Άλγεβρα Α΄ Λυκείου

Επανάληψη θεωρίας για τις εξετάσεις

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

§Ε.2 Σύνολα

1 Τι ονομάζεται σύνολο;

Απάντηση

Σύνολο ονομάζεται κάθε συλλογή αντικειμένων, που προέρχονται από την εμπειρία μας ή τη διανόησή μας, είναι καλά ορισμένα και διακρίνονται το ένα από το άλλο.

---

2 Με ποιους τρόπους μπορούμε να παραστήσουμε τα στοιχεία ενός συνόλου;

Απάντηση

Όταν δίνονται όλα τα στοιχεία του συνόλου και είναι λίγα σε πλήθος, τότε γράφουμε τα στοιχεία αυτά μεταξύ δύο αγκίστρων, χωρίζοντας τα με το κόμμα. Αυτός ο τρόπος παράστασης ενός συνόλου λέγεται «παράσταση του συνόλου με **αναγραφή** των στοιχείων του».
Αν από ένα σύνολο Ω επιλέγουμε εκείνα τα στοιχεία του, που έχουν μια ορισμένη ιδιότητα Ι, τότε φτιάχνουμε ένα νέο σύνολο που συμβολίζεται με:

$$\{x \in \Omega \mid x \text{ έχει την ιδιότητα } I\}$$

και διαβάζεται «Το σύνολο των $x \in \Omega$, όπου x έχει την ιδιότητα Ι». Ο παραπάνω τρόπος παράστασης ενός συνόλου λέγεται «παράσταση του συνόλου με **περιγραφή** των στοιχείων του».

---

3 Πότε δυο σύνολα λέγονται ίσα;

Απάντηση

Δύο σύνολα Α και Β λέγονται **ίσα**, όταν έχουν τα ίδια ακριβώς στοιχεία. Στην περίπτωση αυτή γράφουμε **Α = Β.**

---

4 Πότε ένα σύνολο Α λέγεται υποσύνολο ενός συνόλου Β;

Απάντηση

Ένα σύνολο Α λέγεται **υποσύνολο** ενός συνόλου Β, όταν κάθε στοιχείο του Α είναι και στοιχείο του Β.
Στην περίπτωση αυτή γράφουμε $A \subseteq B$. Άμεσες συνέπειες του ορισμού είναι οι:
i) $A \subseteq A$, για κάθε σύνολο Α.

ii) Αν $A \subseteq B$ και $B \subseteq \Gamma$, τότε $A \subseteq \Gamma$.
iii) Αν $A \subseteq B$ και $B \subseteq A$, τότε $A = B$.

---

5 Ποιο σύνολο λέγεται κενό;

Απάντηση

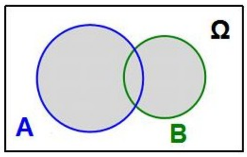
Κενό σύνολο είναι το σύνολο που δεν έχει στοιχεία. Δεχόμαστε ότι το κενό σύνολο είναι υποσύνολο κάθε συνόλου.

---

6 Τι ονομάζεται ένωση δυο συνόλων Α, Β;

Απάντηση

Ένωση δύο υποσυνόλων Α, Β ενός βασικού συνόλου Ω λέγεται το σύνολο των στοιχείων του Ω που ανήκουν τουλάχιστον σε ένα από τα σύνολα Α και Β και συμβολίζεται με **AUB** .
Δηλαδή είναι:



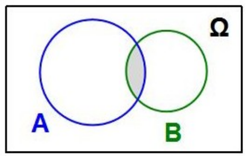
$$A \cup B = \{x \in \Omega |\ x \in A \text{ ή } x \in B\}$$

---

7 Τι ονομάζεται τομή δυο συνόλων Α, Β;

Απάντηση

Τομή δύο υποσυνόλων Α, Β ενός βασικού συνόλου Ω λέγεται το σύνολο των στοιχείων του Ω που ανήκουν και στα δύο σύνολα Α, Β και συμβολίζεται με **Α ∩ Β**.
Δηλαδή είναι:



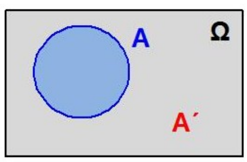
$$A \cap B = \{x \in \Omega |\ x \in A \text{ και } x \in B\}$$

---

8 Τι ονομάζεται συμπλήρωμα ενός συνόλου Α;

Απάντηση

Συμπλήρωμα του υποσυνόλου Α ενός βασικού συνόλου Ω λέγεται το σύνολο των στοιχείων του Ω που δεν ανήκουν στο Α και συμβολίζεται με **Α΄**.
Δηλαδή είναι:



$$A' = \{x \in \Omega \mid x \notin A\}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

§1.1 Δειγματικός χώρος – Ενδεχόμενα

9 Τι ονομάζεται πείραμα τύχης;

Απάντηση

Υπάρχουν πειράματα των οποίων δεν μπορούμε εκ των προτέρων να προβλέψουμε το αποτέλεσμα, μολονότι επαναλαμβάνονται (φαινομενικά τουλάχιστον) κάτω από τις ίδιες συνθήκες. Ένα τέτοιο πείραμα ονομάζεται **πείραμα τύχης**.

---

10 Τι ονομάζεται δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης;

Απάντηση

Δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης, ονομάζεται το σύνολο όλων των δυνατών αποτελεσμάτων που μπορούν να εμφανιστούν και συμβολίζεται συνήθως με το γράμμα Ω.
Αν δηλαδή $\omega_1,\omega_2,...,\omega_\kappa$ είναι τα δυνατά αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης, τότε ο δειγματικός χώρος του πειράματος θα είναι το σύνολο:

$$\Omega=\{\omega_1,\omega_2,...,\omega_\kappa\} .$$

---

11 Τι ονομάζεται ενδεχόμενο;

Απάντηση

Ενδεχόμενο ονομάζεται το σύνολο που έχει ως στοιχεία ένα ή περισσότερα αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης. Κάθε ενδεχόμενο είναι υποσύνολο του δειγματικού χώρου.

