# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

## ΣΤ΄ Δημοτικού

Α τεύχος


ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΑ
ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΖΩΗ

Α' ΤΕΥΧΟΣ

# ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΑ Γ. ΖΩΗ

Μαθηματικά

ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Αργυρούπολη, 2022

# 1 Φυσικοί Αριθμοί

## Λίγα λόγια θεωρίας

Οι αριθμοί 1, 2, 3, 4, 5, 6 ... ονομάζονται «Φυσικοί Αριθμοί». Το σύνολο των φυσικών αριθμών συμβολίζεται με το Ν.

Οι φυσικοί αριθμοί χωρίζονται σε:

- άρτιους (ζυγοί αριθμοί) 0, 2, 4, 6, 8 ...
- περιττούς (μονοί αριθμοί) 1, 3, 5, 7, 9 ...

**Οι αριθμοί που χρησιμοποιούν οι άνθρωποι για να συνεννοούνται μπορεί να δηλώνουν:**

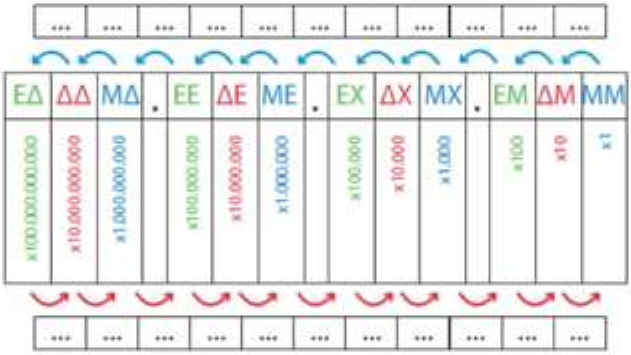
- **ΠΛΗΘΟΣ**: 5 φρούτα, 8 άνθρωποι, 3 σκυλάκια κτλ
- **ΣΕΙΡΑ**: 1$^{η}$ θέση, 3$^{ος}$ όροφος, 5$^{ο}$ θρανίο κτλ
- **ΜΕΓΕΘΟΣ**: 55 κιλά, 7 χιλιόμετρα, 6 χρόνια κτλ
- **ΚΩΔΙΚΑ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ** (δηλαδή τρόπο συνεννόησης): αριθμός ταυτότητας ΧΗ 125442, αριθμός αυτοκινήτου ΕΡΒ 2476 κτλ.

Όλοι οι φυσικοί αριθμοί σχηματίζονται από τον συνδυασμό των αριθμών 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

Στους φυσικούς αριθμούς, κάθε ψηφίο, ανάλογα με τη θέση του δηλώνει διαφορετική αξία. Έτσι τα ψηφία του αριθμού 235.657.918 δηλώνουν:

| Εκατοντάδες Εκατομμυρίων | Δεκάδες Εκατομμυρίων | Μονάδες Εκατομμυρίων | Εκατοντάδες Χιλιάδων | Δεκάδες Χιλιάδων | Μονάδες Χιλιάδων | Εκατοντάδες | Δεκάδες | Μονάδες |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 5. | 6 | 5 | 7. | 9 | 1 | 8 |

**Ποια είναι η σχέση που έχει η αξία κάθε θέσης με την αμέσως προηγούμενη και την αμέσως επόμενή της;**




Η αξία κάθε θέσης είναι ................................ από την αμέσως προηγούμενή της και ................................από την αμέσως επόμενή της.

## Ασκήσεις εμπέδωσης

**1. Σημειώνω ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι άρτιοι και ποιοι περιττοί. 23.897, 123.456, 987.654, 234.567, 765.543, 800.004**

| | |
|---|---|
| **Άρτιοι** | ................................................................................<br>................................................................................ |
| **Περιττοί** | ................................................................................<br>................................................................................ |

**2. Σημειώνω ποια είναι η αξία του αριθμού <u>6</u> στους παρακάτω αριθμούς.**

123.45**6**..........................................................................................

2**6**4.389..........................................................................................

345.**6**78..........................................................................................

45**6**.789..........................................................................................

**6**21.557.890......................................................................................

234.5**6**7..........................................................................................

**3. Γράφω την αξία που έχει το 8 εκφρασμένη σε <u>μονάδες</u>, για κάθε έναν από τους παρακάτω αριθμούς:**

α) 137.348 ................................

β) 68.500 ..................................

γ) 280 ........................................

δ) 872.910 ................................

**4. Με τα ψηφία 4, 6, 8, 2, 9, 5 ,7 φτιάχνω τον μεγαλύτερο και τον μικρότερο, σε αξία, αριθμό.**

Μεγαλύτερος:

..................................................................................................................................................

Μικρότερος:

..................................................................................................................................................

**5. Γράφω με λέξεις τους παρακάτω αριθμούς.**

3.280.000 =........................................................................................................................

61.000.910 = ......................................................................................................................

4.000.000.000 = .................................................................................................................

**6. Γράφω τον αμέσως προηγούμενο και τον αμέσως επόμενο αριθμό.**

| Προηγούμενος | Αριθμός | Επόμενος |
|---|---|---|
| | 2.000.000 | |
| | 15.849.999 | |
| | 37.098.001 | |
| | 7.099.000 | |

**7. Ο Αντρέι έγραψε τον αριθμό τρία δισεκατομμύρια τετρακόσιες πενήντα χιλιάδες έξι ως εξής: 3.450.006.000. Είναι σωστό ή λάθος ό,τι έγραψε και γιατί;**

..................................................................................................................................................
..................................................................................................................................................

**8. Σχηματίζω τον αριθμό που περιγράφει κάθε πινακίδα.**



………………………………………… ………………………………………………



………………………………………… ………………………………………………

**9. Σημειώνω με «Σ» τις σωστές και με «Λ» τις λανθασμένες προτάσεις. Σε περίπτωση που η πρόταση είναι λανθασμένη, δικαιολογώ γιατί τη θεώρησα λάθος.**

α) (……) Ανάμεσα στους αριθμούς 7 και 11 υπάρχουν δύο περιττοί αριθμοί και ένας άρτιος.

……………………………………………………………………………………………………

β) (……) Στον αριθμό 5.780.901 το μηδέν δηλώνει απουσία δεκάδων και μονάδων χιλιάδων.

……………………………………………………………………………………………………

γ) (……) Δέκα χιλιάδες είναι μία δεκάδα χιλιάδα.

……………………………………………………………………………………………………

δ) (……) Ανάμεσα στους αριθμούς 9 και 11 υπάρχει περιττός αριθμός.

……………………………………………………………………………………………………

ε) (……) Ανάμεσα στους αριθμούς 9 και 12 υπάρχει ένας άρτιος και ένας περιττός αριθμός.

..........................................................................................................................................................

στ) (......) Δεν υπάρχει φυσικός αριθμός μεταξύ των αριθμών 2 και 3.

..........................................................................................................................................................

ζ) (......) Ανάμεσα στους αριθμούς 4 και 5 δεν υπάρχει φυσικός αριθμός.

..........................................................................................................................................................

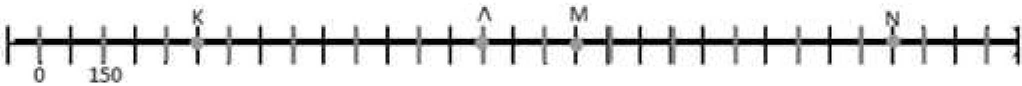
η) (......) Ανάμεσα στους αριθμούς 6 και 8 δεν υπάρχει άρτιος αριθμός.

..........................................................................................................................................................

θ) (......) Ανάμεσα στους αριθμούς 8 και 10 δεν υπάρχει περιττός αριθμός.

..........................................................................................................................................................

**10. Οι επόμενες τέσσερις ερωτήσεις αναφέρονται στην παρακάτω αριθμογραμμή:**




α) (......) Στο σημείο Μ αντιστοιχεί ο αριθμός 1.200.

..........................................................................................................................................................

β) (......) Στο σημείο Κ αντιστοιχεί ο αριθμός 37.

..........................................................................................................................................................

γ) (......) Στο σημείο Λ αντιστοιχεί ο αριθμός 1.050.

..........................................................................................................................................................

**11. Μετατρέπω τον αριθμό 8.574.826 σύμφωνα με όσα ζητούνται παρακάτω:**

α) Διπλασιάζω τον αριθμό των δεκάδων ..............................................

β) Μικραίνω τον αριθμό κατά 2 χιλιάδες ..............................................

γ) Μεγαλώνω τον αριθμό κατά 23 δεκάδες χιλιάδες ..............................................

δ) Μικραίνω τον αριθμό κατά 28 δεκάδες ..............................................

ε) Μειώνω τον αριθμό κατά 37 εκατοντάδες ..............................................

**12. Συμπληρώνω τις προτάσεις που ακολουθούν.**

| α | β | γ | δ | ε |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 7. | 7 | 7 | 7 |

α) Το 7 που είναι κάτω από το δ είναι ............................................... φορές μεγαλύτερο από το 7 που είναι κάτω από το ε.

β) Το 7 που είναι κάτω από το α είναι ............................................... φορές μεγαλύτερο από το 7 που είναι κάτω από το γ.

γ) Το 7 που είναι κάτω από το ε είναι ............................................... φορές μικρότερο από το 7 που είναι κάτω από το β.

δ) Το 7 που είναι κάτω από το δ είναι ...............................................φορές .......................... από το 7 που είναι κάτω από το β.

**13. Βρίσκω τον πενταψήφιο φυσικό αριθμό για τον οποίο ισχύουν τα παρακάτω:**

α) Το ψηφίο των δεκάδων ισούται με τον μεγαλύτερο μονοψήφιο φυσικό αριθμό.

β) Το άθροισμα των ψηφίων των χιλιάδων και των εκατοντάδων ισούται με το ψηφίο των μονάδων.

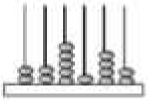
γ) Το ψηφίο των χιλιάδων είναι ίσο με το ψηφίο των δεκάδων χιλιάδων.

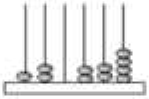
δ) Η διαφορά ανάμεσα στο ψηφίο των δεκάδων και των δεκάδων χιλιάδων είναι ίση με το ψηφίο των μονάδων.

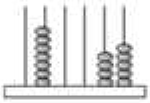
ε) Το ψηφίο των μονάδων είναι τόσο όσο εάν από το ψηφίο των δεκάδων αφαιρέσεις το μικρότερο μη μηδενικό φυσικό αριθμό.

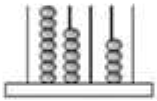
# Θέματα Μαθηματικών Διαγωνισμών

1. **Να γράψεις τον φυσικό αριθμό που παρουσιάζεται κάθε φορά στον άβακα.**

α)  ________

β)  ________

γ)  ________

δ)  ________

*Μικρός ευκλείδης, 2019*

2. **Πόσους τριψήφιους αριθμούς μπορούμε να σχηματίσουμε με τα ψηφία 3 και 4 ;**

Α) 2 Β) 4 Γ) 6 Δ) 8 Ε) 10

*Ενδεικτικά θέματα Πυθαγόρα*

3. **Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται ένα κομμάτι αριθμογραμμής. Ποιος αριθμός πρέπει να μπει εκεί που δείχνει το βέλος;**


Α) 1.010
Β) 1.100
Γ) 10.099
Δ) 10.009
Ε) κανένας από τους προηγούμενους

*Ενδεικτικά θέματα Πυθαγόρα*

4. **Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς έχει ακριβώς 33 εκατοντάδες και 24 μονάδες;**

Α) 330057 β) 3057 γ) 3324 δ) 3524 Ε) 33024

*Μικρός ευκλείδης, 2015*

# 2 Δεκαδικοί Αριθμοί

## Λίγα λόγια θεωρίας

Πολλές φορές οι μετρήσεις δεν μπορούν να γίνουν με ακρίβεια μόνο με τη χρήση των φυσικών αριθμών. Για αυτό το λόγο χρησιμοποιούμε τους **δεκαδικούς αριθμούς.**

Ο **Σάιμον Στέβιν (1548 – 1620 μ.Χ.)**, μηχανικός στο επάγγελμα, ανακάλυψε μια νέα μέθοδο γραφής των κλασματικών αριθμών, τους δεκαδικούς αριθμούς.

Στο βιβλίο του **«Το δέκατο»**, που εκδόθηκε το 1585, ο Στέβιν παρουσίασε τον τρόπο γραφής των δεκαδικών αριθμών καθώς και υπολογισμούς με δεκαδικούς αριθμούς.

Έτσι $1+\frac{5}{10}+\frac{1}{100}+\frac{4}{1000}=1{,}514$

Επομένως οι δεκαδικοί αριθμοί λέγονται έτσι διότι μπορούν να γραφούν ως κλάσματα με παρονομαστή το δέκα ή δυνάμεις του δηλαδή 100,1000,10000...

- Κάθε δεκαδικός αριθμός αποτελείται από δύο μέρη τα οποία χωρίζονται με ένα κόμμα, τη λεγόμενη υποδιαστολή.
- Το μέρος αριστερά από την υποδιαστολή ονομάζεται **ακέραιο μέρος**, ενώ αυτό που βρίσκεται δεξιά από την υποδιαστολή ονομάζεται **δεκαδικό μέρος**.
- Τα ψηφία του ακέραιου μέρους έχουν την αξία που είδαμε στους φυσικούς αριθμούς.
- Τα ψηφία του δεκαδικού μέρους, όσο απομακρυνόμαστε από την υποδιαστολή έχουν αξία **δέκατου, εκατοστού, χιλιοστού, δεκάκις χιλιοστού...**

| Ακέραιο μέρος | | | | | | Δεκαδικό μέρος | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Δεκάδες χιλιάδες | Χιλιάδες | Εκατοντάδες | Δεκάδες | Μονάδες | ΥΠΟΔΙΑΣΤΟΛΗ | Δέκατα | Εκατοστά | Χιλιοστά | Δεκάκις χιλιοστά |
| 5 | 7. | 9 | 1 | 8 | , | 2 | 4 | 7 | 5 |

α) Στο τέλος κάθε δεκαδικού αριθμού μπορούμε να προσθέσουμε μηδενικά ή και να τα διαγράψουμε, χωρίς να αλλάζει ο αριθμός.

π.χ. 3,71 = 3,710 = 3,7100 =3,71000 =3,710000

## Ασκήσεις εμπέδωσης

**1. Συμπληρώνω τον παρακάτω πίνακα, όπως στο παράδειγμα.**

| Με ψηφία | Με λέξεις |
|---|---|
| 5,42 | πέντε μονάδες και σαράντα δύο εκατοστά |
| 3,40 | |
| 16,05 | |
| 30,008 | |
| 45,375 | |

**2. Σημειώνω την υποδιαστολή στην κατάλληλη θέση, ώστε:**

α) Το 3 να δηλώνει δέκατα : Α.6534 Β. 1039 Γ. 983 Δ. 76543 Ε. 3

β) Το 5 να δηλώνει εκατοστά : Α.7654 Β. 1235 Γ. 765 Δ. 98765 Ε. 5

γ) Το 2 να δηλώνει χιλιοστά : Α. 5432 Β. 432 Γ. 2

**3. Γράφω το όνομα της τάξης μεγέθους που δηλώνει ο αριθμός 7 σε κάθε έναν από τους αριθμούς που ακολουθούν.**

α) 723,56 ..........................................................

β) 57,3..............................................................

γ) 106,745.........................................................

δ) 7.630.243,12..................................................

ε) 28,476...........................................................

στ) 00,527.........................................................

ζ) 72,5096.........................................................

**4. Γράφω με ψηφία τους αριθμούς που ακολουθούν.**

α) Τριάντα ένα και εννιά δέκατα. ..............................

β) Τριακόσια πενήντα δύο και είκοσι τρία εκατοστά. ..............................

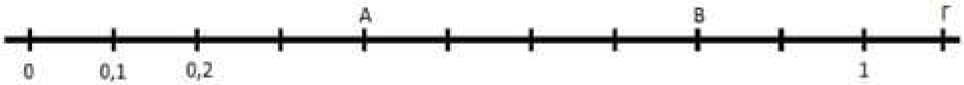
γ) Εκατόν είκοσι οκτώ και έξι χιλιοστά. ..............................

δ) Πέντε και επτακόσια πενήντα ένα χιλιοστά. ..............................

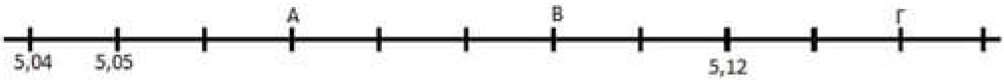
ε) Τριάντα πέντε και διακόσια τρία χιλιοστά. ..............................

στ) Έξι και δώδεκα εκατοστά. ..............................

**5. Γράφω τον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε γράμμα.**




| **Α :** | **Β :** | **Γ :** |
|---|---|---|
| | | |




| **Α :** | **Β :** | **Γ :** |
|---|---|---|
| | | |

**6. Σημειώνω με «Σ» τις σωστές και «Λ» τις λανθασμένες προτάσεις. Σε περίπτωση που η πρόταση είναι λανθασμένη, δικαιολογώ γιατί τη θεώρησα λάθος.**

α) (......) Σε έναν δεκαδικό αριθμό το πρώτο ψηφίο μετά την υποδιαστολή είναι τα δέκατα.
...................................................................................................................................

