sqrt[4]{\sqrt{29} - \sqrt{2}}\sqrt[4]{\sqrt{29} + \sqrt{2}}$$

$$\Gamma = \sqrt{3\sqrt[4]{3^3 3^9}}$$

(Μονάδες 24)

ii) Να ρητοποιήσετε το κλάσμα $\frac{\Gamma}{\sqrt{-A} - \sqrt{B+1}}$, όπου A, B, Γ οι τιμές από το (i) ερώτημα.

(Μονάδες 6)

B) Να δείξετε ότι :

$$\sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}} + \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}} = 3$$

(Μονάδες 10)

Θέμα 3ο

A) Να δείξετε ότι :

$$\sqrt[8]{5^7 + 5^7 + 5^7 + 5^7 + 5^7} \leq 6$$

(Μονάδες 6)

B)i) Να υπολογίσετε την παράσταση $(1 + \sqrt{2})^3$

ii) Να βρεθεί η κυβική ρίζα της παράστασης $7 + 5\sqrt{2}$

(Μονάδες 10)

Θέμα 4ο

A) i) Αν $\alpha > 0$ να δείξετε ότι $\sqrt{1 + (\alpha - 1)(\alpha + 1)} = \alpha$

ii) Χρησιμοποιώντας το ερώτημα (i) να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = \sqrt{\sqrt{1 + 499 \cdot 501} + \sqrt{1 + 399 \cdot 401}}$$

(Μονάδες 15)

B) Αν $\alpha, \beta > 0$ τότε να δείξετε ότι $\frac{5\alpha - 4\sqrt{\alpha\beta}}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}} \geq \sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}$

(Μονάδες 15)

Γ) Αν α, β, γ τα μήκη πλευρών ορθογώνιου τριγώνου όπου $\alpha > \beta > \gamma$ να δείξετε ότι παράσταση

$$A = \sqrt{\alpha^2 - \sqrt{\beta^2(\beta^2 + 2\gamma^2)} + \gamma^4} \sqrt{\alpha^2 + \sqrt{\beta^2(\beta^2 + 2\gamma^2)} + \gamma^4}$$

είναι ανεξάρτητη των α, β, γ .

(Μονάδες 10)