---

12 Ποιο ενδεχόμενο λέγεται απλό και ποιο σύνθετο;

Απάντηση

Ένα ενδεχόμενο λέγεται **απλό** όταν έχει ένα μόνο στοιχείο και **σύνθετο** αν έχει περισσότερα στοιχεία

---

13 Πότε λέμε ότι ένα ενδεχόμενο πραγματοποιείται;

Απάντηση

Όταν το αποτέλεσμα ενός πειράματος, σε μια συγκεκριμένη εκτέλεσή του είναι στοιχείο ενός ενδεχομένου, τότε λέμε ότι το ενδεχόμενο αυτό **πραγματοποιείται** ή **συμβαίνει**.

---

14 Ποιο ενδεχόμενο λέγεται βέβαιο και ποιο αδύνατο;

Απάντηση

Ο δειγματικός χώρος Ω ενός πειράματος θεωρείται ότι είναι ενδεχόμενο, το οποίο πραγματοποιείται πάντοτε, αφού όποιο και αν είναι το αποτέλεσμα του πειράματος θα ανήκει στο Ω. Γι' αυτό το Ω λέγεται **βέβαιο ενδεχόμενο**.
Το κενό σύνολο $\emptyset$ θεωρείται ενδεχόμενο που δεν πραγματοποιείται σε καμιά εκτέλεση του πειράματος τύχης. Γι' αυτό λέμε ότι το $\emptyset$ είναι το **αδύνατο ενδεχόμενο**.

---

15 Πότε δυο ενδεχόμενα Α, Β λέγονται ασυμβίβαστα;

Απάντηση

Δύο ενδεχόμενα Α και Β λέγονται ασυμβίβαστα, όταν $A \cap B = \emptyset$ **.** Δύο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα λέγονται επίσης ξένα μεταξύ τους ή αμοιβαίως αποκλειόμενα**.**

---

16 Πότε δυο ενδεχόμενα Α, Β λέγονται ασυμβίβαστα;

Απάντηση

Δύο ενδεχόμενα Α και Β λέγονται ασυμβίβαστα, όταν $A \cap B = \emptyset$ **.** Δύο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα λέγονται επίσης ξένα μεταξύ τους ή αμοιβαίως αποκλειόμενα**.**

---

§1.2 Η έννοια της πιθανότητας

17 Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα ενός ενδεχομένου Α;

Απάντηση

Αν σε ν εκτελέσεις ενός πειράματος ένα ενδεχόμενο Α πραγματοποιείται κ φορές, τότε ο λόγος $\frac{\kappa}{\nu}$ ονομάζεται σχετική συχνότητα του Α και συμβολίζεται με f_A .

---

18 Να διατυπώσετε τον κλασικό ορισμό των πιθανοτήτων.

Απάντηση

Σε ένα πείραμα με ισοπίθανα αποτελέσματα, ορίζουμε ως πιθανότητα του ενδεχομένου Α τον αριθμό:

$$P(A) = \frac{\text{Πλήθος ευνοϊκών περιπτώσεων}}{\text{Πλήθος δυνατών περιπτώσεων}} = \frac{N(A)}{N(\Omega)}$$

Από τον κλασικό ορισμό των πιθανοτήτων προκύπτει ότι:

- $P(\Omega)=\dfrac{N(\Omega)}{N(\Omega)}=1$
- $P(\varnothing)=\dfrac{N(\varnothing)}{N(\Omega)}=\dfrac{0}{N(\Omega)}=0$
- Για κάθε ενδεχόμενο A ισχύει: $0\le N(A)\le N(\Omega) \Leftrightarrow \dfrac{0}{N(\Omega)}\le\dfrac{N(A)}{N(\Omega)}\le\dfrac{N(\Omega)}{N(\Omega)}\Leftrightarrow 0\le P(A)\le 1$

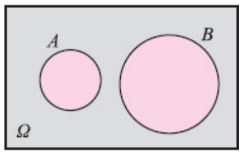
---

19 Να διατυπώσετε και να αποδείξετε τον απλό προσθετικό νόμο.

Απάντηση

Διατύπωση: Για οποιαδήποτε **ασυμβίβαστα** μεταξύ τους ενδεχόμενα A και B ισχύει:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$



Απόδειξη: Εφόσον τα ενδεχόμενα A, B είναι ασυμβίβαστα, προκύπτει ότι

$$N(A\cup B)=N(A)+N(B)\Leftrightarrow\frac{N(A\cup B)}{N(\Omega)}=\frac{N(A)}{N(\Omega)}+\frac{N(B)}{N(\Omega)}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B)$$

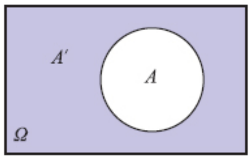
---

20 Ποια σχέση συνδέει τις πιθανότητες δυο συμπληρωματικών ενδεχομένων; Αποδείξτε την

Απάντηση

Διατύπωση: Για δυο συμπληρωματικά ενδεχόμενα A, A΄ ισχύει:

$$P(A')=1-P(A)$$



Απόδειξη: Επειδή τα ενδεχόμενα A, A΄ είναι ασυμβίβαστα, από τον απλό προσθετικό νόμο προκύπτει:

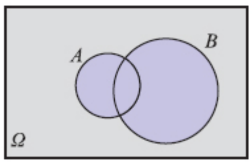
$$P(A\cup A')=P(A)+P(A')\Leftrightarrow P(\Omega)=P(A)+P(A')\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1=P(A)+P(A')\Leftrightarrow P(A')=1-P(A)$$

---

21 Να διατυπώσετε και να αποδείξετε τον προσθετικό νόμο.