β) (......) Ένας δεκαδικός αριθμός αποτελείται από δεκαδικό και ακέραιο μέρος.
...................................................................................................................................

γ) (......) Η διαγραφή του 0 στον αριθμό 30,75 δεν επηρεάζει την αξία του.
...................................................................................................................................

δ) (......) Στον αριθμό 3,08 το 8 αναφέρεται στα δέκατα.
...................................................................................................................................

ε) (……) Ο αριθμός 8,02 διαβάζεται «οκτώ μονάδες και δύο εκατοστά».

…………………………………………………………………………………………………………………………

στ) (……) Ισχύει ότι 2,15 = 2,150.

…………………………………………………………………………………………………………………………

ζ) (……) Η αξία ενός δεκαδικού αριθμού αλλάζει, αν προσθέσουμε ή διαγράψουμε μηδενικά στο τέλος του.

…………………………………………………………………………………………………………………………

**7. Τοποθετώ στο σωστό σημείο τους αριθμούς που ακολουθούν**

| | |
|---|---|
| α. 0,5 | ε. 2,35 |
| β. 0,05 | ζ. 2,5 |
| γ. 3,54 | η. 1,92 |
| δ. 3,08 | θ. 0,62 |


**8. Από τους παρακάτω αριθμούς διαγράφω όσα ψηφία μπορώ ώστε να μην αλλάξει ο αριθμός.**

| | | |
|---|---|---|
| α. 0,2500 | δ. 3,00800 | η. 01,392 |
| β. 3,040 | ε. 020,35 | θ. 0,620 |
| γ. 03,504 | ζ. 02,15 | ι. 32,007 |

ΦΩΤΟΔΕΝΤΡΟ

SCAN ME

# Θέματα Μαθηματικών Διαγωνισμών

**1. Να συμπληρώσεις τα ψηφία του δεκαδικού αριθμού __ 0, __ 6 και να σχηματίσεις:**

**Α) τον μικρότερο αριθμό που μπορεί να γραφεί και δεν έχει δυο ίδια ψηφία ……………….**

**Β) τον μεγαλύτερο αριθμό που μπορεί να γραφεί και δεν έχει δυο ίδια ψηφία ………………**

*Μικρός ευκλείδης, 2016*

**2. Να γράψεις τους δεκαδικούς αριθμούς που αντιστοιχούν στα σημεία Α, Β, Γ, Δ και Ε της αριθμογραμμής.**


**Α=…………., Β=…………., Γ=…………., Δ=…………., Ε=………… . .**

*Μικρός ευκλείδης, 2016*

**3. Να γράψεις:**

**Α) τον μεγαλύτερο οκταψήφιο φυσικό αριθμό**

**Β) Τον μεγαλύτερο δεκαδικό αριθμό με τριψήφιο ακέραιο μέρος και τριψήφιο δεκαδικό μέρος με ένα τουλάχιστον μη μηδενικό ψηφίο**

*Μικρός ευκλείδης, 2017*

**4. Πόσες φορές ο δεκαδικός αριθμός 0,016 είναι μικρότερος από τον δεκαδικό αριθμό 1,6;**

**Α) 10** **Β) 100** **Γ) 1.000** **Δ) 10.000**

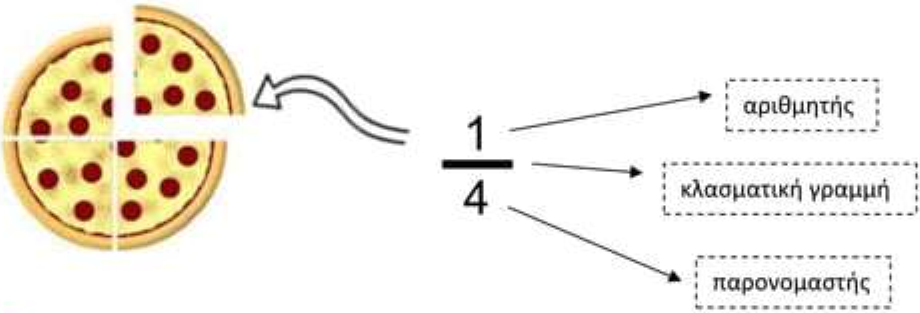
*Μικρός ευκλείδης, 2016*

# 3 Μετατροπή δεκαδικών σε κλάσματα & αντίστροφα

## Υπενθύμιση στα κλάσματα

**<u>Κλάσμα</u>:** είναι ένας αριθμός που δηλώνει **«το μέρος»** ενός **«συνόλου».**

Όταν λοιπόν λέμε ότι πήραμε το $\frac{1}{4}$ μιας πίτσας σημαίνει ότι κόψαμε την πίτσα (σύνολο ή αλλιώς μονάδα αναφοράς) σε 4 ίσα κομμάτια και πήραμε το 1 (μέρος).

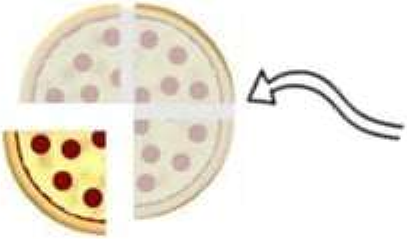



- Το κλάσμα αποτελείται από:
    - τον **παρονομαστή** που μας δείχνει σε πόσα **ίσα** μέρη χωρίσαμε το σύνολο
    - τον **αριθμητή** που μας δείχνει πόσα μέρη πήραμε από το σύνολο

- Ο παρονομαστής ενός κλάσματος **<u>δεν μπορεί</u>** ποτέ να είναι μηδέν, γιατί αυτό θα σήμαινε ότι δεν χωρίσαμε καθόλου το σύνολο. Κάτι τέτοιο δεν έχει νόημα για ένα κλάσμα.

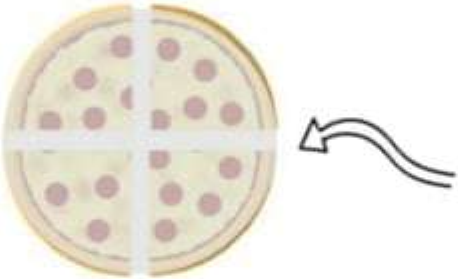
- Ο αριθμητής μπορεί να είναι μηδέν, αυτό σημαίνει απλώς ότι δεν πήραμε κανένα κομμάτι από το σύνολό μας.

- Όταν ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι **μικρότερος** από τον παρονομαστή, τότε το κλάσμα είναι **μικρότερο από τη μονάδα**.



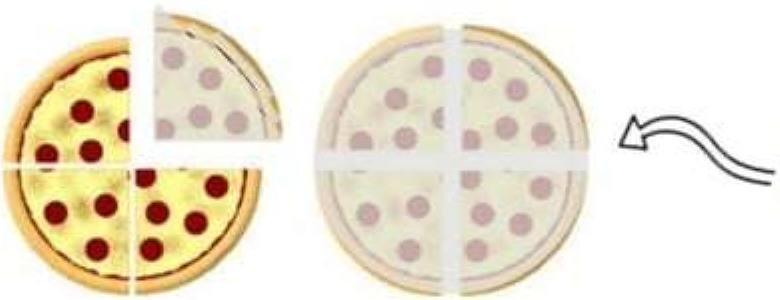
$$\frac{3}{4} < 1$$

- Όταν ο αριθμητής είναι **ίσος** με τον παρονομαστή τότε σημαίνει ότι πήραμε όλα τα κομμάτια του συνόλου και άρα το κλάσμα είναι **ίσο με τη μονάδα**.



$$\frac{4}{4} = 1$$

- Όταν ο αριθμητής είναι **μεγαλύτερος** από τον παρονομαστή, τότε το κλάσμα είναι **μεγαλύτερο από τη μονάδα**.



$$\frac{5}{4} > 1$$

## Λίγα λόγια θεωρίας

- Δεκαδικά κλάσματα λέγονται τα κλάσματα που έχουν για παρονομαστή έναν από τους αριθμούς 10, 100, 1.000, 10.000 κτλ

  π.χ. $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1.000}$, $\frac{1}{10.000}$

- Τα δεκαδικά κλάσματα τα χρησιμοποιούμε σε πολλές περιπτώσεις, όπως όταν μιλάμε για χρήματα, για βάρος, για μήκος κτλ.

| **Μέγεθος** | **Μονάδες** | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Χρήματα**  | **Ευρώ** | $\frac{1}{100}$ **€=1 λεπτό** | - | - |
| **Μήκος**  | **Μέτρο** | $\frac{1}{10}$ **μ=1 δεκ.** | $\frac{1}{100}$ **μ=1 εκ.** | $\frac{1}{1.000}$ **μ=1 χιλ.** |
| **Βάρος**  | **Κιλό** | $\frac{1}{1.000}$ **κ=1 γρ.** | - | - |

- Κάθε ένα από τα παραπάνω μεγέθη εκφράζεται με διαφορετικά δεκαδικά κλάσματα. Για να επιλέξουμε λοιπόν το σωστό, πρέπει πρώτα να ξέρουμε σε πόσα «ίσα μέρη» μπορούμε να χωρίσουμε το μέγεθος αυτό. Έτσι για παράδειγμα:
  - Εάν πάρουμε **ένα κιλό**, αυτό μπορούμε να το χωρίσουμε σε 1.000 ίσα μέρη που τα ονομάζουμε **γραμμάρια**. Επομένως το 1 γραμμάριο είναι $\frac{1}{1.000}$ του κιλού.
  - Εάν πάρουμε **ένα ευρώ**, αυτό μπορούμε να το χωρίσουμε σε 100 ίσα μέρη που τα ονομάζουμε **λεπτά (cents)**. Επομένως το 1 λεπτό είναι $\frac{1}{100}$ του ευρώ.
  - Εάν πάρουμε **το ένα μέτρο**, αυτό μπορούμε να το χωρίσουμε και 10 και σε 100 και σε 1.000 ίσα μέρη. Αυτά τα ονομάζουμε **δέκατα**, **εκατοστά** και **χιλιοστά** αντίστοιχα.

Επομένως το 1 δέκατο είναι $\frac{1}{10}$ του μέτρου , το 1 εκατοστό είναι $\frac{1}{100}$ του μέτρου και το 1 χιλιοστό είναι $\frac{1}{1.000}$ του μέτρου.

- **<u>Κάθε δεκαδικός αριθμός μπορεί να γραφεί ως δεκαδικό κλάσμα και αντίστροφα</u>**. Σαν να λέμε δηλαδή, ότι οι δύο αριθμοί αποτελούν τις δύο όψεις του ίδιου νομίσματος.

$$\frac{5}{10} = 0{,}5 \quad \leftrightarrows \quad 0{,}12 = \frac{12}{100}$$

Για να γράψω έναν δεκαδικό αριθμό με μορφή δεκαδικού κλάσματος, για παράδειγμα τον αριθμό 1,32 ακολουθώ τα παρακάτω βήματα:

1. Τοποθετώ στον αριθμητή τον δεκαδικό **<u>χωρίς την υποδιαστολή</u>**.

$$\frac{\mathbf{132}}{\quad}$$

2. Στον παρονομαστή τοποθετώ τη μονάδα.

$$\frac{\mathbf{132}}{\mathbf{1}}$$

3. Προσθέτω στη μονάδα τόσα μηδενικά όσα ήταν τα δεκαδικά ψηφία του αριθμού .

$$\frac{\mathbf{132}}{\mathbf{100}}$$

Για να γράψω ένα δεκαδικό κλάσμα με μορφή δεκαδικού αριθμού για παράδειγμα το $\frac{215}{100}$ ακολουθώ τα παρακάτω βήματα:

1. Ξαναγράφω τον αριθμό που βρίσκεται στον αριθμητή σκέτο.

**215**

2. Μετράω πόσα μηδενικά υπήρχαν στον παρονομαστή του κλάσματος. Στην περίπτωσή μας είναι δύο μηδενικά.

3. Μετακινώ την υποδιαστολή αριστερά τόσες θέσεις όσα είναι και τα μηδενικά του παρονομαστή.

**2,15**

**Μερικά παραδείγματα**

Το νερό και ο πάγος καταλαμβάνουν τα ***εφτά δέκατα*** της επιφάνειας της Γης.

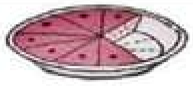
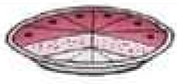
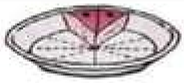
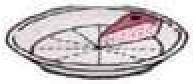
Ο αριθμός ***εφτά δέκατα*** γράφεται με μορφή:

Α) κλάσματος $\frac{7}{10}$ Β) δεκαδικού αριθμού 0,7

*Με δεκαδικούς αριθμούς ασχολήθηκαν πρώτοι οι Άραβες και οι Κινέζοι. Εκείνος όμως που τους έβαλε στη καθημερινή χρήση ως άλλη μορφή γραφής των δεκαδικών κλασμάτων ήταν ο Φλαμανδός μαθηματικός, μηχανικός και αρχιτέκτονας Σίμον Στέβιν. Έγραψε μάλιστα για αυτό κι ένα βιβλίο με τίτλο «το Δέκατο», το 1585 μ.Χ.*

## Ασκήσεις εμπέδωσης

**1. Γράφω με δεκαδικό κλάσμα και δεκαδικό αριθμό τι μέρος της ακέραιης μονάδας έχει απομείνει από την πίτα.**

| | | | |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| έμειναν: —— ή .... , .... | έμειναν: —— ή .... , .... | έμειναν: —— ή .... , .... | έμειναν: —— ή .... , .... |

**2. Γράφω τα κλάσματα με τη μορφή δεκαδικών αριθμών.**

α) $\frac{5}{10}$ β) $\frac{27}{10}$ γ) $\frac{173}{10}$ δ) $\frac{1453}{10}$

ε) $\frac{6}{100}$ στ) $\frac{35}{100}$ ζ) $\frac{142}{100}$ η) $\frac{2345}{100}$

θ) $\frac{8}{1000}$ ι) $\frac{76}{1000}$ ια) $\frac{562}{1000}$ ιβ) $\frac{1384}{1000}$

**3. Γράφω τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς με τη μορφή δεκαδικού κλάσματος.**

0,4 0,03 0,008

3,5 4,72 1,435

**4. Γράφω με δεκαδικό αριθμό και με δεκαδικό κλάσμα τους παρακάτω αριθμούς.**

5 δέκατα = ............................ ή .........................

32 εκατοστά = ...................... ή .........................

45 χιλιοστά = ....................... ή .......................

12 δέκατα = ......................... ή .......................

137 εκατοστά = .................... ή .......................

2.348 χιλιοστά = .................. ή .......................

**5. Ξεχωρίζω ποια από τα παρακάτω κλάσματα είναι δεκαδικά και τα γράφω σαν δεκαδικούς αριθμούς.**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{8}{9}$ | $\frac{7}{10}$ | $\frac{105}{100}$ | $\frac{83}{925}$ | $\frac{5}{1000}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{8725}{1000}$ |

**6. Συμπληρώνω τον πίνακα.**

| μικτή γραφή | με κλάσμα | με δεκαδικό | φτάνω στην πιο κοντινή μονάδα με πρόσθεση |
|---|---|---|---|
| 65 εκατοστά | $\frac{65}{100}$ | 0,65 | $\frac{65}{100}+\frac{35}{100}=\frac{100}{100}=1$ |
| | | 0,5 | |
| 250 χιλιοστά | | | |
| | $\frac{43}{10}$ | | |

**7. Συμπληρώνω τον πίνακα**

| χρήματα | | με συμμιγή | με ακέραιο | με κλάσματα | με διαίρεση | με δεκαδικό | με μεικτό |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2€ | 20λ. | 2€ 20λ. | 220λ. | $\frac{220}{100}$ | 220:100 | 2,20€ | $2\frac{20}{100}$ € |
| 0€ | 6λ. | | | | | | |
| 10€ | 15λ. | | | | | | |
| 3€ | 5λ. | | | | | | |
| 0€ | 80λ. | | | | | | |

**8. Συγκρίνω τα παρακάτω ζεύγη, χρησιμοποιώντας το σύμβολο της ισότητας ή ανισότητας ( < , > , = ).**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Α. | $\frac{57}{10}$ | ........ | 5,07 |
| Γ. | 5,20 | | 5,02 |
| Ε. | $\frac{203}{100}$ | ........ | 2,3 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Β. | $\frac{456}{100}$ | ........ | 0,456 |
| Δ. | 3,40 | | 3,35 |
| ΣΤ. | $\frac{345}{100}$ | ........ | 3,45 |

**9. Ο κ. Αλέξανδρος έχει $\frac{43}{100}$ € και ο κ. Δημήτρης έχει 4,34€.**

**Α. Ποιος από τους δύο έχει περισσότερα χρήματα;**

**Β. Πόσο περισσότερα χρήματα έχει;**

**10. Ο Κώστας έχει στο πορτοφόλι του ένα χαρτονόμισμα των πέντε ευρώ, ένα κέρμα των δύο ευρώ και ένα κέρμα των είκοσι λεπτών.Ο Μάνος έχει στο πορτοφόλι του ένα χαρτονόμισμα των πέντε ευρώ , ένα κέρμα των δύο ευρώ και ένα κέρμα των πέντε λεπτών. Γράφω με δεκαδικό αριθμό το χρηματικό ποσό που έχει κάθε παιδί και συγκρίνω ποιο παιδί έχει περισσότερα χρήματα στο πορτοφόλι του.**

**11. Ο κ. Παναγιώτης γράφει τα μαθήματα της ημέρας για τον Πέτρο που έλειπε σήμερα. Χρησιμοποιεί ένα φύλλο χαρτί με μήκος $\frac{15}{100}$ μ. και πλάτος 0,09 μ. . Οι καινούριοι φάκελοι του σχολείου έχουν διαστάσεις $\frac{70}{1000}$ μ. μήκος και 16 εκατοστά πλάτος.**

**α) Θα χωρέσει το χαρτί;**

**β) Υπάρχει τρόπος να χωρέσει;**

**γ) Πώς πρέπει να το διπλώσει ο κ. Παναγιώτης, οριζόντια ή κάθετα;**

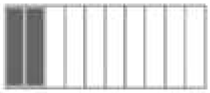
# Θέματα Μαθηματικών Διαγωνισμών

**1. Να βάλεις σε κάθε κουτάκι το κατάλληλο σύμβολο < , > , =**

**α)** $0,03 \;\square\; \frac{32}{100}$ **β)** $\frac{28}{1000} \;\square\; 0,28$ **γ)** $0,75 \;\square\; \frac{7}{10}$ **δ)** $0,016 \;\square\; \frac{16}{1000}$

*Μικρός Ευκλείδης, 2021*

**2. Κυκλώνω τον αριθμό που δεν αντιστοιχεί στο σκιασμένο μέρος του διπλανού σχήματος**



Α) $\frac{2}{10}$ Β) 0,5 Γ) 0,2 Δ) $\frac{1}{5}$ Ε) κανένα από τα προηγούμενα

*Μικρός Ευκλείδης, 2022*

# 4 Σύγκριση φυσικών ή δεκαδικών αριθμών

## Ασκήσεις εμπέδωσης

**1. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει την περιουσία των πέντε πλουσιότερων ανθρώπων της Ελλάδας. Διατάσσω τους αριθμούς από τον μεγαλύτερο στον μικρότερο. Προσοχή, διατάσσω τους αριθμούς και όχι τα ονόματα των ανθρώπων.**

| Ονόματα | Χρήματα (ευρώ) |
|---|---|
| Χιονάς | 6.516.000 |
| Αλεξίου | 5.471.000 |
| Βαμιεδάκης | 4.425.000 |
| Κανιούρας | 6.192.000 |
| Αμοιραλής | 6.695.000 |

.......................... > .......................... > .......................... > .......................... > ..........................