Απάντηση



Διατύπωση: Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα A και B ισχύει:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

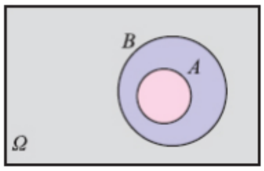
Απόδειξη: Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα A, B προκύπτει ότι

$$N(A\cup B)=N(A)+N(B)-N(A\cap B)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\frac{N(A\cup B)}{N(\Omega)}=\frac{N(A)}{N(\Omega)}+\frac{N(B)}{N(\Omega)}-\frac{N(A\cap B)}{N(\Omega)}\Leftrightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

---

22 Αν για δυο ενδεχόμενα Α, Β ισχύει ότι $A \subseteq B$, ποια σχέση συνδέει τις πιθανότητές τους; Αποδείξτε τη σχέση αυτήν.



Απάντηση

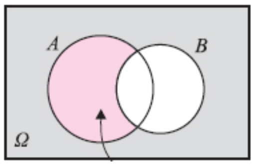
<u>Διατύπωση</u>: Αν $A \subseteq B$ τότε $P(A) \leq P(B)$

<u>Απόδειξη</u>: $A \subseteq B \Rightarrow N(A) \leq N(B) \Rightarrow \dfrac{N(A)}{N(\Omega)} \leq \dfrac{N(B)}{N(\Omega)} \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

---

23 Ποια σχέση δίνει την πιθανότητα Α–Β; Να αποδείξετε τη σχέση αυτή.

Απάντηση



<u>Διατύπωση</u>: Για τα ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει:

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)$$

<u>Απόδειξη</u>: Επειδή τα ενδεχόμενα $A-B$ και $A\cap B$ είναι ασυμβίβαστα και επιπλέον ισχύει ότι $(A-B) \cup (A\cap B) = A$, από τον απλό προσθετικό νόμο προκύπτει:

$$P[(A-B) \cup (A\cap B)] = P(A) \Leftrightarrow P(A-B) + P(A\cap B) = P(A) \Leftrightarrow P(A-B) = P(A) - P(A\cap B)$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΟΙ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

§2.2 Διάταξη πραγματικών αριθμών

24 Πότε ένας αριθμός α είναι μεγαλύτερος από έναν αριθμό β;

Απάντηση

Ένας αριθμός α λέμε ότι είναι μεγαλύτερος από έναν αριθμό β, και γράφουμε $\alpha>\beta$**,** όταν η διαφορά $\alpha - \beta$ είναι θετικός αριθμός.
Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να πούμε ότι ο β είναι μικρότερος από τον α και γράφουμε $\beta<\alpha$.

---

25 Διατυπώστε τις ιδιότητες των ανισοτήτων:

Απάντηση

- $(\alpha > \beta$ και $\beta > \gamma) \Rightarrow \alpha > \gamma$
- $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha+\gamma > \beta+\gamma$
- αν $\gamma > 0$ τότε $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha\cdot\gamma > \beta\cdot\gamma$
- αν $\gamma < 0$ τότε $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha\cdot\gamma < \beta\cdot\gamma$

- $(\alpha > \beta \text{ και } \gamma > \delta) \Rightarrow \alpha+\gamma > \beta+\delta$
- αν $\alpha, \beta, \gamma, \delta>0$ τότε $(\alpha > \beta \text{ και } \gamma > \delta) \Rightarrow \alpha\cdot\gamma > \beta\cdot\delta$
- αν $\alpha, \beta>0$ τότε: $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha^\nu > \beta^\nu$

---

§2.3 Απόλυτη τιμή

26 Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού α.

Απάντηση

Η **απόλυτη τιμή** ενός πραγματικού αριθμού α συμβολίζεται με |α| και ορίζεται από τον τύπο:

$$|\alpha| = \begin{cases} \alpha, & \text{αν } \alpha \geq 0 \\ -\alpha, & \text{αν } \alpha < 0 \end{cases}$$

---

27 Να συμπληρώσετε το σωστό σύμβολο στους παρακάτω τύπους:
i. $|\alpha| \ldots |-\alpha|$, ii. $|\alpha| \ldots \alpha$ και $|\alpha| \ldots -\alpha$, iii. $|\alpha|^2 \ldots \alpha^2$

Απάντηση

i. $|\alpha| = |-\alpha|$, ii. $|\alpha| \geq \alpha$ και $|\alpha| \geq -\alpha$, iii. $|\alpha|^2 = \alpha^2$

---

28 Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ιδιότητες:
i. Αν $\theta>0$ τότε $|x|=\theta \Leftrightarrow$ ………………, ii. $|x|=|\alpha| \Leftrightarrow$ ………………

Απάντηση

i. Αν $\theta>0$ τότε $|x|=\theta \Leftrightarrow x=\theta$ ή $x=-\theta$, ii. $|x|=|\alpha| \Leftrightarrow x=\alpha$ ή $x=-\alpha$

---

29 Να διατυπώσετε και να αποδείξετε τις ιδιότητες των απολύτων τιμών.

Απάντηση

Διατύπωση: α) $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$

β) $\left|\dfrac{\alpha}{\beta}\right| = \dfrac{|\alpha|}{|\beta|}$

γ) $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$

Αποδείξεις: α) $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta| \Leftrightarrow |\alpha \cdot \beta|^2 = (|\alpha| \cdot |\beta|)^2 \Leftrightarrow (\alpha \cdot \beta)^2 = |\alpha|^2 \cdot |\beta|^2 \Leftrightarrow \alpha^2 \cdot \beta^2 = \alpha^2 \cdot \beta^2$ (ισχύει)

β) $\left|\dfrac{\alpha}{\beta}\right| = \dfrac{|\alpha|}{|\beta|} \Leftrightarrow \left|\dfrac{\alpha}{\beta}\right|^2 = \left(\dfrac{|\alpha|}{|\beta|}\right)^2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^2 = \dfrac{|\alpha|^2}{|\beta|^2} \Leftrightarrow \dfrac{\alpha^2}{\beta^2} = \dfrac{\alpha^2}{\beta^2}$ (ισχύει)