**2. Γράφω τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς από τον μεγαλύτερο προς το μικρότερο,χρησιμοποιώντας το σύμβολο της ανισότητας.**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2,34 | 8,699 | 5,1 | 8,69 | 1,22 |

..................................................................................................................................................

**3. Βάζω το κατάλληλο σύμβολο ( <,>,=) στα ζεύγη αριθμών που ακολουθούν.**

α. 2501 ...... 2051

β. 31,4 ...... 031,400

γ. 14,5 ...... 1,450

δ. 367,0 ...... 367

ε. 18,07 ...... 18,007

ζ. 02,15 ...... 21,05

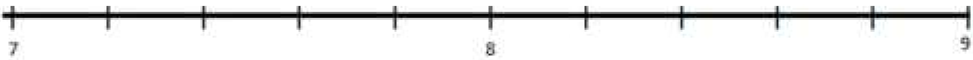
η. 01,00 ...... 10

θ. 0,640 ...... 0,64

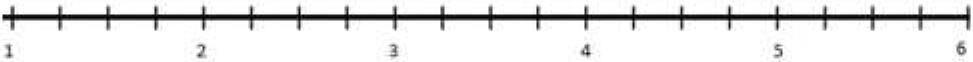
**4. Συμπληρώνω τον πίνακα με τον προηγούμενο και τον επόμενο δεκαδικό αριθμό.**

| Στα δέκατα | | | | Στα εκατοστά | | | | Στα χιλιοστά | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| α) | ........ < | 0,5 | < ....... | β) | ........ < | 0,50 | < ....... | γ) | ........ < | 0,500 | < ....... |
| δ) | ........ < | 0,8 | < ....... | ε) | ........ < | 0,72 | < ....... | στ) | ........ < | 0,453 | < ....... |

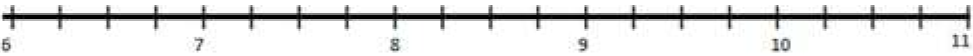
**5. Τοποθετώ τους αριθμούς στις αριθμογραμμές.**




| Α. | Β. | Γ. | Δ. |
|---|---|---|---|
| 8,2 | 8,8 | 8,6 | 7,4 |




| Α. | Β. | Γ. | Δ. |
|---|---|---|---|
| 1,25 | 4,75 | 3,25 | 2,5 |




| Α. | Β. | Γ. | Δ. |
|---|---|---|---|
| 8,25 | 6,5 | 9,75 | 7,25 |


| Α. | Β. | Γ. | Δ. |
|---|---|---|---|
| 5,2 | 4,8 | 4,4 | 5,6 |

**6. Συμπληρώνω τα κενά με ένα δικό μου αριθμό.**

α. 1,32 <..............< 1,35 ε. 3,9 <..............< 4

β. 3,14 <..............< 3,15 ζ. 3,248 <..............< 3,249

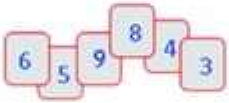
γ. 14,5 <..............< 14,50 η. 01,00 <..............< 10

δ. 0,023 <..............< 0,024 θ. 0,460 <..............< 0,46

# Θέματα Μαθηματικών Διαγωνισμών

1. **Φτιάχνω τον μεγαλύτερο και τον μικρότερο πενταψήφιο αριθμό με τα ψηφία των καρτών, χρησιμοποιώντας καθένα μόνο μια φορά.**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Μεγαλύτερος | | | | | |
| Μικρότερος | | | | | |




*Μικρός Ευκλείδης, 2015*

# 5 Πρόσθεση και αφαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών

## Λίγα λόγια θεωρίας

**<u>Πρόσθεση</u>**:


Οι αριθμοί που δίνονται για πρόσθεση ονομάζονται **προσθετέοι,** ενώ το αποτέλεσμά τους ονομάζεται **άθροισμα**.

- **Αντιμεταθετική ιδιότητα στην πρόσθεση :** το άθροισμα δεν αλλάζει εάν αλλάξουμε τη σειρά των προσθετέων
  π.χ. 2+5+7 = 5+7+2
- **Προσεταιριστική ιδιότητα στην πρόσθεση:** σε μια πρόσθεση με πολλούς αριθμούς μπορουμε να ξεκινήσουμε με όποιο ζευγάρι προσθετέων επιθυμούμε και στη συνέχεια, στο άθροισμα που βρήκαμε, προσθέτουμε και τον επόμενο προσθετέο.
  π.χ. 7+8+3 = (7+3) +8 = 10 + 8 = 18

**<u>Αφαίρεση</u>**:


Ο μεγαλύτερος αριθμός ονομάζεται **Μειωτέος (Μ)** και ο μικρότερος **Αφαιρετέος (Α),** ενώ το αποτέλεσμα ονομάζεται **Διαφορά (Δ).**

**<u>Πρόσθεση και την αφαίρεση των δεκαδικών αριθμών:</u>**

Γράφουμε τους αριθμούς τον ένα κάτω από τον άλλο, με τέτοιον τρόπο, ώστε οι **υποδιαστολές να είναι η μία κάτω από την άλλη**, οι μονάδες να είναι κάτω από τις μονάδες, οι δεκάδες κάτω από τις δεκάδες, τα δέκατα κάτω από τα δέκατα, τα εκατοστά κάτω από τα εκατοστά κτλ.

**Κάνω τις πράξεις:**

Στις κενές θέσεις μπορούμε να προσθέσουμε μηδενικά, εάν θέλουμε.

| Α. 3,72 + 12,49 | Β. 12,43 - 7,763 | Γ. 15 - 3,264 |
|---|---|---|
| 3 , 7 2 | 1 2 , 4 3 0 | 1 5 , 0 0 0 |
| + 1 2 , 3 4 9 | - 7 , 7 6 3 | - 3 , 2 6 4 |
| 1 6 , 0 6 9 | 4 , 6 6 7 | 1 1 , 7 3 8 |

Η πρόσθεση και η αφαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις, αφού η μία μπορεί να αναιρέσει την άλλη.

## Ασκήσεις εμπέδωσης

**1. Κάνω κάθετα τις παρακάτω πράξεις. Στη συνέχεια επαληθεύω, χρησιμοποιώντας την αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης.**

| Α. 3,6 + 14 | Β. 14,56 + 28,3 | Γ. 0,05 + 2,3 | Δ. 4,05 + 7 |
|---|---|---|---|
| | | | |
| Επαλήθευση | Επαλήθευση | Επαλήθευση | Επαλήθευση |

**2. Κάνω κάθετα τις παρακάτω πράξεις και τις επαληθεύσεις τους.**

| Α. 12 - 3,4 | Β. 13,55 - 1,4 | Γ. 9 - 0,14 | Γ. 15 - 0,03 |
|---|---|---|---|
| | | | |
| Επαλήθευση | Επαλήθευση | Επαλήθευση | Επαλήθευση |

**3. Συμπληρώνω τα κενά:**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | ___ | 3 | ___ | 6 |
| + | ___ | 5 | 7 | 8 | ___ |
| | 9 | 0 | 1 | 1 | 3 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 6 | ___ | 7 | 2 | ___ |
| + | ___ | 8 | 1 | ___ | 3 |
| | 9 | 1 | 8 | 9 | 7 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 7 | 2 | ___ | 8 | 4 |
| + | 1 | ___ | 7 | ___ | 5 |
| | ___ | 3 | 3 | 2 | ___ |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 2 | ___ | 9 | ___ | 7 |
| - | 1 | 9 | ___ | 2 | ___ | 6 |
| | ___ | 3 | 8 | 8 | 1 | 9 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 2 | ___ | 6 | ___ | 7 |
| - | ___ | ___ | 9 | ___ | 7 | ___ |
| | ___ | 9 | 6 | 3 | 2 | 8 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 9 | ___ | ___ | 3 | ___ | ___ |
| - | ___ | 2 | 8 | ___ | 8 | 9 |
| | 6 | 5 | 3 | 5 | 5 | 1 |

**4. Χρησιμοποιώ την προσεταιριστική ιδιότητα, για να επιλύσω γρήγορα τα παρακάτω αθροίσματα.**

| |
|---|
| 15 + 12 + 20 + 5 + 8<br>…………………………………………………………<br>………………………………………………………… |
| 22 + 23 + 30 + 48 + 47<br>…………………………………………………………<br>………………………………………………………… |

**5. Κάνω τις πράξεις στο τετράδιό μου:**

α. 2,374 + 3,657 β. 4,2 + 5,32 γ. 3,7 + 6,445

δ. 3,05 - 0,75 ε. 6,54 - 2,173 στ. 21,4 - 15,345

**6. Σημειώνω με Σ τις σωστές και Λ τις λανθασμένες προτάσεις. Σε περίπτωση που η πρόταση είναι λανθασμένη, δικαιολογώ γιατί τη θεώρησα λάθος.**

α) (.....) Η αντιμεταθετική ιδιότητα ισχύει και στην αφαίρεση.

..........................................................................................................................................

β) (.....) Η επαλήθευση της πρόσθεσης είναι πάντα η αφαίρεση.

..........................................................................................................................................

γ) (.....) Η επαλήθευση της αφαίρεσης είναι πάντα η πρόσθεση.

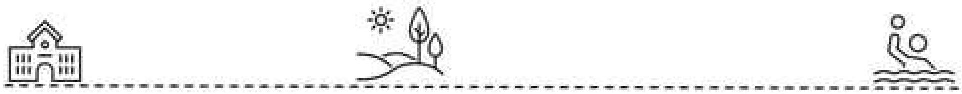
..........................................................................................................................................

δ) (.....) Η ιδιότητα που ακολουθεί ονομάζεται προσεταιριστική.

$$9 + 10 + 1 = (9 + 1) + 10$$

..........................................................................................................................................

**7. Η απόσταση του σχολείου μέχρι το πάρκο είναι 2,145 χιλιόμετρα, ενώ η απόσταση από το σχολείο μέχρι το κολυμβητήριο είναι 6,2 χιλιόμετρα. Ποια η απόσταση από το πάρκο μέχρι το κολυμβητήριο; Το σχήμα θα σε βοηθήσει!**



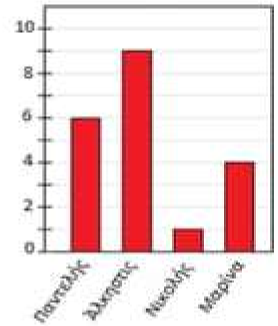
**8. Ένα αυτοκίνητο τον πρώτο χρόνο διένυσε 16.289 χιλιόμετρα και τον δεύτερο χρόνο διένυσε 4.139 λιγότερα χιλιόμετρα από τον πρώτο χρόνο. Πόσα χιλιόμετρα πρέπει να διανύσει ακόμα, ώστε να κάνει το σέρβις των 30.000 χιλιομέτρων;**

**9. Στο παρακάτω ραβδόγραμμα παρουσιάζονται στοιχεία από τη συγκομιδή μήλων την περίοδο του φθινοπώρου.**

**α) Πόσα μήλα μάζεψαν και τα τέσσερα παιδιά;**

**β) Απαντώ χρησιμοποιώντας την προσεταιριστική ιδιότητα.**

**γ) Επαληθεύω, χρησιμοποιώντας, επίσης, την προσεταιριστική ιδιότητα.**




**10. Εάν x+ψ=7,5 και φ+ω=13,2 βρίσκω τα αθροίσματα στο τετράδιό μου:**

α) x + 3 + ψ + 6,3 =

β) 3 + φ + 5 + ω + 2 =

γ) x + 3 + ψ + 2,1 + φ + 5,4 + ω =

δ) x + φ + 4,1 + ψ + ω + 2,6 =

## Θέματα Μαθηματικών Διαγωνισμών

**1. Αντιστοιχίζω έναν αριθμό της πρώτης σειράς με έναν αριθμό της δεύτερης, ώστε τα ζευγάρια αριθμών που σχηματίζονται να έχουν άθροισμα 1.**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0,03 | 0,003 | 0,3 | 0,13 | 0,31 |
| 0,7 | 0,997 | 0,97 | 0,69 | 0,87 |

*Μικρός ευκλείδης, 2015*

# 6 Πολλαπλασιασμός φυσικών και δεκαδικών αριθμών

## Λίγα λόγια θεωρίας

<ins>**Πολλαπλασιασμός**</ins>:

Το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού δύο ή περισσότερων αριθμών ονομάζεται **γινόμενο**. Οι αριθμοί που πολλαπλασιάζονται ονομάζονται **παράγοντες** του γινομένου.


- **αντιμεταθετική ιδιότητα στον πολλαπλασιασμό:** το αποτέλεσμα δεν αλλάζει εάν αλλάξουμε τη σειρά των παραγόντων.

  π.χ. 2 x 4 x 9 = 9 x 4 x 2

- **προσεταιριστική ιδιότητα στον πολλαπλασιασμό:** σε έναν πολλαπλασιασμό με πολλούς αριθμούς μπορουμε να ξεκινήσουμε με όποιο ζευγάρι επιθυμούμε και στη συνέχεια, να πολλαπλασιάσουμε το γινόμενο που βρήκαμε με τον τρίτο παράγοντα.

  π.χ. 20 x 12 x 5 = (20x5) x12 = 100 x 12 = 1.200

- **επιμεριστική ιδιότητα:** για να πολλαπλασιάσουμε έναν αριθμό με το άθροισμα δύο ή περισσότερων προσθετέων μπορούμε πρώτα να πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό με κάθε προσθετέο ξεχωριστά και στη συνέχεια να προσθέσουμε τα επιμέρους γινόμενα. Η ιδιότητα αυτή ισχύει και για την αφαίρεση.

  π.χ. 15 x (4-3)= 15x4 - 15x3 = 60 - 45 = 15

### Σύντομοι πολλαπλασιασμοί

**Πολλαπλασιασμός με το 10, 100, 1000**

- Όταν πολλαπλασιάζουμε έναν δεκαδικό αριθμό με το 10, 100, 1000, 10.000..., τότε απλώς μετακινούμε την υποδιαστολή τόσες θέσεις δεξιά όσα είναι και τα μηδενικά.

  π.χ. 3,562 x 10.000 = 35.620

**Πολλαπλασιασμός με το 0,1 ή 0,01 ή 0,001**

- Όταν πολλαπλασιάζουμε έναν δεκαδικό αριθμό με το 0,1 , 0,01 , 0,001, 0,0001..., τότε απλώς μετακινούμε την υποδιαστολή τόσες θέσεις αριστερά όσα είναι και τα δεκαδικά ψηφία.

  π.χ. 356,2 x 0,001 = 0,3562

- Στον κάθετο πολλαπλασιασμό δεκαδικών αριθμών **<u>δεν μας ενδιαφέρει</u>** να γράφεται το ακέραιο μέρος κάτω από το ακέραιο και το δεκαδικό κάτω από το δεκαδικό. Όμως προσέχουμε στο τέλος να συμπληρώσουμε στον αριθμό τόσα δεκαδικά ψηφία όσα έχουν μαζί όλοι οι παράγοντες του γινομένου.

## Ασκήσεις εμπέδωσης

**1. Κάνω κάθετα τις παρακάτω πράξεις. Στη συνέχεια επαληθεύω, χρησιμοποιώντας την αντιμεταθετική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού (οι επαληθεύσεις να γίνουν με υπολογιστή τσέπης).**

| Α. 3,6 x 14 | Β. 4,5 x 8,34 | Γ. 0,08 x 2,7 | Δ. 0,56 x 2,3 |
|---|---|---|---|
| Επαλήθευση | Επαλήθευση | Επαλήθευση | Επαλήθευση |

**2. Συμπληρώνω τους παρακάτω πίνακες.**

| x | 10 | 100 | 1.000 | 10.000 |
|---|---|---|---|---|
| 2,348 | | | | |
| 12,5 | | | | |
| 0,032 | | | | |

| x | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 0,0001 |
|---|---|---|---|---|
| 354,9 | | | | |
| 12,5 | | | | |
| 0,32 | | | | |

**3. Υπολογίζω τα γινόμενα στο τετράδιό μου:**

α) 2,34 x 1,7 β) 13,2 x 5,3 γ) 14,53 x 4,42 δ) 3,79x 3,7

**4. Βρίσκω τα γινόμενα με το μυαλό:**

α) 10 x 2,95 = ................................ στ) 10 x 0,08 = ........................................

β) 100 x 37,29 = .................................. ζ) 100 x 5,741 = ..................................

γ) 0,065 x 100 = .................................... η) 1.000 x 0,29 = ..................................

δ) 1.000 x 72,5 =............................ θ) 10 x 3,8 = ..................................

ε) 10 x 0,027 =................................ ι) 100 x 47,2 = ..................................

**5. Λύνω τις παρακάτω πράξεις, χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού.**

| **Απλός πολλαπλασιασμός με προτεραιότητα στην παρένθεση** | **Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού** |
|---|---|
| **12 x (9 + 1) =**<br>**= 12 x 10 =**<br>**= 120** | **12 x (9 + 1) =**<br>**= (12 x 9) + (12 x 1) =**<br>**= 108 + 12 =**<br>**=120** |

| Απλός πολλαπλασιασμός με προτεραιότητα στην παρένθεση | Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού |
|---|---|
| 15 x (4 + 8) = | 15 x (4 + 8) = |

| Απλός πολλαπλασιασμός με προτεραιότητα στην παρένθεση | Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού |
|---|---|
| 12 x (10 – 4) = | 12 x (10 – 4) = |

**6. Χρησιμοποιώ την προσεταιριστική ιδιότητα, για να επιλύσω τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς,όπως στο παράδειγμα.**

| **Προσεταιριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού** | **Προσεταιριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού** |
|---|---|
| **3 x 4 x 5 =**<br>**= (3 x 4) x 5 =**<br>**= 12 x 5 =**<br>**= 60** | **3 x 4 x 5 =**<br>**= 3 x (4 x 5) =**<br>**= 3 x 20 =**<br>**= 60** |

| Προσεταιριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού | Προσεταιριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού |
|---|---|
| 8 x 12 x 5 = | 8 x 12 x 5 = |

**7. Σημειώνω με Σ τις σωστές και Λ τις λανθασμένες προτάσεις. Σε περίπτωση που η πρόταση είναι λανθασμένη, δικαιολογώ γιατί τη θεώρησα λάθος.**

α) (.....) Η αντιμεταθετική ιδιότητα ισχύει και στον πολλαπλασιασμό.

..........................................................................................................................................

β) (.....) Ισχύει ότι 3 x (4 + 5) = (3 x 4) + 5.

..........................................................................................................................................

γ) (.....) Ισχύει ότι 12 x (9 + 1) = (12 x 9) + (12 x 1)

..........................................................................................................................................

δ) (.....) Ισχύει ότι 12,34 x 1.000 = 12.340.

..........................................................................................................................................

ε) (.....) Ισχύει ότι 3 x 10 x 0 = 30.

.........................................................................................................................................

στ) (.....) Ισχύει ότι 1.234 x 0,01 = 12,34.

.........................................................................................................................................

ζ) (.....) Η ιδιότητα που ακολουθεί ονομάζεται προσεταιριστική.

3 x 4 x 5 = (3 x 4) x 5

.........................................................................................................................................

**8. Η αμαξοστοιχία για Θεσσαλονίκη ταξιδεύει με 320 επιβάτες. Στην Α' θέση ταξιδεύουν 48 επιβατές και το εισιτήριο κοστίζει 63€, ενώ στη Β΄θέση ταξιδεύουν οι υπόλοιποι επιβάτες με το εισιτήριο να είναι 21€ φθηνότερο από αυτό της Α' θέσης. Πόσα χρήματα εισέπραξε συνολικά από τα εισιτήρια η σιδηροδρομική εταιρία;**

**9. Το 1 κιλό κεράσια κοστίζει 3,80€, πόσο κοστίζουν τα 5,26 κιλά κεράσια;**

**10. Ο Αλέξανδρος θέλει να αγοράσει 3 θήκες κινητού και 2 τζαμάκια αλλά του λείπουν 7,50€. Αν η μια θήκη κοστίζει 6,50€ και το ένα τζαμάκι 12€, πόσα χρήματα έχει ο Αλέξανδρος;**

**11. Παρατηρώ τα παραδείγματα και συμπληρώνω τα κενά, χωρίς να κάνω τις πράξεις.**

➡ **65 x 24 = 1.560**

α) 6,5 x 24 = ......................................... β) 6,5 x 2,4= .........................................

γ) 65 x 0,24 = .................................... δ) 6,5 x 0,24 = .......................................

ε) 0,65 x 2,4 = .................................... ζ) 6,5 x 0,0024 = ...................................

**36 x 25 = 900**

α) 36 x .......... = 90 β) .......... x .......... = 0,9 γ) .......... x 0,25 = 900

δ) .......... x .......... = 9 ε) 3,6 x .......... = 90 στ) .......... x 2,5 = 0,9

ζ) .......... x 0,25 = 900 η) 0,36 x .......... = 0,9 θ) 0,36 x .......... = 0,9

ι) .......... x .......... = 0,09

**12. Παρατηρώ τα παραδείγματα και συμπληρώνω τα κενά, χωρίς να κάνω τις πράξεις.**

**48 x 13 = 624**

α) 4,8 x 1,3 = ........................................ β) 0,48 x ................. = 62,4

γ) 0,48 x 0,13 = .................................... δ) ........... x ............ = 6,24

ε) 48 x 0,13 = ....................................

**125 x 36 = 4500**

α) 12,5 x 3,6 = .................................... β) 12,5 x ................. = 4500

γ) 1,25 x 3,6 = .................................... δ) ........... x 0,36 = 45

ε) 0,125 x 36 = ................................... ζ)........... x ............ = 0,45

**13. Κάνω τις πράξεις που ακολουθούν στο τετράδιό μου χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα.**

α) 21 x (12 + 7) = β) 11 x (9 + 14) =

γ) 5 x (6 + 3) = δ) 5 x (13 - 5) =

ε) 4 x (25 - 7) = στ) 6 x (17 - 6) =

**14. Ο κύριος Μιχάλης έχει κρεοπωλείο και αγοράζει από τον παραγωγό κρέατα με τις εξής τιμές:**

**μοσχαρίσιο -> 12,5 ευρώ ανά κιλό**

**χοιρινό -> 8,75 ευρώ ανά κιλό**

**κοτόπουλο -> 9,20 ευρώ ανά κιλό**

**Εάν ο κύριος Μιχάλης πληρώσει τον παραγωγό με ένα χαρτονόμισμα των 500 ευρώ για να αγοράσει 10 κιλά μοσχαρίσιο κρέας, 5 κιλά χοιρινό και 12 κιλά κοτόπουλο πόσα ρέστα θα πάρει;**

## Θέματα Μαθηματικών Διαγωνισμών

1. Πόσοι από τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς δίνουν αποτέλεσμα 240;

48×10, 23×11, 24×10, 12×20

Α) ένας
Β) τρεις
Γ) δύο
Δ) τέσσερις
Ε) κανένας

2. Στην τάξη της Αλίκης η δασκάλα ζήτησε από τους μαθητές να υπολογίσουν το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού 3,5x10. Η Αλίκη απάντησε 3,50, ο Βασίλης απάντησε 0,35, η Γεωργία απάντησε 35 ενώ ο Δημήτρης απάντησε 3,05. Ποιος ή ποια απάντησε σωστά;

Α) η Γεωργία
Β) ο Βασίλης
Γ) η Αλίκη
Δ) ο Δημήτρης
Ε) όλοι οι μαθητές απάντησαν λάθος

3. Από τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς αυτός που δίνει ίδιο αποτέλεσμα με τον 1,25 x 16 είναι:

Α) 2,5 x 8  Β) 2,5 x 10  Γ) 2,5 x 12  Δ) 2,5 x 6  Ε) 2,5 x 4

4. Η ομάδα καλαθοσφαίρισης του σχολείου μας αγωνίστηκε στον τελικό του σχολικού πρωταθλήματος. Οι παίκτες μας πέτυχαν 23 δίποντα καλάθια, έξι τρίποντα και ευστόχησαν σε 11 ελεύθερες βολές. Η έκφραση με την οποία θα υπολογίσουμε συνολικά τους πόντους της ομάδας μας στον τελικό είναι

Α) 23 x 2 + 6+11
Β) 23 + 6 x 3 + 11 x 2
Γ) 23 x 2 + 6 x 3 + 11
Δ) 23 x 3 + 6 x 2 + 11
Ε) τίποτα από τα προηγούμενα

*Ενδεικτικά Θέματα Πυθαγόρα*

# 7 Διαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών αριθμών

## Λίγα λόγια θεωρίας

- Σε κάθε διαίρεση, υπάρχουν τέσσερις όροι. Αυτοί είναι:

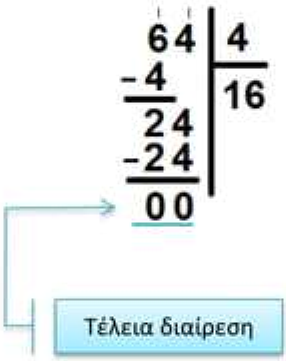
  α) **«Δ» ο διαιρετέος** (ο αριθμός που χωρίζεται σε μικρότερα μέρη, αυτός που διαιρείται)

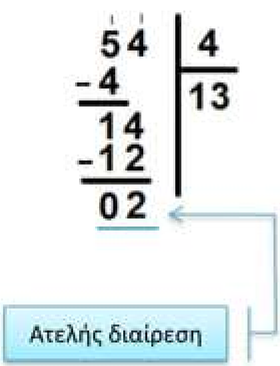
  β) **«δ» ο διαιρέτης** (ο αριθμός που δείχνει σε πόσα μέρη θα χωριστεί ο διαιρετέος, αυτός που προκαλεί τη διαίρεση)

  γ) **«π» το πηλίκο** (το αποτέλεσμα τη διαίρεσης)

  δ) **«υ» το υπόλοιπο** (πόσα περισσεύουν από τη διαίρεση)

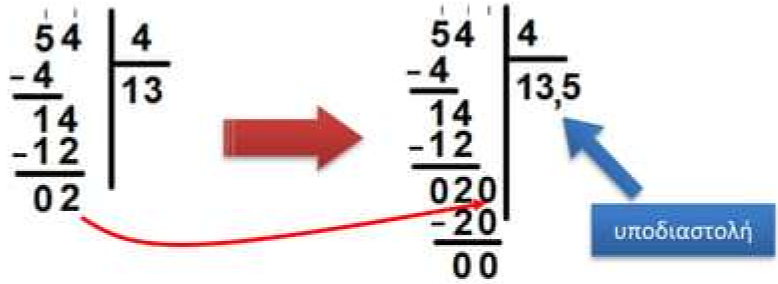

- Όταν το υπόλοιπο μιας διαίρεσης είναι μηδέν, τότε λέμε ότι η διαίρεση είναι **τέλεια**, ενώ σε αντίθετη περίπτωση ονομάζουμε τη διαίρεση **ατελή**.



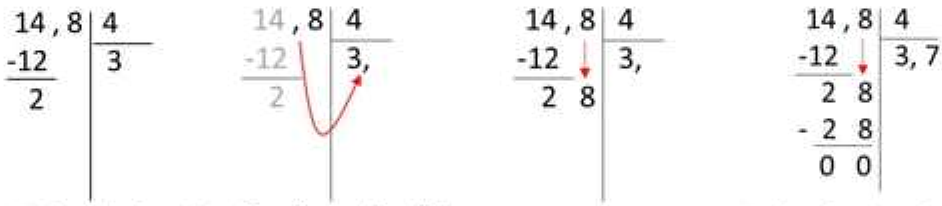
### Συνέχιση ατελούς διαίρεσης

Όταν έχουμε μια διαίρεση που αφήνει υπόλοιπο (ατελή διαίρεση), μπορούμε να συνεχίσουμε τη διαίρεση προσθέτοντας <u>μηδενικό στο υπόλοιπο</u> και βάζοντας <u>υποδιαστολή στο πηλίκο</u>. Αν μένει υπόλοιπο ξανά προσθέτω μηδενικό και συνεχίζω....




### Δεκαδικός Διαιρετέος

Στη διαίρεση με δεκαδικό διαιρετέο, όταν τελειώσω τη διαίρεση του ακέραιου μέρους και προχωρήσω στο δεκαδικό, βάζω υποδιαστολή στο πηλίκο και συνεχίζω τη διαίρεση κατεβάζοντας το δεκαδικό ψηφίο. Αν μείνει υπόλοιπο προσθέτω μηδενικό και συνεχίζω τις πράξεις.



Το 4 χωράει 3 φορές στο 14 και αφήνει υπόλοιπο 2.

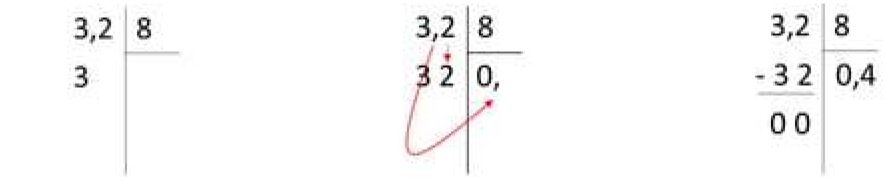
Περνάω στο δεκαδικό μέρος. Βάζω υποδιαστολή στο πηλίκο.

Κατεβάζω το 8.

Το 4 χωράει 7 φορές στο 28.

### Διαιρετέος < διαιρέτης

Όταν το ακέραιο μέρος του διαιρετέου είναι μικρότερο από τον διαιρέτη, βάζω μηδέν στο πηλίκο και υποδιαστολή.



Το 8 στο 3 δεν χωράει. Περνάω στο δεκαδικό μέρος.

Βάζω στο πηλίκο 0 και υποδιαστολή! Κατεβάζω το 2.

Έπειτα λέω το 8 χωράει τέσσερις φορές στο 32.

## Δεκαδικός Διαιρέτης

Όταν ο διαιρέτης είναι δεκαδικός πρέπει να τον μετατρέψω υποχρεωτικά σε ακέραιο. Πολλαπλασιάζω τον διαιρέτη με το 10, 100, 1000 κτλ ώστε να γίνει ακέραιος. Με τον ίδιο αριθμό πολλαπλασιάζω και τον Διαιρετέο (αν παραμείνει δεκαδικός δεν πειράζει).

```
X 10  X 10
 28 | 1,4
    |----
    |
```

Ο διαιρέτης για να γίνει ακέραιος πρέπει να πολλαπλασιαστεί με το 10. Πολλαπλασιάζω και τον Διαιρετέο με το 10.

```
 28 | 1,4
280 | 14
-28 | 2
 00 |
```

Το 28 γίνεται 280 και το 1,4 γίνεται 14. Το 14 στο 28 χωράει 2 φορές και αφήνει υπόλοιπο 0.

```
 28 | 1,4
280 | 14
-28 | 20
000 |
```

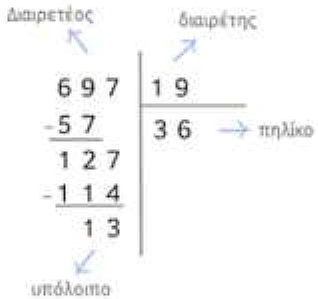
Έχει μείνει ένα 0 στον Διαιρετέο, το κατεβάζω και το προσθέτω απευθείας στο πηλίκο.

## Επαλήθευση Διαίρεσης

Για να επαληθεύσουμε το αποτέλεσμα μιας διαίρεσης, πολλαπλασιάζουμε τον διαιρέτη με το πηλίκο και προσθέτουμε το υπόλοιπο. Το αποτέλεσμα της πράξης θα πρέπει να μας δίνει τον Διαιρετέο.