γ) $|\alpha+\beta| \le |\alpha|+|\beta| \Leftrightarrow |\alpha+\beta|^2 \le (|\alpha|+|\beta|)^2 \Leftrightarrow (\alpha+\beta)^2 \le |\alpha|^2 + 2|\alpha|\cdot|\beta| + |\beta|^2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (\alpha+\beta)^2 \le |\alpha|^2 + 2|\alpha|\cdot|\beta| + |\beta|^2 \Leftrightarrow \alpha^2 + 2\alpha\cdot\beta + \beta^2 \le \alpha^2 + 2|\alpha|\cdot|\beta| + \beta^2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2\alpha\cdot\beta \le 2|\alpha|\cdot|\beta| \Leftrightarrow \alpha\cdot\beta \le |\alpha|\cdot|\beta| \Leftrightarrow \alpha\cdot\beta \le |\alpha\cdot\beta|$ (ισχύει)

---

30 Τι ονομάζεται απόσταση δύο αριθμών α, β;

Απάντηση

Αν θεωρήσουμε δυο αριθμούς α και β που παριστάνονται πάνω στον άξονα με τα σημεία Α και Β αντιστοίχως, τότε το μήκος του τμήματος ΑΒ λέγεται **απόσταση** των αριθμών α και β, συμβολίζεται με d(α,β) και είναι ίση με |α–β|. Είναι δηλαδή:

$$d(\alpha, \beta) = |\alpha - \beta|$$

---

§2.4 Ρίζες πραγματικών αριθμών

31 Να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός μη αρνητικού αριθμού α.

Απάντηση

Τετραγωνική ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού α ονομάζεται ο μη αρνητικός αριθμός που όταν υψωθεί στο τετράγωνο, μας δίνει σαν αποτέλεσμα τον α.
Συμβολισμός: $\sqrt{\alpha}$

---

32 Να διατυπώσετε τις ιδιότητες της τετραγωνικής ρίζας.

Απάντηση

- $\left(\sqrt{\alpha}\right)^2 = \alpha$, αν $\alpha \ge 0$
- $\sqrt{\alpha^2} = |\alpha|$
- $\sqrt{\alpha\cdot\beta} = \sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta}$, αν $\alpha, \beta \ge 0$
- $\sqrt{\dfrac{\alpha}{\beta}} = \dfrac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$, αν $\alpha \ge 0$ και $\beta > 0$

---

33 Να δώσετε τον ορισμό της ν-στης ρίζας ενός μη αρνητικού αριθμού α.

Απάντηση

Ν-στη ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού α ονομάζεται ο μη αρνητικός αριθμός που όταν υψωθεί στην ν, μας δίνει σαν αποτέλεσμα τον α.
Συμβολισμός: $\sqrt[\nu]{\alpha}$

---

34 Να διατυπώσετε και να αποδείξετε τις ιδιότητες της ν-στης ρίζας μη αρνητικού αριθμού.

Απάντηση

Διατύπωση:

α) $\left(\sqrt[\nu]{\alpha}\right)^{\nu} = \alpha$, αν $\alpha \geq 0$

β) $\left(\sqrt[\nu]{\alpha^{\nu}}\right) = |\alpha|$, για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$

γ) $\sqrt[\nu]{\alpha \cdot \beta} = \sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta}$, αν $\alpha, \beta \geq 0$

δ) $\sqrt[\nu]{\dfrac{\alpha}{\beta}} = \dfrac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\nu]{\beta}}$, αν $\alpha \geq 0$ και $\beta > 0$

ε) $\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \sqrt[\mu\nu]{\alpha}$, αν $\alpha \geq 0$

στ) $\sqrt[\nu\rho]{\alpha^{\mu\rho}} = \sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$, αν $\alpha \geq 0$

Αποδείξεις:

γ) $\sqrt[\nu]{\alpha \cdot \beta} = \sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta} \Leftrightarrow \left(\sqrt[\nu]{\alpha \cdot \beta}\right)^{\nu} = \left(\sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta}\right)^{\nu} \Leftrightarrow \alpha \cdot \beta = \left(\sqrt[\nu]{\alpha}\right)^{\nu} \cdot \left(\sqrt[\nu]{\beta}\right)^{\nu} \Leftrightarrow \alpha \cdot \beta = \alpha \cdot \beta$ (ισχύει)

δ) $\sqrt[\nu]{\dfrac{\alpha}{\beta}} = \dfrac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\nu]{\beta}} \Leftrightarrow \left(\sqrt[\nu]{\dfrac{\alpha}{\beta}}\right)^{\nu} = \left(\dfrac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\nu]{\beta}}\right)^{\nu} \Leftrightarrow \dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{\left(\sqrt[\nu]{\alpha}\right)^{\nu}}{\left(\sqrt[\nu]{\beta}\right)^{\nu}} \Leftrightarrow \dfrac{\alpha}{\beta} = \dfrac{\alpha}{\beta}$ (ισχύει)

---

35 Πώς ορίζεται μια δύναμη με ρητό εκθέτη;

Απάντηση

Αν α > 0, μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος, τότε ορίζουμε:

$$\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}} = \alpha^{\frac{\mu}{\nu}}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

§3.1 Εξισώσεις 1ου βαθμού

36 Πώς επιλύεται μια εξίσωση 1ου βαθμού;

Απάντηση

$\alpha x + \beta = 0 \Leftrightarrow \alpha x + \beta - \beta = -\beta \Leftrightarrow \alpha x = -\beta$ (1)

Διακρίνουμε τώρα τις περιπτώσεις:

- Αν $\alpha \neq 0$ τότε:

$$(1) \Leftrightarrow \alpha x = -\beta \Leftrightarrow x = -\frac{\beta}{\alpha}$$

Επομένως, αν $\alpha \neq 0$ η εξίσωση έχει ακριβώς μία λύση, την $x = -\dfrac{\beta}{\alpha}$.

- Αν $\alpha = 0$, τότε :
  - αν είναι $\beta \neq 0$ η εξίσωση (1) δεν έχει λύση και γι αυτό λέμε ότι είναι **αδύνατη,** ενώ
  - αν είναι $\beta = 0$ η εξίσωση (1) έχει τη μορφή $0x = 0$ και αληθεύει για κάθε πραγματικό αριθμό x, δηλαδή είναι **αόριστη**.

---

§3.2 Η εξίσωση $x^\nu = \alpha$

37 Πώς επιλύεται μια εξίσωση $x^\nu=\alpha$;

Απάντηση

Για τη λύση της εξίσωσης $x^\nu=\alpha$, διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

$\alpha > 0$	ν άρτιος	$x = \pm\sqrt[\nu]{\alpha}$
	ν περιττός	$x = \sqrt[\nu]{\alpha}$
$\alpha < 0$	ν άρτιος	αδύνατη
	ν περιττός	$x = -\sqrt[\nu]{\lvert\alpha\rvert}$

---

§3.3 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού

38 Πόσες και ποιες λύσεις έχει μια δευτεροβάθμια εξίσωση, αναλόγως τις τιμές τις διακρίνουσας; Να κάνετε την απόδειξη.

Απάντηση

Οι λύσεις μιας εξίσωσης 2ου βαθμού συνοψίζονται στον ακόλουθο πίνακα:

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$	**Η εξίσωση** $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0,\ \alpha \neq 0$
$\Delta > 0$	Έχει δύο ρίζες άνισες τις $x_{1,2} = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$
$\Delta = 0$	Έχει μια διπλή ρίζα τη $x_0 = -\dfrac{\beta}{2\alpha}$
$\Delta < 0$	Είναι αδύνατη στο $\mathbb{R}$.

<u>Απόδειξη</u>

Έχουμε:

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0 \Leftrightarrow \alpha\left(x^2 + \frac{\beta}{\alpha}x + \frac{\gamma}{\alpha}\right) = 0 \overset{\alpha\neq 0}{\Leftrightarrow} x^2 + \frac{\beta}{\alpha}x + \frac{\gamma}{\alpha} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2\frac{\beta}{2\alpha}x = -\frac{\gamma}{\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2\frac{\beta}{2\alpha}x + \left(\frac{\beta}{2\alpha}\right)^2 = -\frac{\gamma}{\alpha} + \left(\frac{\beta}{2\alpha}\right)^2 \Leftrightarrow \left(x + \frac{\beta}{2\alpha}\right)^2 = \frac{\beta^2 - 4\alpha\gamma}{4\alpha^2}$$

Αν θέσουμε $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$, τότε η τελευταία εξίσωση γίνεται: $\left(x + \dfrac{\beta}{2\alpha}\right)^2 = \dfrac{\Delta}{4\alpha^2}$

Διακρίνουμε τώρα τις εξής περιπτώσεις:

- Αν **Δ > 0**, τότε έχουμε:

  $$\left(x + \frac{\beta}{2\alpha}\right)^2 = \frac{\Delta}{4\alpha^2} \Leftrightarrow x + \frac{\beta}{2\alpha} = \pm\sqrt{\frac{\Delta}{4\alpha^2}} \Leftrightarrow x = -\frac{\beta}{2\alpha} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2\alpha} \Leftrightarrow$$

  $$\Leftrightarrow x = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}.$$

- Αν **Δ = 0**, τότε η εξίσωση (2) γράφεται: $\left(x + \dfrac{\beta}{2\alpha}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x + \dfrac{\beta}{2\alpha} = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{\beta}{2\alpha}$

  Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι η εξίσωση έχει διπλή ρίζα
- Αν **Δ<0** , τότε η εξίσωση είναι αδύνατη.

39 Να διατυπώσετε και να αποδείξετε τους τύπους του Vieta.

Απάντηση

Αν η δευτεροβάθμια εξίσωση $αx^2+βx+γ=0$ $(α\neq 0)$ έχει δύο ρίζες x_1, x_2 τότε για το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της, ισχύουν οι σχέσεις:

$S = x_1 + x_2 = -\frac{β}{α}$ και $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{γ}{α}$ (τύποι του Vieta)

<u>Απόδειξη</u>

$$S = x_1 + x_2 = \frac{-β+\sqrt{Δ}}{2α} + \frac{-β-\sqrt{Δ}}{2α} = \frac{-β+\sqrt{Δ}-β-\sqrt{Δ}}{2α} = \frac{-2β}{2α} = -\frac{β}{α}$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = \frac{-β+\sqrt{Δ}}{2α} \cdot \frac{-β-\sqrt{Δ}}{2α} = \frac{(-β+\sqrt{Δ})\cdot(-β-\sqrt{Δ})}{4α^2} = \frac{(-β)^2-(\sqrt{Δ})^2}{4α^2} = \frac{β^2-Δ}{4α^2} =$$

$$= \frac{β^2-(β^2-4αγ)}{4α^2} = \frac{β^2-β^2+4αγ}{4α^2} = \frac{4αγ}{4α^2} = \frac{γ}{α}$$

---

40 Να αποδείξετε ότι η δευτεροβάθμια εξίσωση $αx^2+βx+γ=0$ $(α\neq 0)$ με τη βοήθεια των τύπων του Vieta, μετασχηματίζεται στη μορφή: $x^2-Sx+P=0$.

Απάντηση

Γνωρίζουμε ότι: $S = x_1 + x_2 = -\frac{β}{α}$ και $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{γ}{α}$

$$αx^2+βx+γ=0 \overset{α\neq 0}{\Leftrightarrow} x^2+\frac{β}{α}x+\frac{γ}{α}=0 \Leftrightarrow x^2-\left(-\frac{β}{α}\right)x+\frac{γ}{α}=0 \Leftrightarrow x^2-Sx+P=0$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

§4.1 Ανισώσεις 1ου βαθμού

41 Πώς επιλύεται μια ανίσωση 1ου βαθμού;

Απάντηση

$αx + β = 0 \Leftrightarrow αx + β - β > -β \Leftrightarrow αx > -β$ (1)

Διακρίνουμε τώρα τις περιπτώσεις:

- <u>Αν $α > 0$ τότε</u>:

$$(1) \Leftrightarrow αx > -β \Leftrightarrow \frac{αx}{α} > -\frac{β}{α} \Leftrightarrow x > -\frac{β}{α}$$

- <u>Αν $α < 0$ τότε</u>:

$$(1) \Leftrightarrow \alpha x > -\beta \Leftrightarrow \frac{\alpha x}{\alpha} < -\frac{\beta}{\alpha} \Leftrightarrow x < -\frac{\beta}{\alpha}$$

- Αν $\alpha = 0$, τότε η ανίσωση (1) παίρνει τη μορφή $0 \cdot x > -\beta$ οπότε:
  - αν είναι $\beta > 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ενώ
  - αν είναι $\beta \leq 0$ είναι **αδύνατη**.