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$$

**Διαίρεση**

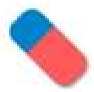



**Επαλήθευση**

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$$

$\Delta = 19 \cdot 36 + 13$

$\Delta = 697$



Οι φυσικοί αριθμοί χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες:

α) **άρτιοι** (οι αριθμοί που διαιρούνται ακριβώς με το 2)

β) **περιττοί** (οι αριθμοί που δεν διαιρούνται με το 2)

## Σύντομες διαιρέσεις

**Διαίρεση με το 10, 100, 1000**

- Όταν διαιρούμε έναν αριθμό με το 10, 100, 1.000 … τότε μετακινούμε την υποδιαστολή **αριστερά** τόσες θέσεις όσα είναι και τα μηδενικά του διαιρέτη.
  π.χ. 231,76 : 100 = 2,3176    184 : 1.000 = 0,184

**Διαίρεση με το 0,1 ή 0,01 ή 0,001**

- Όταν διαιρούμε έναν αριθμό με το 0,1 , 0,01 , 0,001 … τότε μετακινούμε την υποδιαστολή **δεξιά** τόσες θέσεις όσα είναι και τα δεκαδικά ψηφία του διαιρέτη.
  π.χ. 231,76 : 0,01 = 23.176    184 : 0.001 = 184.000

## Ασκήσεις εμπέδωσης

**1. Βρίσκω τα πηλίκα κάνοντας την κάθετη διαίρεση στο τετράδιο μου, σημειώνει ποιες από αυτές είναι τέλειες και ποιες ατελείς και στη συνέχεια κάνω γραπτά την επαλήθευση.**

| | | |
|---|---|---|
| α. 12 : 8 | β. 3 : 4 | γ. 10 : 4 |
| δ. 48 : 5 | ε. 36 : 5 | στ. 126: 8 |
| ζ. 87 : 15 | η. 884 : 17 | θ. 1008 : 36 |
| ι. 183 : 15 | κ. 369 : 18 | λ. 1008: 6 |

**2. Κάνω κάθετα τις παρακάτω πράξεις. Στη συνέχεια επαληθεύω, κάνοντας πολλαπλασιασμό.**

| **Α. 90,86 : 2,8** | **Β. 3.570:8** | **Γ. 13,5:18** | **Δ. 5,75:2,5** |
|---|---|---|---|
| | | | |

| Επαλήθευση | Επαλήθευση | Επαλήθευση | Επαλήθευση |
|---|---|---|---|
| | | | |

**3. Γράφω τις διαιρέσεις που προκύπτουν από τους παρακάτω πολλαπλασιασμούς.**

α. 17 x 32 = 544 ........................................ ........................................

β. 28 x 57 = 1.596 ........................................ ........................................

γ. 19 x 23 = 437 ........................................ ........................................

δ. 25 x 38 = 950 ........................................ ........................................

ε. 12,3 x 18 = 221,4 ........................................ ........................................

στ. 9,2 x 8,35 = 76,82 ........................................ ........................................

**4. Κάνω με το νου τις παρακάτω διαιρέσεις.**

α. 12 : 10 = β. 35 : 100 = γ. 1,25 : 100 =

δ. 482,5 : 100 = ε. 32,6 : 1.000 = στ. 72,6 : 10 =

ζ. 1.204 : 100 = η. 12.000 : 100 = θ. 300 : 1000 =

**5. Συμπληρώνω τα παρακάτω κενά.**

α. 45 : .......... = 4,5 β. 456 : .......... = 4,56

γ. 5,6 : .......... = 0,056 δ. 5,69 : .......... = 0,0569

ε. 45,6 : .......... = 0,456 στ. 4.567 : .......... = 4.567

**6. Λύνω τις παρακάτω πράξεις, χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα της διαίρεσης.**

| Απλή διαίρεση με προτεραιότητα στην παρένθεση | Επιμεριστική ιδιότητα της διαίρεσης |
|---|---|
| **(12 + 24) : 6 =**<br>**= 36 : 6=**<br>**= 6** | **(12 + 24) : 6 =**<br>**= (12 : 6) + (24 : 6) =**<br>**= 2 + 4 =**<br>**=6** |

| Απλή διαίρεση με προτεραιότητα στην παρένθεση | Επιμεριστική ιδιότητα της διαίρεσης |
| --- | --- |
| (24 + 36) : 6 = | (24 + 36) : 6 = |

| Απλή διαίρεση με προτεραιότητα στην παρένθεση | Επιμεριστική ιδιότητα της διαίρεσης |
| --- | --- |
| (36 - 24) : 6 = | (36 - 24) : 6 = |

**7. Σημειώνω με «Σ» τις σωστές και με «Λ» τις λανθασμένες προτάσεις. Σε περίπτωση που η πρόταση είναι λανθασμένη, δικαιολογώ την απάντηση μου.**

α) (……)Ο πολλαπλασιασμός είναι αντίθετη πράξη με τη διαίρεση.

……………………………………………………………………………………………………………

β) (……)Η αντιμεταθετική ιδιότητα ισχύει στη διαίρεση.

……………………………………………………………………………………………………………

γ) (……)Η προσεταιριστική ιδιότητα ισχύει στη διαίρεση.

……………………………………………………………………………………………………………

δ) (……)Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός φυσικού αριθμού με το 9 είναι 11

……………………………………………………………………………………………………………

ε) (……)Ισχύει ότι 10 : 0 = 10.

……………………………………………………………………………………………………………

στ) (……)Ισχύει ότι 0 : 10 = 0.

……………………………………………………………………………………………………………

ζ) (……)Σε μία διαίρεση φυσικών αριθμών το πηλίκο είναι πάντα μεγαλύτερο από το υπόλοιπο.

……………………………………………………………………………………………………………

η) (……)Ο διαιρετέος είναι πάντα μεγαλύτερος από τον διαιρέτη.

……………………………………………………………………………………………………………

θ) (……)Κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να διαιρεθεί με το μηδέν.

…………………………………………………………………………………………………………………………………

ι) (……)Η διαίρεση που αφήνει υπόλοιπο λέγεται τέλεια.

…………………………………………………………………………………………………………………………………

ια) (……)5 : 5 = 1

…………………………………………………………………………………………………………………………………

ιβ) (……)10 : 1 = 1

…………………………………………………………………………………………………………………………………

**8. Συμπλήρωσε τον πίνακα.**

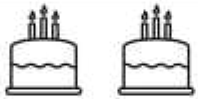
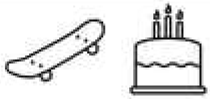
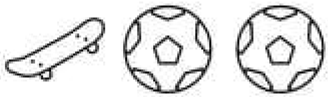
| Διαιρετέος | διαιρέτης | πηλίκο |
|---|---|---|
| 1,725 | 5 | |
| | 27 | 3,85 |
| 3.612 | 14 | |
| 243 | | 9,72 |

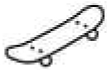
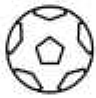
**9. Σε ποια από τις τρεις συσκευασίες το ένα μπουκάλι πορτοκαλάδας στοιχίζει λιγότερο;**


**10. Ένας οινοπαραγωγός έχει ένα βαρέλι που χωράει 1 τόνο κρασί. Από αυτά πούλησε 92,5 κιλά και το υπόλοιπο κρασί το έβαλε σε νταμιτζάνες των 16,5 κιλών. Πόσες νταμιτζάνες χρησιμοποίησε;**

**11. Ένα τετράγωνο περιφραγμένο οικόπεδο έχει περίμετρο 96μ. Εάν σε κάθε πλευρά έχουμε 15 πάσσαλους στήριξης σε ίσες αποστάσεις, πόσα μέτρα απέχει ο ένας από τον άλλο;**

**12. Υπολογίζω την τιμή του κάθε είδους.**

| Χρήματα που πλήρωσα | Προϊόντα που αγόρασα |
|---|---|
| 32€ |  |
| 78€ |  |
| 158€ |  |

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| ........................ | ........................ | ........................ |

**13. Οι αρχαίοι Έλληνες αποκαλούσαν «Χρυσό Ορθογώνιο» το ορθογώνιο που, όταν το μήκος του διαιρεθεί με το πλάτος του, δίνει πηλίκο περίπου ίσο με 1,6.Τον αριθμό αυτό συμβολίζουμε μέχρι σήμερα με το ελληνικό γράμμα «φ». Ποιο από τα παρακάτω ορθογώνια είναι «Χρυσό Ορθογώνιο»;**

| Ορθογώνιο | Μήκος | Πλάτος | Πηλίκο |
|---|---|---|---|
| Α | 5,8 | 1,8 | |
| Β | 4,8 | 3 | |
| Γ | 6,2 | 2,4 | |
| Δ | 4,4 | 3,8 | |

**14. Γράφω το αποτέλεσμα για κάθε διαίρεση.**

α. 580 : 10 = ................................

β. 1.245 : 100 = ............................

γ. 0,032 : 100 =..............................

δ. 278,69 : 1000 = ........................

ε. 0,13 : 10 = ................................

στ. 22 : 10.000 = .............................

ζ. 3,27 : 100 = ................................

η. 4.578 : 100.000 = .......................

θ. 815,7 : 10 = ................................

ι. 0,68 : 100 = ..................................

**15. Βρίσκω τα δυσκολότερα πηλίκα.**

α. 18,4 : 2,3

β. 14,4 : 3,2

γ. 38,7 : 4,5

δ. 658:0,08

ε. 130 : 3,25

στ. 0,075: 0,25

**16. Βρίσκω τα σούπερ δύσκολα πηλίκα.**

α. 2,419 : 32

β. 127,65 : 15

γ. 352,89 : 36

δ. 1973,188 : 7,6

ε. 42,29496 : 2,14

στ.0,75946 :1,3

**17. Γράφω το αποτέλεσμα για κάθε διαίρεση.**

α. 8,30 : 0,1 = ...........................

β. 24,5 : 0,01 = .........................

γ. 78 : 0,01 = ............................

δ. 2,877 : 0,0001 = ....................

ε. 13 : 0,1 = ..............................

στ. 0,22 : 0,001 =..........................

ζ. 0,002 : 0,1 =..............................

η. 0,05 :0,0001 =...........................

θ. 24 : 0,00001 =...........................

ι. 1,8 : 0,1 =..................................

**18. Για να αγοράσουμε στο σινεμά 2 ποπ-κορν και 3 αναψυκτικά χρειαζόμαστε 8,4 ευρώ. Στο διάλειμμα αγοράσαμε άλλα 2 ποπ-κορν και άλλα 2 αναψυκτικά και πληρώσαμε 7,2 ευρώ. Πόσο κοστίζει κάθε ποπ-κορν και κάθε αναψυκτικό;**

**19. Εάν «α» είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης 258 : 8 και «β» το υπόλοιπο της διαίρεσης 325 : 12, χωρίς να κάνω τις διαιρέσεις δικαιολογώ γιατί α + β < 20 .**

## Θέματα Μαθηματικών Διαγωνισμών

**1. Ποια από τις παρακάτω διαιρέσεις δίνει το μεγαλύτερο υπόλοιπο; Κυκλώνω τη σωστή απάντηση.**

| Α) | Β) | Γ) | Δ) | Ε) |
|---|---|---|---|---|
| 99.999 | 99.999 | 99.999 | 99.999 | 99.999 |
| 2 | 3 | 5 | 9 | 10 |

*Ενδεικτικά θέματα Πυθαγόρα*

**2. Να αντιστοιχίσεις τα ίσα αποτελέσματα των πράξεων:**

| | |
|---|---|
| $0,2 \cdot 0,4$ | $44:200$ |
| $0,64:8$ | $2-1,78$ |

*Μικρός Ευκλείδης, 2016*

# 8 Πράξεις με μεικτές αριθμητικές παραστάσεις

## Λίγα λόγια θεωρίας

**Αριθμητική παράσταση** ονομάζουμε μια σειρά αριθμών που συνδέονται μεταξύ τους με τα σύμβολα των πράξεων.

$25 + 5 + 10 \cdot 2 \qquad 4 \cdot 2{,}5 + 40 : 10$

Σε πολλές αριθμητικές παραστάσεις χρησιμοποιούμε παρενθέσεις γιατί δίχως αυτές οι πράξεις θα γίνουν με διαφορετική σειρά.

$(2 + 3) \cdot 2 – ( 2 + 3)$

*Ποια πράξη λοιπόν θα πρέπει να γίνει πρώτα;*

Για να λύσουμε αριθμητικές παραστάσεις ακολουθούμε την **προτεραιότητα των πράξεων:**

- Πρώτα υπολογίζουμε τις δυνάμεις (θα τις μάθουμε σε επόμενο μάθημα)
- Μετά λύνουμε τις παρενθέσεις
- Έπειτα κάνουμε τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις
- Τέλος κάνουμε τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις

Παρατηρούμε ότι ο **πολλαπλασιασμός** με τη **διαίρεση** έχουν το **ίδιο** βαθμό **προτεραιότητας**. Το ίδιο συμβαίνει και με την **πρόσθεση** και την **αφαίρεση**.

*Αν σε μια παράσταση έχω πολλές διαιρέσεις και πολλαπλασιασμούς ποια πράξη θα κάνω πρώτη;*

<u>Πάντα λύνουμε τις πράξεις με τη σειρά που τις συναντάμε από τα αριστερά προς τα δεξιά!</u> Αν λοιπόν μια διαίρεση είναι αριστερά από έναν πολλαπλασιασμό πρώτα θα κάνουμε τη διαίρεση.

**Ας λύσουμε μαζί μια αριθμητική παράσταση!**

$150 : (7 \cdot 9 - 4 \cdot 15) + 30 : 6 =$ Ξεκινάω από τις παρενθέσεις. Λύνω πρώτα τους πολλαπλασιασμούς ή διαιρέσεις με την σειρά που τα συναντούμε **από τα αριστερά προς τα δεξιά.** Γράφω τα υπόλοιπα όπως είναι.

$150 : (63 - 60) + 30 : 6 =$ Συνεχίζω με την παρένθεση και κάνω την αφαίρεση που υπάρχει. Αφού βρω το αποτέλεσμα, το γράφω χωρίς παρένθεση. Γράφω τα υπόλοιπα όπως είναι.

$150 : 3 + 30 : 6 =$ Κάνω τη διαίρεση που βρίσκεται αριστερά και έπειτα τη διαίρεση που βρίσκεται δεξιά. Γράφω τα υπόλοιπα όπως είναι.

$50 + 5 =$ Κάνω την πρόσθεση

55

**Προσέχω τα παρακάτω:**

Α) Τηρώ την προτεραιότητα των πράξεων.

1. Δυνάμεις
2. Παρενθέσεις
3. Διαιρέσεις - Πολλαπλασιασμοί
   Ξεκινώντας από τα αριστερά προς τα δεξιά
4. Προσθέσεις - Αφαιρέσεις
   Ξεκινώντας από τα αριστερά προς τα δεξιά

Β) Όταν έχω πράξεις με ίδια προτεραιότητα λύνω αυτήν που είναι αριστερά.

Γ) Κάνω μία - μία τις πράξεις κάθε φορά και αντιγράφω τα υπόλοιπα όπως είναι.

Δ) Προσπαθώ κάθε φορά να κάνω μικρά βήματα και όχι απευθείας πολλές πράξεις, για να μην μπερδευτώ.

## Ασκήσεις εμπέδωσης

1. **Λύνω τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις. Προσέχω τη σειρά με την οποία κάνω τις πράξεις.**

| | |
|---|---|
| Α. 35 – 6 + 13 – 27 + 8 = | Β. 59 – 35 – 18 + 11 – 2 = |
| Γ. 432 : 36 x 12 = | Δ. 13 x 15 – 2 + 13 = |
| Ε. 16 + 14 + 11 x 4 = | ΣΤ. 40 – 2 x 14 + 33 : 3 -3 = |
| Ζ. 100 : 20 x 4 -2 x 4 + 30-12 | Η. 10 + 4 x 20 – 5+8 +15 x 3 |

**2. Να βρείτε το λάθος αριστερά στις λυμένες παραστάσεις και να τις λύσετε σωστά δεξιά.**

| | |
|---|---|
| 13+4•25−7 = 17•25−7<br>= 425−7<br>= 418 | 13+4•25 −7= |
| 100+5•(25−13) = 105•12<br>= 1.260 | 100+5•(25−13) = |
| 6+16:4−3 = 6+16:1<br>= 22:1<br>= 22 | 6+16 :4−3 = |

**3. Υπολογίζω στο τετράδιό μου τις τιμές των αριθμητικών παραστάσεων.**

α) 32 : (3 + 5)    β) 45 – 7 x 3

γ) (8 + 12) : 4    δ) 36 : 9 – 4

**4. Υπολογίζω στο τετράδιό μου τις τιμές των αριθμητικών παραστάσεων.**

α) 13 x 3 + 63 - 49 : 7

β) 13 x (3 + 63) - 49 : 7

γ) 13 x 3 + (63 - 49)

**5. Βάζω παρενθέσεις, για να ισχύουν οι παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.**

α) 5 x 3 + 4 – 8 = 27    β) 6,5 + 5,5 : 100 = 0,12

γ) 56 : 5 + 3 x 3 = 21    δ) 7 x 8 + 12 – 7 + 9 : 4 = 136

**6. Σημειώνω με «Σ» τις σωστές και με «Λ» τις λανθασμένες προτάσεις. Σε περίπτωση που η πρόταση είναι λανθασμένη, δικαιολογώ γιατί τη θεώρησα λάθος.**

α) (......) Οι πράξεις που είναι στις παρενθέσεις έχουν προτεραιότητα.

..................................................................................................................

β) (......) Ισχύει ότι 12 + 4 x 3 = 48.

..................................................................................................................

γ) (......) Ισχύει ότι 25 – 8 : 2 + 5 x 3 = 36.