---

§4.2 Ανισώσεις 2ου βαθμού

42 Πώς παραγοντοποιείται το τριώνυμο;

Απάντηση

Το τριώνυμο $\alpha x^2+\beta x+\gamma$ ($\alpha \neq 0$) μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\alpha x^2+\beta x+\gamma = \alpha\left(x^2+\frac{\beta}{\alpha}x+\frac{\gamma}{\alpha}\right)=\alpha\cdot\left(x^2+2\frac{\beta}{2\alpha}x+\frac{\beta^2}{4\alpha^2}-\frac{\beta^2}{4\alpha^2}+\frac{\gamma}{\alpha}\right)=\alpha\cdot\left(\left(x+\frac{\beta}{2\alpha}\right)^2+\frac{-\beta^2+4\alpha\gamma}{4\alpha^2}\right)=$$

$$=\alpha\cdot\left(\left(x+\frac{\beta}{2\alpha}\right)^2-\frac{\beta^2-4\alpha\gamma}{4\alpha^2}\right)=\alpha\cdot\left(\left(x+\frac{\beta}{2\alpha}\right)^2-\frac{\Delta}{4\alpha^2}\right)$$

Διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

- Αν $\Delta>0$ τότε:

$$\alpha x^2+\beta x+\gamma = \alpha\cdot\left(\left(x+\frac{\beta}{2\alpha}\right)^2-\frac{\Delta}{4\alpha^2}\right)=\alpha\cdot\left(x+\frac{\beta}{2\alpha}+\frac{\sqrt{\Delta}}{2\alpha}\right)\cdot\left(x+\frac{\beta}{2\alpha}-\frac{\sqrt{\Delta}}{2\alpha}\right)=$$

$$=\alpha\cdot\left(x+\frac{\beta+\sqrt{\Delta}}{2\alpha}\right)\cdot\left(x+\frac{\beta-\sqrt{\Delta}}{2\alpha}\right)=\alpha\cdot\left(x-\frac{-\beta-\sqrt{\Delta}}{2\alpha}\right)\cdot\left(x-\frac{-\beta+\sqrt{\Delta}}{2\alpha}\right)=\alpha\cdot(x-x_1)\cdot(x-x_2)$$

(όπου x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου)

- Αν $\Delta=0$ τότε:

$$\alpha x^2+\beta x+\gamma = \alpha\cdot\left(\left(x+\frac{\beta}{2\alpha}\right)^2-\frac{\Delta}{4\alpha^2}\right)=\alpha\cdot\left(x+\frac{\beta}{2\alpha}\right)^2=\alpha\cdot(x-x_0)^2$$

(όπου x_0 η διπλή ρίζα του τριωνύμου)

- Αν $\Delta<0$ τότε:

$$\alpha x^2+\beta x+\gamma = \alpha\cdot\left(\left(x+\frac{\beta}{2\alpha}\right)^2-\frac{\Delta}{4\alpha^2}\right),$$ όπου η παρένθεση είναι θετικός αριθμός και δεν αναλύεται σε γινόμενο, άρα το τριώνυμο δεν μπορεί να παραγοντοποιηθεί.

Επονένως:

Αν $\Delta>0$ τότε: $\alpha x^2+\beta x+\gamma = \alpha\cdot(x-x_1)\cdot(x-x_2)$

Αν $\Delta=0$ τότε: $\alpha x^2+\beta x+\gamma = \alpha\cdot(x-x_0)^2$

Αν $\Delta<0$ τότε: το τριώνυμο δεν παραγοντοποιείται

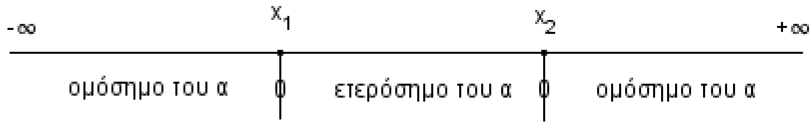
---

43 Τι πρόσημο έχει το τριώνυμο, ανάλογα με τις τιμές της διακρίνουσάς του;

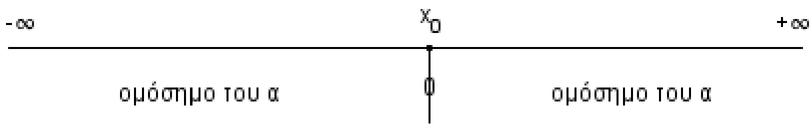
Απάντηση

Για το πρόσημο του του τριωνύμου $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$ ισχύει:

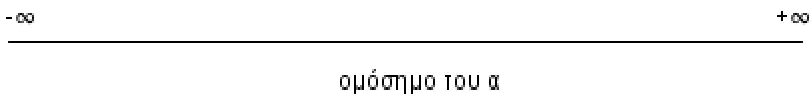
- **Αν Δ>0 και x_1, x_2 οι ρίζες του τότε**



- **Αν Δ=0 και x_0 η διπλή του ρίζα τότε**



- **Αν Δ<0 τότε**



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 - ΠΡΟΟΔΟΙ

§5.1 Ακολουθίες

44 Τι ονομάζεται ακολουθία πραγματικών αριθμών;

Απάντηση

Ακολουθία πραγματικών αριθμών είναι μια αντιστοίχιση των φυσικών αριθμών 1,2,3,…,ν,… στους πραγματικούς αριθμούς.
Ο αριθμός στον οποίο αντιστοιχεί ο 1 καλείται **πρώτος όρος** της ακολουθίας και τον συμβολίζουμε συνήθως με $\boldsymbol{\alpha_1}$, ο αριθμός στον οποίο αντιστοιχεί ο 2 καλείται **δεύτερος όρος** της ακολουθίας και τον συμβολίζουμε συνήθως με $\boldsymbol{\alpha_2}$ κ.λ.π. Γενικά ο αριθμός στον οποίο αντιστοιχεί ένας φυσικός αριθμός ν καλείται **ν-οστός** ή **γενικός όρος** της ακολουθίας και το συμβολίζουμε συνήθως με $\boldsymbol{\alpha_\nu}$.

§5.2 Αριθμητική πρόοδος

45 Τι ονομάζεται αριθμητική πρόοδος;

Απάντηση

Μια ακολουθία λέγεται **αριθμητική πρόοδος**, αν κάθε όρος της προκύπτει από τον προηγούμενό του με πρόσθεση του ίδιου πάντοτε αριθμού.

---

46 Τι ονομάζεται διαφορά της αριθμητικής προόδου;

Απάντηση

Ο σταθερός αριθμός που προσθέτουμε κάθε φορά σε έναν όρο της αριθμητικής προόδου, για να προκύψει ο επόμενος όρος, λέγεται **διαφορά** της αριθμητικής προόδου και συμβολίζεται με **ω**.

---

47 Ποιος είναι ο τύπος του ν-στου όρου μιας αριθμητικής προόδου; Να κάνετε την απόδειξη.

Απάντηση

Ο $ν_{ος}$ όρος μιας αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο $α_1$ και διαφορά ω είναι:

$$\boxed{α_ν=α_1+(ν-1)\cdot ω}$$

Απόδειξη

Μπορούμε να υπολογίσουμε κατευθείαν το ν-στο όρο $α_ν$ μιας αριθμητικής προόδου ως συνάρτηση των $α_1$, ω και ν ως εξής: Από τον ορισμό της αριθμητικής προόδου έχουμε:

$$\begin{gathered} α_1=α_1 \\ α_2=α_1+ω \\ α_3=α_2+ω \\ α_4=α_3+ω \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ α_{ν-1}=α_{ν-2}+ω \\ α_ν=α_{ν-1}+ω \end{gathered}$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις ν αυτές ισότητες και εφαρμόζοντας την ιδιότητα της διαγραφής βρίσκουμε :

$$α_ν = α_1 + (ν-1)\cdot ω$$

---

48 Πότε τρεις όροι είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου; Ποιος είναι ο αριθμητικός μέσος;

Απάντηση

Τρεις αριθμοί α,β,γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει:

$$β = \frac{α+γ}{2}$$

Ο αριθμός β λέγεται αριθμητικός μέσος των α, γ.

---

49 Να αποδείξετε ότι α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει: $\beta=\dfrac{\alpha+\gamma}{2}$

Απάντηση

Επειδή α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι μιας αριθμητικής προόδου, θα ισχύει:
$\beta=\alpha+\omega \Leftrightarrow \beta-\alpha=\omega$ (1) , όπου ω η διαφορά της αριθμητικής προόδου
$\gamma=\beta+\omega \Leftrightarrow \gamma-\beta=\omega$ (2)
Από (1) και (2) έχουμε: $\beta-\alpha=\gamma-\beta \Leftrightarrow 2\beta=\alpha+\gamma \Leftrightarrow \beta=\dfrac{\alpha+\gamma}{2}$.
Αντιστρόφως αν για τους αριθμούς α, β, γ ισχύει $\beta=\dfrac{\alpha+\gamma}{2}$, τότε:
$\beta=\dfrac{\alpha+\gamma}{2} \Leftrightarrow 2\beta=\alpha+\gamma \Leftrightarrow \beta-\alpha=\gamma-\beta$, άρα οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

---

50 Με τι ισούται το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας αριθμητικής προόδου;

Απάντηση

Το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας αριθμητικής προόδου δίνεται από τους τύπους:

$$\boxed{S_\nu=\frac{\nu\cdot(\alpha_1+\alpha_\nu)}{2}=\frac{\nu\cdot[2\alpha_1+(\nu-1)\cdot\omega]}{2}}$$

---

§5.3 Γεωμετρική πρόοδος

51 Τι ονομάζεται γεωμετρική πρόοδος;

Απάντηση

Μια ακολουθία λέγεται **γεωμετρική πρόοδος**, αν κάθε όρος της προκύπτει από τον προηγούμενο με πολλαπλασιασμό επί τον ίδιο πάντοτε μη μηδενικό αριθμό.
Σε κάθε γεωμετρική πρόοδο, θεωρούμε ότι πρώτος όρος είναι διαφορετικός του μηδενός.

---

52 Τι ονομάζεται λόγος της γεωμετρικής προόδου;

Απάντηση

Ο σταθερός μη μηδενικός αριθμός που πολλαπλασιάζουμε κάθε φορά σε έναν όρο της γεωμετρικής προόδου, για να προκύψει ο επόμενος όρος, λέγεται **λόγος** της γεωμετρικής προόδου και συμβολίζεται με **λ**.

---

53 Ποιος είναι ο τύπος του ν-στου όρου μιας γεωμετρικής προόδου; Να κάνετε την απόδειξη.

Απάντηση

Ο ν-στος όρος μιας γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο $α_1$ και λόγο λ είναι:

$$\boxed{α_ν=α_1\cdot λ^{ν-1}}$$

Απόδειξη

Μπορούμε να υπολογίσουμε κατευθείαν το ν-στο όρο $α_ν$ μιας γεωμετρικής προόδου ως συνάρτηση των $α_1$, λ και ν ως εξής: Από τον ορισμό της γεωμετρικής προόδου έχουμε:

$$α_1=α_1$$
$$α_2=α_1\cdot λ$$
$$α_3=α_2\cdot λ$$
$$α_4=α_3\cdot λ$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots$$
$$α_{ν-1}=α_{ν-2}\cdot λ$$
$$α_ν=α_{ν-1}\cdot λ$$

Πολλαπλασιάζοντας κατά μέλη τις ν αυτές ισότητες και εφαρμόζοντας την ιδιότητα της διαγραφής βρίσκουμε :

$$α_ν = α_1 \cdot λ^{ν-1}$$

---

54 Πότε τρεις αριθμοί είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου; Ποιος είναι ο γεωμετρικός μέσος;

Απάντηση

Τρεις αριθμοί α,β,γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει:

$$β^2=α\cdot γ$$

Ο θετικός αριθμός $\sqrt{α\cdot γ}$ λέγεται γεωμετρικός μέσος των α, γ.