..................................................................................................................

δ) (……) Μια σειρά αριθμών που συνδέονται μεταξύ τους με τα σύμβολα των πράξεων λέγεται αριθμητική παράσταση.

……………………………………………………………………………………………………………

ε) (……) Στις αριθμητικές παραστάσεις, οι πράξεις γίνονται από τα αριστερά προς τα δεξιά με μια ορισμένη σειρά:

1. πρώτα προσθέσεις και αφαιρέσεις
2. μετά πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις

……………………………………………………………………………………………………………

**7. Η Σάντρα πήγε στο σούπερ μάρκετ και αγόρασε 0,750 κιλά τυρί φέτα με 7,40€ το κιλό, 5 κουτιά γάλα με 1,20€ το ένα, 4 πακέτα χαρτοπετσέτες με 0,80€ το ένα, 3 γιαούρτια με 1,30€ το ένα και 10 αυγά με 0,15€ το ένα. Έδωσε ένα χαρτονόμισμα των 50€. Πόσα ρέστα θα πάρει; Λύνω χρησιμοποιώντας μια αριθμητική παράσταση.**

**8. Ο Κωνσταντίνος αγόρασε από το ψιλικατζίδικο της γειτονιάς 350 γραμμάρια καραμέλες βουτύρου προς 3,8 ευρώ το κιλό, 0,55 κιλά γλειφιτζούρια προς 475 λεπτά το κιλό και 4 σοκολάτες προς 3,5 Ευρώ η μία. Για να πληρώσει έδωσε 2 χαρτονομίσματα των 5 ευρώ και 1 των 10. Πόσα ρέστα πήρε;**

**9. Υπολογίζω στο τετράδιό μου τις τιμές των παραστάσεων:**

α) Κ = (α – β : γ) x (δ - ε)

β) Λ = (α x γ - β) x (δ + ε),

όταν α = 10, β = 6, γ = 2, δ = 8 και ε = 3

**10. Υπολογίζω στο τετράδιό μου τις τιμές των αριθμητικών παραστάσεων.**

α) 51 x 2 – 3 x 2 + 4 – 3 x 5

β) 45,08 x 13 + 45,08 x 65 + 45,08 x 22

γ) 32,64 x 15 + 32,64 x 25 x 32,64 x 60

δ) 24 : 2 – 8 : 4 + 6 x 3

ε) 230 + 55 : 5 – 4 x 12

στ) 30 – 6 : 3 + 10 : 5 – 3 x 6

**11. Τοποθετώ παρενθέσεις, όπου χρειάζονται, ώστε να είναι σωστές οι παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις.**

α) 250 + 25 : 5 = 55

β) 270 – 70 : 5 = 256

γ) 60 x12 + 3 = 723

δ) 150 : 5 + 20 x 3 = 90

ε) 250 + 25 : 5 = 255

στ) 270 – 70 : 5 = 256

ζ) 60 x 12 + 3 = 723

η) 150 : 5 + 20 x 3 = 18

**12. Υπολογίζω στο τετράδιό μου τις τιμές των αριθμητικών παραστάσεων.**

α) 2,4 x 100 - (87,6 - 87,2) : 0,1

β) 2 x 8 - (25 - 17) : 4 +3 x (6 + 9)

γ) 2,1 x (23 + 12) - (15 -7) : 4

δ) 18 x 32 -(72 - 48) x (54 - 46) + 4 x (2 +4)

ε) 4,8 x 0,5 + (3,56 + 6,44) : 0,1 - (3,4 - 2,5) x7

**13. Υπολογίζω στο τετράδιό μου τις τιμές των αριθμητικών παραστάσεων.**

α) 183 : (7 x 9 - 4 x 15) + 48 : 12 x ( 39 - 2 x 15 - 28 :7)

β) 1,45 x 2 + 32 x (73: 10 - 0,23 x 10) - (100 x 0,04 - 10 x 0,25)

γ) (196 : 4 - 3 x 16) : (15 x 24 - 700 :2) + (35 x 6 - 175 - 68: 2)

δ) (179 + 3 x 7) x (1.024:32 - 5 x 6) + 4 x (19 x 6 : 3 - 3)

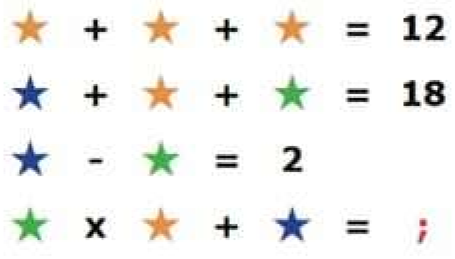
**14. Ποιο είναι το αποτέλεσμα της παρακάτω αφαίρεσης:**

$$(999+127+259+361+598+678)-(598+259+360+999+678+127)$$

Α. 10 Β. 20 Γ. 1 Δ. 30 Ε. 40

# Θέματα Μαθηματικών Διαγωνισμών

1. **Κάθε αστεράκι αντιστοιχεί σε ένα αριθμό. Τα αστεράκια του ιδίου χρώματος αντιστοιχούν στον ίδιο αριθμό.**




**Α) 12**

**Β) 14**

**Γ) 28**

**Δ) 32**

**Ε) 40**

# 9 Σύνθετα προβλήματα των 4 πράξεων

## ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΕΙΝΑΙ ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ

*έχει όμως κάποια ωραία προβλήματα!*

### Ασκήσεις εμπέδωσης

1. **Το άθροισμα των ηλικιών του Κώστα και της μητέρας του είναι 36. Η ηλικία της μητέρας του Κώστα είναι πενταπλάσια της ηλικίας του Κώστα. Πόσων χρόνων είναι ο Κώστας;**

2. **Σε μια διαδρομή με λεωφορείο, μια μητέρα και το παιδί της πλήρωσαν 16,5 €. Αν το εισιτήριο του παιδιού ήταν "μισό", το εισιτήριο της μητέρας κόστιζε σε ΕΥΡΩ:**

   α. 11   β. 10   γ. 9   δ. 8

3. **Να μοιρασθεί ποσό 1.200 € σε τρία πρόσωπα ως εξής:**

   α. Ο Α να πάρει διπλάσια από τον Β

   β. Ο Γ να πάρει 200 € περισσότερα από τον Β.

4. **Ο Πέτρος έχει 2 € περισσότερα από όσα έχει η Νίκη. Η Νίκη έχει 50 λεπτά περισσότερα από το Γιώργο. Όλοι μαζί έχουν 6,60 €. Πόσα έχει ο Γιώργος;**

5. **Ένας ενήλικας αναπνέει 180 περίπου φορές κάθε 15 λεπτά. Ένα βρέφος αναπνέει 300 περίπου φορές σε 15 λεπτά. Πόσες περισσότερες φορές αναπνέει ένα βρέφος από έναν ενήλικα σε 1 ώρα;**

6. **Ο Πέτρος έβαλε στο μυαλό του έναν αριθμό, τον πολλαπλασίασε με 3, το γινόμενο που βρήκε το διπλασίασε, από το νέο γινόμενο αφαίρεσε 50, τη διαφορά τη διαίρεσε με 5 και στο πηλίκο πρόσθεσε 10. Έτσι βρήκε τελικό αποτέλεσμα 30. Ποιον αριθμό είχε βάλει στο μυαλό του ο Πέτρος;**

**7. Ο Πέτρος παίζει μπίλιες με τους φίλους του. Το πρωί κέρδισε 14 μπίλιες και το βράδυ έχασε 31 μπίλιες, οπότε του έμειναν 23. Πόσες μπίλιες είχε από την αρχή;**

**8. Ένας ράφτης αγόρασε 33,75 μέτρα ύφασμα για να ράψει κοστούμια. Για κάθε κοστούμι χρειάζεται 2,25 μέτρα. Πόσο πρέπει να πουλήσει το κάθε κοστούμι για να πάρει συνολικά 900€.**

**9. Ένα φορτηγό με καρπούζια ζυγίζει 2,58 τόνους άδειο. Ο ιδιοκτήτης το φόρτωσε με τελάρα καθένα από τα οποία χωράει 4 καρπούζια των 14 κιλών το ένα. Τώρα το φορτηγό ζυγίζει 6,78 τόνους. Πόσα τελάρα φόρτωσε στο φορτηγάκι**

**10. Δύο οικοδόμοι, μάστορας και βοηθός, εργάζονται τις ίδιες ημέρες και παίρνουν μαζί 95 € την ημέρα. Ο μάστορας πήρε 330 € και ο βοηθός 240 €. Πόσες ημέρες εργάστηκαν και ποια είναι η ημερήσια αμοιβή για κάθε έναν από αυτούς;**

**11. Μια γεμάτη κανάτα με νερό ζυγίζει 1340 γραμμάρια. Η ίδια κανάτα, αλλά με το μισό νερό, ζυγίζει 720 γραμμάρια. Πόσο ζυγίζει η κανάτα όταν είναι άδεια;**

**Α.** 360 **Β.** 670 **Γ.** 100

**Δ.** 200 **Ε.** Κανένα από τα προηγούμενα

**12. Ένας έμπορος αγόρασε 720 κιλά κρασί προς 2 € το κιλό.**

**Πρόσθεσε νερό, το πούλησε προς 2,5 € το κιλό και έβγαλε κέρδος 500 €. Το νερό που πρόσθεσε ήταν σε κιλά:**

**Α.** 88 **Β.** 56

**Γ.** 60 **Δ.** 65

**13. Ένα σκουλήκι έπεσε σ' ένα πηγάδι βάθους 30 μέτρων. Στην προσπάθειά του να βγει ακολούθησε την εξής πορεία: Κατά τη διάρκεια της ημέρας σκαρφάλωνε 3 μέτρα, ενώ κατά τη διάρκεια της νύχτας, που ακολουθούσε, γλιστρούσε κατά 2 μέτρα. Σε πόσες ημέρες συνολικά το σκουλήκι βγήκε από το πηγάδι;**

14. **Ο Πέτρος θέλει να αγοράσει ένα καινούριο σύστημα για τα βιντεοπαιχνίδια του το οποίο αποτελείται από τα παρακάτω:**

    **Play station 3 -> 350 euro**

    **Τηλεόραση 32 ιντσών -> 400 euro**

    **Ηχεία home cinema -> 250 ευρώ**

    **Τιμονιέρα -> 90 ευρώ**

    **Το πρόβλημα όμως είναι ότι διαθέτει μόνο 500 ευρώ. Έτσι ο πωλητής του προτείνει να δώσει τα 500 ευρώ και το υπόλοιπο ποσό να το εξοφλήσει σε 4 δόσεις των 151,3 ευρώ. Βρίσκω εάν σε κάθε δόση θα υπάρχουν τόκοι και εάν ναι σε τι ποσό ανέρχονται.**

15. **Σε μια πολυκατοικία ο διαχειριστής έβαλε 3000 λίτρα πετρέλαιο προς 0,56 ευρώ το λίτρο. Στην πολυκατοικία υπάρχουν 8 μικρά και 4 μεγάλα διαμερίσματα. Τα μεγάλα διαμερίσματα πληρώνουν διπλάσιο ποσό κοινοχρήστων από τα μικρά. Υπολογίζω το ποσό που θα πληρώσει καθένα από τα διαμερίσματα.**

## <u>Για σκληρά καρύδια</u>

16. **Ένα ΤΕΣΤ περιέχει 16 ερωτήσεις σύντομης απάντησης. Κάθε μαθητής πρέπει να απαντήσει σε όλες τις ερωτήσεις. Για κάθε σωστή απάντηση παίρνει 5 μονάδες, ενώ για κάθε λανθασμένη χάνει 3 μονάδες. Να βρείτε πόσες σωστές και πόσες λανθασμένες απαντήσεις έδωσε ο μαθητής, αν η βαθμολογία του είναι:**

    α. 48 μονάδες　　　　β. 0 μονάδες

17. **Αν οι μαθητές ενός σχολείου παραταχθούν κατά τετράδες, θα σχηματισθούν 50 σειρές περισσότερες απ' ότι θα σχηματισθούν αν παραταχθούν κατά εξάδες. Πόσοι ήταν οι μαθητές;**

## Θέματα Μαθηματικών Διαγωνισμών

1. **Ο Ανδρέας αγόρασε δύο ίδια μολύβια κι ένα τετράδιο κι έδωσε 2,5€. Ο αδελφός του αγόρασε ένα μολύβι και δύο τετράδια ίδια με του Ανδρέα κι έδωσε 3,80€. Πόσο κοστίζει το ένα τετράδιο και πόσο το ένα μολύβι;**

*Μικρός Ευκλείδης, 2022*

2. **Ο κύριος Αντρέας αγόρασε για το κυλικείο του σχολείου ίδιο αριθμό μικρές και μεγάλες μπάρες δημητριακών και έδωσε συνολικά 105 ευρώ. Αν οι μικρές μπάρες κόστισαν 0,9 ευρώ η μία και οι μεγάλες 1,2 ευρώ η μία, πόσες μπάρες πήρε από κάθε είδος;**

**α) 30 β) 40 γ) 50 δ) 60 ε) κανένα από τα προηγούμενα**

*Μικρός Ευκλείδης, 2022*

3. **Σε μια βιβλιοθήκη υπάρχουν συνολικά 650 βιβλία. Τα 28 βιβλία είναι λεξικά. Υπάρχουν τριπλάσια βιβλία ιστορίας από τα λεξικά. Τα μυθιστορήματα αντιπροσωπεύουν το μισό του συνολικού αριθμού των βιβλίων. Τα υπόλοιπα βιβλία είναι ταξιδιωτικά. Πόσα είναι τα ταξιδιωτικά βιβλία;**

*Μικρός Ευκλείδης, 2022*

4. **Αν ο Νίκος είχε 20 ευρώ περισσότερα στο πορτοφόλι του, θα μπορούσε να αγοράσει μία φόρμα που κοστίζει 37,30 ευρώ, ένα μπουφάν που κοστίζει 44,70 ευρώ και θα του περίσσευαν και 3 ευρώ για να πάρει ένα παγωτό. Πόσα χρήματα είχε ο Νίκος;**

*Μικρός Ευκλείδης, 2021*

5. **Ο Γιάννης και η Μαρία, που είναι δίδυμα, αγόρασαν δυο ίδιες μπλούζες και δύο ίδια παντελόνια και πλήρωσαν 138€. Αν το παντελόνι έχει διπλάσια τιμή από αυτή της μπλούζας, πόσα ευρώ αγόρασαν κάθε παντελόνι και πόσα κάθε μπλούζα;**

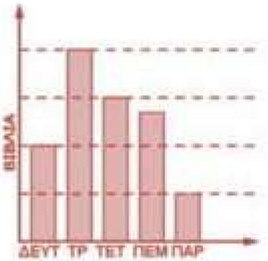
*Μικρός Ευκλείδης, 2017*

6. **Η Ειρήνη είναι φέτος 18 χρονών και η Όλγα έχει τη μισή της ηλικία. Πόσο θα είναι το άθροισμα των ηλικιών τους μετά από δύο χρόνια;**

*Μικρός Ευκλείδης, 2016*

**7. Στο διπλανό ραβδόγραμμα φαίνεται ο αριθμός των βιβλίων που πούλησε ένας βιβλιοπώλης τις πέντε πρώτες ημέρες της εβδομάδας. Ο πιο μεγάλος αριθμός βιβλίων που πούλησε σε μία ημέρα ήταν 24 βιβλία. Πόσα βιβλία πούλησε την Πέμπτη;**

**Α) 12 Β) 14 Γ) 16 Δ) 18 Ε) 8**




*Ενδεικτικά Θέματα Πυθαγόρα*

**8. Η Γεωργία, η Μαρία και η Ιωάννα έχουν μαζί 27 μαρκαδόρους. Η Μαρία έχει έναν λιγότερο μαρκαδόρο από τη Γεωργία και έναν περισσότερο από την Ιωάννα. Πόσους μαρκαδόρους έχει η Ιωάννα;**

**Α) 8**
**Β) 9**
**Γ) 10**
**Δ) 11**
**Ε) κανένα από τα προηγούμενα**

*Ενδεικτικά Θέματα Πυθαγόρα*

# 11 Στρογγυλοποίηση φυσικών και δεκαδικών αριθμών

## Δραστηριότητα 1

Ο Μάνος θέλει να αγοράσει καινούριο σταθερό υπολογιστή. Πηγαίνει στο κατάστημα και επιλέγει τις συσκευές που φαίνονται στον πίνακα. Στο πορτοφόλι του έχει 885 ευρώ και θέλει κάνοντας έναν γρήγορο υπολογισμό με το νου να δει εάν του φτάνουν. Πώς μπορεί να υπολογίσει γρήγορα πόσο περίπου κοστίζουν οι συσκευές που επέλεξε;


| | | |
|---|---|---|
| Κεντρική μοναδα | κοστίζει περίπου | ………… |
| Οθόνη | κοστίζει περίπου | ………… |
| Πληκτρολόγιο | κοστίζει περίπου | ………… |
| Σετ Ηχεία | κοστίζει περίπου | ………… |
| Ποντίκι | κοστίζει περίπου | ………… |
| | **Συνολικό ποσό :** | ………… |

**Βοηθητικές πράξεις**

- Με βάση τον γρήγορο υπολογισμό, του φτάνουν τα χρήματα που έχει; ………………………………
- Πόσα ρέστα **περίπου** θα πάρει όταν θα πληρώσει; ……………………………………………………………
- Ο Μάνος φτάνει στο ταμείο και πληρώνει τις συσκευές που αγόρασε δίνοντας 885 ευρώ. Πόσα ρέστα **ακριβώς** θα πάρει από τον ταμεία;

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………

- Κόστος συσκευών με βάση τον γρήγορο υπολογισμό: ......................................................................
- Πραγματικό κόστος συσκευών με ακριβή υπολογισμό: ......................................................................
- Διαφορά των δυο ποσών (σφάλμα) : ......................................................................
- Σε ποιο ψηφίο στρογγυλοποιήσαμε τους αριθμούς; ......................................................................
- Όταν στρογγυλοποιήσαμε τους αριθμούς και κάναμε την πρόσθεση, το αποτέλεσμα που βρήκαμε ήταν ελεφρώς διαφορετικό από το "πραγματικό" αποτέλεσμα της πρόσθεσης. Αυτή η διαφορά ονομάζεται ......................................................................