---

55 Να αποδείξετε ότι τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει $β^2 = α\cdot γ$

Απάντηση

Επειδή α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι μιας γεωμετρικής προόδου, θα ισχύει:

$β=α\cdot λ \Leftrightarrow \frac{β}{α}=λ$ (1) , όπου λ ο λόγος της γεωμετρικής προόδου

$γ=β\cdot λ \Leftrightarrow \frac{γ}{β}=λ$ (2). Από (1) και (2) έχουμε: $\frac{β}{α}=\frac{γ}{β} \Leftrightarrow β^2=α\cdot γ$

Αντιστρόφως αν για τρεις μη μηδενικούς αριθμούς α, β, γ ισχύει $β^2=α\cdot γ$ τότε:

$β^2=α\cdot γ \Leftrightarrow \frac{β}{α}=\frac{γ}{β}$ που σημαίνει ότι α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

---

56 Με τι ισούται το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου;

Απάντηση

Το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου με $\lambda \neq 1$, δίνεται από τον τύπο:

$$\boxed{S_\nu = \alpha_1 \cdot \frac{\lambda^\nu - 1}{\lambda - 1}}$$

Στην περίπτωση που ο λόγος της προόδου είναι $\lambda = 1$, τότε το άθροισμα των όρων της είναι $S_\nu = \nu \cdot \alpha_1$ αφού όλοι οι όροι της προόδου είναι ίσοι με α_1.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 - ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

§6.1 Η έννοια της συνάρτησης

57 Τι ονομάζεται συνάρτηση;

Απάντηση

Συνάρτηση από ένα σύνολο Α σε ένα σύνολο Β λέγεται μια διαδικασία (κανόνας) με την οποία κάθε στοιχείο του συνόλου Α αντιστοιχίζεται σε ένα ακριβώς στοιχείο του συνόλου Β.
Το σύνολο **Α** λέγεται **πεδίο ορισμού** ή **σύνολο ορισμού** της συνάρτησης.

---

58 Ποια είναι η ανεξάρτητη και ποια η εξαρτημένη μεταβλητή μιας συνάρτησης f;

Απάντηση

Το γράμμα **x**, που παριστάνει οποιοδήποτε στοιχείο του πεδίου ορισμού της f, λέγεται **ανεξάρτητη μεταβλητή**, ενώ το y, που παριστάνει την τιμή της συνάρτησης στο x, ονομάζεται **εξαρτημένη μεταβλητή**.

---

59 Ποιο είναι το σύνολο τιμών μιας συνάρτησης f;

Απάντηση

Το σύνολο, που έχει για στοιχεία του τις τιμές f(x) για όλα τα $x \in A$, λέγεται **σύνολο τιμών** της f και συμβολίζεται με **f(A)** .

---

§6.2 Γραφική παράσταση συνάρτησης

60 Τι ονομάζεται γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;

Απάντηση

Το σύνολο των σημείων M(x, y) για τα οποία ισχύει y=f(x), δηλαδή το σύνολο των σημείων M(x, f(x)), x∈A, λέγεται **γραφική παράσταση** της f και συμβολίζεται συνήθως με C_f .

---

61 Ποια ιδιότητα έχουν τα σημεία της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης;

Απάντηση

Οι συντεταγμένες των σημείων της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης, και μόνον αυτών των σημείων, επαληθεύουν τον τύπο της συνάρτησης.

---

62 Τι σχέση έχουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και –f ;

Απάντηση

Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και –f είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα xx΄.

---

§6.3 Η συνάρτηση f(x)=αx+β

63 Τι είναι ο συντελεστής διεύθυνσης ή κλίση μιας ευθείας;

Απάντηση

Ο συντελεστής διεύθυνσης ή **κλίση** μιας ευθείας ε ορίζεται ως η εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ε με τον άξονα x'x. Ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας ε συμβολίζεται συνήθως με λ_ε. ή απλά με λ.

---

64 Πότε ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας είναι θετικός αριθμός και πότε αρνητικός;

Απάντηση

Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας *ε* είναι θετικός, αν η γωνία ω που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα xx΄ είναι οξεία, αρνητικός, αν η γωνία ω είναι αμβλεία και μηδέν, αν η γωνία ω είναι μηδέν. Στην περίπτωση που η γωνία ω είναι ίση με 90°, δηλαδή όταν η ευθεία ε είναι κάθετη στον άξονα x'x, <u>δεν ορίζουμε</u> συντελεστή διεύθυνσης για την ε.

---

65 Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\alpha x+\beta$;

Απάντηση

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\alpha x+\beta$, είναι μια ευθεία γραμμή.

---

67 Ποια είναι η συνθήκη παραλληλίας δυο ευθειών;

Απάντηση

Θεωρούμε τις ευθείες (ε_1): $y=\alpha_1 x+\beta_1$ και (ε_2): $y=\alpha_2 x+\beta_2$. Ισχύει:

$$\varepsilon_1 // \varepsilon_2 \Leftrightarrow \alpha_1=\alpha_2$$

---

68 Ποια είναι η συνθήκη καθετότητας δυο ευθειών;

Απάντηση

Θεωρούμε τις ευθείες (ε_1): $y=\alpha_1 x+\beta_1$ και (ε_2): $y=\alpha_2 x+\beta_2$. Ισχύει:

$$\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Leftrightarrow \alpha_1 \cdot \alpha_2=-1$$