## Δραστηριότητα 2

Ο Κώστας αγοράζει ζαχαρωτά από το ψιλικατζίδικο της γειτονιάς και έχει στην τσέπη του 2,5 ευρώ. Έχει διαλέξει τα ζαχαρωτά που φαίνονται στον πίνακα. Μπορεί με έναν γρήγορο υπολογισμό να δει εάν του φτάνουν τα χρήματα;


| | | |
|---|---|---|
| γλειφιτζούρι | κοστίζει περίπου | ............ |
| καραμέλες | κοστίζουν περίπου | ............ |
| τσίχλες | κοστίζουν περίπου | ............ |
| σοκολάτα | κοστίζει περίπου | ............ |
| | **Συνολικό ποσό:** | ............ |

Βοηθητικές πράξεις

- Με βάση τον γρήγορο υπολογισμό, τού φτάνουν τα χρήματα που έχει; ...........................
- Πόσο κοστίζουν **ακριβώς** τα ζαχαρωτά που θέλει να αγοράσει; .......................
- Πόσα χρήματα λείπουν στον Κώστα; .....................

Βοηθητικές πράξεις

Βοηθητικές πράξεις

- Σε ποιο ψηφίο στρογγυλοποιήσαμε τους αριθμούς; ..............................................................
- Πόσο ήταν το σφάλμα στον υπολογισμό μας; ..........................................................................

*Βοηθητικές πράξεις*

- Ποιο γλυκό θα μπορούσε να αφήσει ο Κώστας για να του φτάσουν τα χρήματα που έχει; ..........................................................................................................................................

## Λίγα λόγια θεωρίας

**Τι είναι η στρογγυλοποίηση;**

Πολλές φορές στη θέση ενός αριθμού χρησιμοποιούμε κάποιον άλλο που είναι λίγο μικρότερος ή μεγαλύτερος από τον αρχικό, αλλά πιο «στρογγυλός». Αυτό το κάνουμε για πρακτικούς λόγους όπως για να κάνουμε πιο εύκολα κάποιες πράξεις.

π.χ. 198 + 51 = 200 + 50 = 250 το αποτέλεσμα της πρόσθεσης είναι **περίπου** 250

Για παράδειγμα, εάν ένα σακουλάκι πατατάκια κοστίζει 1,95 ευρώ μπορούμε να πούμε ότι κοστίζει περίπου **2 ευρώ.**

Για να στρογγυλοποιήσω έναν αριθμό πρέπει πρώτα να αποφασίσω σε ποιο ψηφίο θα κάνω τη στρογγυλοποίηση. Έτσι η στρογγυλοποίηση μπορεί να γίνει στις μονάδες, στις δεκάδες, στις εκατοντάδες, στα δέκατα, στα εκατοστά, στα χιλιοστά κτλ.

**Προσοχή !!!** Πρέπει πάντα να αναφέρουμε την τάξη μεγέθους (δηλαδή το ψηφίο) στην οποία γίνεται η στρογγυλοποίηση. Για παράδειγμα, λέμε ότι κάνουμε « στρογγυλοποίηση στις **<u>δεκάδες</u>»** .

**Για να στρογγυλοποιήσουμε έναν αριθμό, φυσικό ή δεκαδικό, ακολουθούμε τα βήματα που φαίνονται στο διάγραμμα που ακολουθεί.**

## Ασκήσεις εμπέδωσης

**1. Γράφω ξανά τους δεκαδικούς αριθμούς στρογγυλοποιώντας στο υπογραμμισμένο ψηφίο.**

**α)** $10{,}6\underline{7}4$ **β)** $5{,}\underline{9}1$ **γ)** $0{,}28\underline{0}2$ **δ)** $7{,}\underline{3}42$ **ε)** $7{,}39\underline{2}6$ **στ)** $3{,}01\underline{9}6$

.................. .................. .................. .................. .................. ..................

**2. Στρογγυλοποιώ τους παρακάτω αριθμούς:**

- Στις δεκάδες

**2.347.182** **5.486.149** **2.327.151**

........................ ........................ ........................

- Στις εκατοντάδες

**3.548.791** **8.354.342** **1.373.842**

........................ ........................ ........................

- Στις χιλιάδες

**9.382.148** **1.476.596** **4.564.678**

........................ ........................ ........................

- Στις δεκάδες χιλιάδες

**9.165.342** **8.962.563** **2.546.897**

........................ ........................ ........................

- Στις εκατοντάδες χιλιάδες

**2.176.847** **3.639.758** **4.567.898**

........................ ........................ ........................

**3. Στρογγυλοποιώ τους παρακάτω αριθμούς.**

| Δεκαδικοί αριθμοί | Στρογγυλοποίηση στο ψηφίο των: | | | |
|---|---|---|---|---|
| | δεκάδων | μονάδων | δέκατων | εκατοστών |
| **236,174** | | | | |
| **350,124** | | | | |
| **205,509** | | | | |
| **327,835** | | | | |
| **106,549** | | | | |
| **259,261** | | | | |

**4. Γράφω όλους τους αριθμούς, οι οποίοι μετά από τη στρογγυλοποίησή τους, δίνουν τον αριθμό:**

- 670

  ............................................................................................................................................

- 2,60

  ............................................................................................................................................

- 0,75

  ............................................................................................................................................

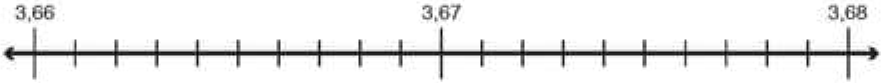
**5. Επιλέγω τον αριθμό από τον οποίο είναι πιθανό να προέκυψε το στρογγυλοποιημένο νούμερο αριστερά.**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 65 | α) 65,6 | β) 65,5 | γ) 64,6 | δ) 64,299 |
| 101,9 | α) 101,011 | β) 101,899 | γ) 101,108 | δ) 101,75 |
| 96,7 | α) 95,9 | β) 96,67 | γ) 96,64 | δ) 96,77 |

**6. Κυκλώνω το ψηφίο του αριθμού στο οποίο έγινε η στρογγυλοποίηση, ώστε να προκύψει ο αριθμός δεξιά.**

5,370 → 5　　0,129 → 0,13　　7,562 → 7,6　　56,738 → 56,740　　100,923 → 101

**7. Να τοποθετήσεις τον δεκαδικό αριθμό 3,669 στην παρακάτω αριθμογραμμή και να τον στρογγυλοποιήσεις στα εκατοστά με τη βοήθεια της αριθμογραμμής.**



# 12 Διαιρέτες ενός αριθμού - Μ.Κ.Δ. αριθμών

## Λίγα λόγια θεωρίας

**Πολλαπλάσια ενός αριθμού:**

Όταν πολλαπλασιάσω έναν αριθμό, **για παράδειγμα το 4,** με έναν άλλο ακέραιο αριθμό, **για παράδειγμα το 3** , τότε ο αριθμός που προκύπτει, το **12**, ονομάζεται **πολλαπλάσιο του 4.**

**4 x 3 = 12** — Το 12 είναι πολλαπλάσιο του 4, γιατί προέκυψε όταν πολλαπλασίασα το 4 με έναν άλλο ακέραιο (τον αριθμό 3).

**Διαιρέτες ενός αριθμού:**

Στο προηγούμενο παράδειγμα είδαμε ότι το 12 είναι πολλαπλάσιο των 3 και 4 αφού 4x3=12.

Αυτό σημαίνει επίσης ότι το

- το 4 χωράει 3 φορές μέσα στο 12 => 12 : 4 = 3
- το 3 χωράει 4 φορές μέσα στο 12 => 12 : 3 = 4

Με άλλα λόγια **το 12 διαιρείται ακριβώς και με το 3 και με το 4**.

**Λέμε έτσι ότι οι αριθμοί 3 και 4 είναι διαιρέτες του 12**

- **Διαιρέτες ενός αριθμού:** όλοι οι αριθμοί που τον διαιρούν **ακριβώς.**
- **Μέγιστος κοινός διαιρέτης:** ο **μεγαλύτερος** από τους **κοινούς** διαιρέτες που έχουν κάποιοι αριθμοί.
- **Πρώτοι αριθμοί:** ονομάζονται οι αριθμοί που διαιρούνται μόνο με τον εαυτό τους και τη μονάδα**,** π.χ. 2, 3, 5, 7, κτλ.
- **Σύνθετοι αριθμοί :** ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν τουλάχιστον τρεις διαιρέτες.
- Όλοι οι αριθμοί έχου **τουλάχιστον δύο διαιρέτες, τον εαυτό τους και τη μονάδα.**

## Τρόποι εύρεσης Μ.Κ.Δ.

Ας πάρουμε για παραδειγμα τους αριθμούς 12, 18, 24 και 32.

### 1ος τρόπος

**$Δ_{12}$** = **1** , **2** , 3 , 4 , 6 , 12

**$Δ_{18}$** = **1** , **2** , 3 , 6 , 9 , 18

**$Δ_{24}$** = **1** , **2** , 3 , 4 , 6 , 8 , 12 , 24

**$Δ_{32}$** = **1**, **2**, 4, 8, 16, 32

Οι αριθμοί **1, 2** είναι κοινοί διαιρέτες του 12, 18, 24 και 32.
Ο μεγαλύτερος από αυτούς, δηλαδή το **2**, ονομάζεται **Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης**
Έτσι λέμε ότι **Μ.Κ.Δ. (12, 18, 24, 32) = 2**

### 2ος τρόπος

**Βημα 1°**

Γράφουμε τους αριθμούς οριζόντια.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 18 | 24 | 32 |

**Βημα 2°**

Ξαναγράφουμε τον μικρότερο κάτω από τον εαυτό του.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **12** | 18 | 24 | 32 |
| **12** | | | |

**Βημα 3°**

Διαιρούμε τους άλλους με τον αριθμό αυτό και γράφουμε το **υπόλοιπο** της διαίρεσης κάτω από τον κάθε αριθμό.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **12** | 18 | 24 | 32 |
| **12** | 6 | 0 | 8 |

**Βημα 4ο**

Ξαναγράφουμε τον μικρότερο αριθμό κάτω από τον εαυτό του.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 18 | 24 | 32 |
| 12 | <u>**6**</u> | 0 | 8 |
| | <u>**6**</u> | | |

**Βημα 5ο**

Διαιρούμε ξανά τους υπόλοιπους αριθμούς με αυτόν γράφοντας τα υπόλοιπα των διαιρέσεων από κάτω.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 18 | 24 | 32 |
| 12 | <u>**6**</u> | 0 | 8 |
| 0 | <u>**6**</u> | 0 | 2 |

**Βημα 6ο**

Συνεχίζουμε μέχρι να μείνει μόνο ένας αριθμός στην τελευταία γραμμή (όλοι οι άλλοι αριθμοί να είναι μηδέν), ο οποίος είναι ο **Μ.Κ.Δ.** Στην περίπτωσή μας είναι το 2.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 18 | 24 | 32 |
| 12 | 6 | 0 | 8 |
| 0 | 6 | 0 | <u>**2**</u> |
| 0 | 0 | 0 | <u>**2**</u> |

**Μ.Κ.Δ. (12,18,24,32) = 2**

## Ασκήσεις εμπέδωσης

**1. Σημειώνω ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι πρώτοι και ποιοι σύνθετοι.**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 7 | 9 | 13 | 15 | 19 | 20 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 21 | 24 | 25 | 27 | 29 | 30 | 31 | 33 |

Πρώτοι αριθμοί:

.......................................................................................................................................

Σύνθετοι αριθμοί:

.......................................................................................................................................

**2. Βρίσκω τους διαιρέτες των αριθμών 36 και 90. Σημειώνω τους κοινούς διαιρέτες και μετά από αυτούς τον μεγαλύτερο.**

➡ $\Delta_{36}$= ..........................................................................................................................

➡ $\Delta_{60}$= ..........................................................................................................................

Κοινοί διαιρέτες: ..........................................................................................................

Μ.Κ.Δ. (36 , 60)=..........................................................................................................

**3. Βρίσκω τον Μ.Κ.Δ. των παρακάτω αριθμών χρησιμοποιώντας και τους δύο τρόπους (η άσκηση να γίνει στο τετράδιο) :**

α) 24 , 40 β) 30 , 45 , 75

γ) 12 , 18 ,36 δ) 32 , 48 , 64

**4. Σημειώνω με Σ τις σωστές και Λ τις λανθασμένες προτάσεις. Σε περίπτωση που η πρόταση είναι λανθασμένη, δικαιολογώ γιατί τη θεώρησα λάθος.**

α) (......) Οι πράξεις που είναι στις παρενθέσεις έχουν προτεραιότητα.

.......................................................................................................................................

β) (......) Κάθε φυσικός αριθμός έχει διαιρέτες το 1 και τον εαυτό του.

.......................................................................................................................................

γ) (……) Οι φυσικοί αριθμοί που έχουν παραπάνω από δύο διαιρέτες ονομάζονται σύνθετοι.

……………………………………………………………………………………………………………………

δ) (……) Οι διαιρέτες του 8 είναι οι αριθμοί 1, 2, 4, 8.

……………………………………………………………………………………………………………………

ε) (……) Ο αριθμός 3 είναι πρώτος αριθμός.

……………………………………………………………………………………………………………………

στ) (……) Ο αριθμός 6 είναι πρώτος αριθμός.

……………………………………………………………………………………………………………………

ζ) (……) Μέγιστος κοινός διαιρέτης των αριθμών είναι ο μικρότερος από τους κοινούς διαιρέτες των αριθμών.

……………………………………………………………………………………………………………………

**5. Ένα ζαχαροπλαστείο πρόσφερε για την εκδρομή του Club των Μαθηματικών 126 αλμυρά και 84 γλυκά κρακεράκια. Κάθε παιδί θα πάρει τον ίδιο αριθμό αλμυρών και γλυκών με τα άλλα παιδιά.**

**α. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός παιδιών που μπορεί να αποτελεί το Club των Μαθηματικών;**

**β. Πόσα αλμυρά κρακεράκια θα πάρει το κάθε παιδί;**

**γ. Πόσα γλυκά κρακεράκια θα πάρει το κάθε παιδί;**

**6. Τα 60 παιδιά της Ε΄ δημοτικού και τα 36 της Στ΄ θα χωριστούν σε ομάδες, για να αναλάβουν δράσεις καθαριότητας. Θέλουν να δημιουργήσουν όσο το δυνατό περισσότερες ομάδες. Κάθε ομάδα θα έχει τον ίδιο αριθμό παιδιών της Ε΄ και της Στ΄ τάξης.**

**α. Σε πόσες ομάδες μπορούν να χωριστούν τα παιδιά, αν όλα τα παιδιά μπουν σε κάποια ομάδα;**

**β. Πόσα παιδιά από κάθε τάξη θα βρίσκονται σε κάθε ομάδα;**

**7. Έχουμε 60 τετράδια, 30 βιβλία και 90 μολύβια. Πόσα το πολύ δέματα μπορούμε να φτιάξουμε με αυτά και πόσα τετράδια, βιβλία και μολύβια θα περιέχει το κάθε δέμα;**

**8. Ένας ανθοπώλης έχει 96 τριαντάφυλλα, 60 γαρίφαλα και 48 κρίνα και θέλει να φτιάξει με αυτά ομοιόμορφες ανθοδέσμες. Πόσες το πολύ ομοιόμορφες ανθοδέσμες μπορεί να φτιάξει και πόσα λουλούδια από κάθε είδος θα έχει η κάθε μία;**

**9. Έχουμε 150 μολύβια, 240 γόμες και 180 τετράδια, τα οποία θα συσκευάσουμε και θα τα στείλουμε σε παιδιά στην Αφρική. Πόσα είναι τα δέματα που θα φτιάξουμε, έτσι ώστε να πάρουν όσο γίνεται περισσότερα παιδιά ;**

**10. Ένας βοσκός μετράει τα πρόβατά του σε οκτάδες, δεκάδες και δωδεκάδες και του περισσεύουν πάντοτε 5. Αν ξέρετε ότι αυτά είναι από 113 μέχρι 137, πόσα πρόβατα έχει;**

# 13 Κριτήρια Διαιρετότητας

## Λίγα λόγια θεωρίας

Πολλές φορές χρειάζεται να ξέρουμε απλώς εάν ένας αριθμός διαιρείται με κάποιον άλλο, χωρίς όμως να μας ενδιαφέρει να βρούμε το αποτέλεσμα της διαίρεσης. Ας δούμε μια τέτοια περίπτωση μέσα από το ακόλουθο πρόβλημα:

### Πρόβλημα

«Ο ιδιοκτήτης μιας μονάδας παραγωγής αβγών αγαπάει πολύ τα μαθηματικά και βάζει συχνά προβλήματα στους εργάτες του με χρηματικά έπαθλα. Σήμερα επισκέφτηκε το τμήμα συσκευασίας και έβαλε το εξής πρόβλημα με έπαθλο 200 ευρώ σε όποιον το λύσει πρώτος: Η εβδομαδιαία παραγωγή είναι 10.257 αβγά. Για να τα συσκευάσουμε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε είτε θήκες των 2 αβγών είτε θήκες των 3 αβγών είτε θήκες των 5 αβγών. Για τη συσκευασία μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε όσες θήκες θέλουμε αρκεί να είναι όλες από το ίδιο είδος και πρέπει στο τέλος όλες οι θήκες να είναι τέλεια γεμισμένες (δηλαδή να μην υπάρχει άδεια θέση αβγού). Ποιο είδος θήκης πρέπει να επιλέξουμε;

**<u>Λύση 1η</u>**

Ο Γιώργος για να λύσει το πρόβλημα έψαξε να βρει εάν τα αβγά αυτά μπορούν να χωριστούν τέλεια σε 2άδες σε 3άδες ή σε 5άδες. Έτσι ξεκίνησε να κάνει τις διαιρέσεις 10.257 : 2 , 10.257 : 3 και 10.257 : 5 . Δυστυχώς όμως του πήρε πολύ ώρα να τελειώσει…

$$\begin{array}{r|l} 10.257 & 2 \\ \hline -10 & 5\ldots \\ 02 & \\ \vdots & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 10.257 & 3 \\ \hline -\ 9 & 3\ldots \\ 12 & \\ \vdots & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 10.257 & 5 \\ \hline -10 & 2\ldots \\ 02 & \\ \vdots & \end{array}$$

**<u>Λύση 2η</u>**

Ο Μάνος θέλησε να διαπιστώσει το ίδιο πράγμα με τον Γιώργο, αλλά δεν έκανε διαιρέσεις. Χρησιμοποίησε τα **<u>κριτήρια διαιρετότητας.</u>** Τα κριτήρια διαιρετότητας είναι απλοί κανόνες που μας λένε εάν ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με έναν άλλο (δηλαδή η διαίρεση να αφήνει υπόλοιπο 0), χωρίς να χρειάζεται να κάνουμε την πράξη. Συγκεκριμένα χρησιμοποίησε τα ακόλουθα κριτήρια

| | |
|---|---|
| **Κριτήριο του 2** | Με το 2 διαιρούνται οι αριθμοί που τελειώνουν σε 0 ή 2 ή 4 ή 6 ή 8. |
| **Κριτήριο του 3** | Με το 3 διαιρούνται οι αριθμοί που το άθροισμα των ψηφίων τους διαιρείται με το 3.<br><br>π.χ. 12.306 => 1 + 2 + 3 + 0 + 6 = 12 => 12 : 3 = 4<br><br>Άρα ολόκληρος ο αριθμός 12.306 διαιρείται με το 3. |
| **Κριτήριο του 5** | Με το 5 διαιρούνται οι αριθμοί που τελειώνουν σε 0 ή 5. |

Έτσι, με αυτό τον τρόπο, ο Μάνος βρήκε γρηγορότερα από όλους ότι τα 10.257 δεν μπορούν να χωριστού ακριβώς ούτε σε 2άδες ούτε σε 5άδες, αλλά μόνο σε 3άδες, διότι 1+0+2+5+7=15. Το 15 διαιρείται ακριβώς με το 3 και **επομένως ολόκληρος ο αριθμός 10.257 διαιρείται ακριβώς με το 3**. Ο Μάνος νίκησε!

**Προσοχή!**
**Τα κριτήρια διαιρετότητας δεν μας δίνουν το <u>αποτέλεσμα</u> της διαίρεσης. Ο Μάνος απλώς βρήκε ότ ιτα αβγά μπορούν να χωριστούν σε τριάδες, αλλά δεν ξέρει πόσες θήκες θα χρειαστούν.**

Τα κυριότερα κριτήρια διαιρετότητας είναι τα ακόλουθα:

- **Με το 2** διαιρούνται οι αριθμοί που **τελειώνουν σε 0 ή 2 ή 4 ή 6 ή 8.** Οι αριθμοί αυτοί ονομάζονται **ζυγοί ή άρτιοι**.

- **Με το 3 και το 9** διαιρούνται οι αριθμοί που το **άθροισμα των ψηφίων** τους διαιρείται με το 3 ή το 9 αντίστοιχα.

  π.χ. 12.306 => 1 + 2 + 3 + 0 + 6 = 12 => 12 : 3 = 4

  Άρα ολόκληρος ο αριθμός 12.306 διαιρείται με το 3

- **Με το 4** διαιρούνται οι αριθμοί που **το τελευταίο <u>διψήφιο τμήμα τους</u>** διαιρείται με το 4 ή τελειώνουν σε δύο μηδενικά.

  π.χ. 7.548 => 7.5<u>48</u> => 48 : 4 =12

  Άρα ολόκληρος ο αριθμός 7.548 διαιρείται με το 4

- **Με το 5** διαιρούνται οι αριθμοί που **τελειώνουν σε 0 ή 5.**

- **Με το 6** διαιρούνται οι αριθμοί που **διαιρούνται ταυτόχρονα και με το 2 και με το 3.**

- **Με το 9** διαιρούνται όλοι οι αριθμοί που το **άθροισμα των ψηφίων τους διαιρείται με το 9.**

- **Με το 25** διαιρούνται όλοι οι αριθμοί που τα **δύο τελευταία ψηφία τους είναι 25 ή 50 ή 75 ή 00.**

- **Με το 10** διαιρούνται οι αριθμοί που **τελειώνουν σε τουλάχιστον ένα μηδενικό.**

- **Με το 100** διαιρούνται όλοι οι αριθμοί που **τελειώνουν σε τουλάχιστον δύο μηδενικά.**

- **Με το 1.000** διαιρούνται όλοι οι αριθμοί που **τελειώνουν σε τουλάχιστον τρία μηδενικά.**

## Ασκήσεις εμπέδωσης

**1. Βρίσκω τους διαιρέτες των αριθμών : 5, 7 , 9 , 12 , 24, 36 , 48:**

α) $Δ_5$ = ..............................................................................................................

β) $Δ_7$ = ..............................................................................................................

γ) $Δ_9$ = ..............................................................................................................

δ) $Δ_{12}$ = ..............................................................................................................

ε) $Δ_{24}$ = ..............................................................................................................

στ) $Δ_{36}$ = ..............................................................................................................

ζ) $Δ_{48}$ = ..............................................................................................................

**2. Δίνονται οι αριθμοί: 76, 85, 99, 1.130, 136, 1.220, 6.231 . Ποιοι από αυτούς διαιρούνται με το 2, ποιοι με το 3, ποιοι με το 4 και ποιοι με το 5. Δίπλα σε κάθε απάντηση εξηγώ με βάση το κατάλληλο κριτήριο διαιρετότητας.**

**3. Συμπληρώνω δίπλα από κάθε αριθμό εκείνους με τους οποίους διαιρείται ακριβώς (2, 3, 4, 5 , 10).**

582: ........................................................................

885: ........................................................................

146: ........................................................................

387: ........................................................................

768: ........................................................................

2.014: ........................................................................

**4. Ξέρουμε ότι ο αριθμός 3 2 _ διαιρείται ακριβώς με το 4. Ποιο μπορεί να είναι το τελευταίο ψηφίο του αριθμού; Αιτιολογώ την απάντησή μου.**

α)1 β) 5 γ) 3 δ) 4 ε) 6

..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................

**5. Αγόρασε κάποιος 5 ίδιες τηλεοράσεις και πλήρωσε 1 .2 4 _ ευρώ. Αν η τιμή της κάθε τηλεόρασης είναι ακέραιος, τότε ποιο είναι το ψηφίο που λείπει: Αιτιολογώ την απάντησή μου.**

α)1 β) 5 γ) 3 δ) 4 ε) 6

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

.......................................................................................................................................................

**6. Συμπληρώνω με τα κατάλληλα ψηφία τα τετραγωνάκια, για να προκύψουν αριθμοί, που να διαιρούνται ακριβώς και με το 2 και με το 9.**

**3.** ☐ **5** ☐

**7. Κυκλώνω τη σωστή/σωστές απαντήσεις.**

α) Πόσοι από τους αριθμούς **36**, **145**, **328**, **704** διαιρούνται ακριβώς με το **2**;

α. ένας β. δύο γ. τρεις δ. τέσσερις ε. κανένας

β) Πόσοι από τους αριθμούς **1.036**, **1.248**, 1.**328**, 1.**704** διαιρούνται ακριβώς με το **10**;

α. ένας β. δύο γ. τρεις δ. τέσσερις ε. κανένας

γ) Πόσοι από τους αριθμούς **1.036, 1.248, 1.328, 1.704** διαιρούνται ακριβώς με το **3**;

α. ένας β. δύο γ. τρεις δ. τέσσερις ε. κανένας

δ) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς διαιρείται ακριβώς με το **4** και το **5**;

α. 112 β. 115 γ. 130 δ. 140 ε. 113

ε) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς διαιρείται ακριβώς με το **3**, το **4**, το **5** και το **6**;

α. 12 β. 18 γ. 42 δ. 60 ε. 90

στ) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς διαιρείται ακριβώς με το **2**, το **3**, το **4** και το **5**;

α. 60 β. 80 γ. 100 δ. 125 ε. 160

ζ) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς διαιρείται ακριβώς ταυτόχρονα με το **2**, το **3**, το **4** και το **6**;

α. 48 β. 74 γ. 100 δ. 124 ε. 178

η) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς διαιρείται με το **9**;

α. 1.234 β. 12.345 γ. 123.456 δ. 1.234.567 ε. 12.345.678

**8. Μας δίνεται ο αριθμός 1289..... Ποιο ψηφίο πρέπει να βάλουμε στο τέλος του αριθμού αυτού, δηλαδή μετά το 9, ώστε ο πενταψήφιος αριθμός που θα πάρουμε να είναι πολλαπλάσιο του 9;**

**9. Συμπληρώνω τα ψηφία που λείπουν, ώστε:**

| | | |
|---|---|---|
| Α. ο αριθμός | 3 ..... 1 | να διαιρείται με το 3 |
| Β. ο αριθμός | 4 9 ..... | να διαιρείται με το 2 |
| Γ. ο αριθμός | 6 ..... 2 | να διαιρείται με το 9 |
| Δ. ο αριθμός | 9 7 ..... | να διαιρείται με το 25 |
| Ε. ο αριθμός | 2 ..... 4 | να διαιρείται με το 4 |

**10. Βάζω, στο τέλος των παρακάτω αριθμών, ένα ψηφίο, ώστε οι αριθμοί που θα προκύψουν να διαιρούνται με το 9.**

| | |
|---|---|
| Α. 47 ..... | Β. 53 ..... |
| Γ. 26 ...... | Δ. 83 ..... |
| Ε. 15 ..... | Στ. 618 ..... |

**11. Σημειώνω με Σ τις σωστές και Λ τις λανθασμένες προτάσεις. Σε περίπτωση που η πρόταση είναι λανθασμένη, δικαιολογώ γιατί τη θεώρησα λάθος.**

α) (......) Ο αριθμός 860 διαιρείται με το 3.

..........................................................................................................................

β) (......) Οι ζυγοί αριθμοί διαιρούνται με το 2.

..........................................................................................................................

γ) (......) Ο αριθμός 2.600 διαιρείται με το 4 και με το 25.

..........................................................................................................................

δ) (……) Ένας αριθμός που διαιρείται με το 2 και το 3 διαιρείται και με το 6.

……………………………………………………………………………………………………………………

ε) (……) Ένας αριθμός που τελειώνει σε μηδέν όταν διαιρεθεί με το 5 αφήνει υπόλοιπο.

……………………………………………………………………………………………………………………

**12. Συμπληρώνω το κενό με ένα ψηφίο, ώστε ο αριθμός που προκύπτει να διαιρείται ακριβώς με τους αριθμούς που είναι δίπλα του.**

α) 6 4 3 ___ με το **2** και το **5**

β) 6 4 3 ___ με το **3** και το **4**

γ) 6 4 3 ___ με το **3** και το **5**

δ) 6 4 3 ___ με το **10**

**13. Η Άλκηστις έχει 892 λίτρα χυμού πορτοκάλι και θέλει να τα αποθηκεύσει σε συσκευασίες των 9 λίτρων. Μπορεί να το κάνει; Χρησιμοποιώ τα κριτήρια διαιρετότητας, για να βρω την απάντηση. Περιγράφω με λόγια το κριτήριο που εφάρμοσα.**

**14. Βρίσκω τον αριθμό που:**

α) Είναι τριψήφιος

β) Όλα τα ψηφία του είναι άρτιοι αριθμοί (ζυγοί)

γ) Το άθροισμα των ψηφίων του είναι 14

δ) Το ψηφίο των εκατοντάδων είναι μεγαλύτερο από το ψηφίο των δεκάδων

ε) Διαιρείται και με το 4 και με το 8.

Ο αριθμός που βρήκα είναι:

| | | |
|---|---|---|
| | | |

15. Αν οι μαθητές ενός σχολείου παραταχθούν κατά δυάδες, περισσεύει ένας, ενώ αν παραταχθούν κατά τριάδες, περισσεύουν δύο. Πόσοι μπορεί να είναι οι μαθητές, αν είναι περισσότεροι από 320 και λιγότεροι από 330;

16. Ρώτησαν τον διευθυντή κάποιου σχολείου πόσοι είναι οι μαθητές του σχολείου του. Αυτός απάντησε: "Αν τους μετρήσεις σε εξάδες, περισσεύουν 5. Αν τους μετρήσεις σε δεκάδες, περισσεύουν 3. Το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού των μαθητών είναι 11. Το πλήθος τους είναι μεταξύ του 400 και του 500". Πόσοι είναι οι μαθητές του σχολείου;

17. Η μητέρα της οικογένειας Παπαδόπουλου θέλει να μοιράσει χρήματα στα δύο παιδιά της. Ο ένας της γιος ισχυρίζεται ότι έχει 600€ σε χαρτονομίσματα των 10€, ενώ ο άλλος ισχυρίζεται ότι έχει 590 € σε χαρτονομίσματα των 20€. Ένα από τα δύο αδέρφια έχει κάνει λάθος. Ποιο είναι αυτό;

## Θέματα Μαθηματικών Διαγωνισμών

1. Πόσοι αριθμοί διαιρούν το 15;
   Α) 4
   Β) 3
   Γ) 5
   Δ) 15
   Ε) 18

*Ενδεικτικά Θέματα Πυθαγόρα*

2. Διαθέτουμε τις διπλανές κάρτες. Να γράψετε όλους τους διψήφιους αριθμούς που διαιρούνται με το 2.

3 5 8 7 9 2

*Μικρός Ευκλείδης, 2022*

# 14 Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί

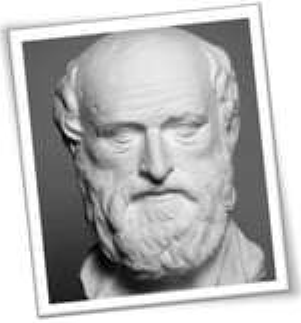
## Λίγα λόγια θεωρίας

- **Πρώτοι** ονομάζονται οι αριθμοί που διαιρούνται μόνο με τον εαυτό τους και με τη μονάδα. π.χ. 2 , 3 , 5
- **Σύνθετοι** ονομάζονται οι αριθμοί που έχουν τουλάχιστον τρεις διαιρέτες. π.χ. 4 , 6 , 9
- **Ο αριθμός 1** δεν είναι ούτε πρώτος ούτε σύνθετος, διότι έχει μόνο έναν διαιρέτη, τη μονάδα.

## ΤΟ ΚΟΣΚΙΝΟ ΤΟΥ ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΗ

Ο αρχαίος Έλληνας μαθηματικός **Ερατοσθένης ο Κυρηναίος (275 – 194 π. Χ.)**, γύρω στο 230 π. Χ., βρήκε μια μέθοδο με την οποία βρίσκουμε τους πρώτους αριθμούς μέχρι το 100.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ~~1~~ | **2** | **3** | ~~4~~ | **5** | ~~6~~ | **7** | ~~8~~ | ~~9~~ | ~~10~~ |
| **11** | ~~12~~ | **13** | ~~14~~ | ~~15~~ | ~~16~~ | **17** | ~~18~~ | **19** | ~~20~~ |
| ~~21~~ | ~~22~~ | **23** | ~~24~~ | ~~25~~ | ~~26~~ | ~~27~~ | ~~28~~ | **29** | ~~30~~ |
| **31** | ~~32~~ | ~~33~~ | ~~34~~ | ~~35~~ | ~~36~~ | **37** | ~~38~~ | ~~39~~ | ~~40~~ |
| **41** | ~~42~~ | **43** | ~~44~~ | ~~45~~ | ~~46~~ | **47** | ~~48~~ | ~~49~~ | ~~50~~ |
| ~~51~~ | ~~52~~ | **53** | ~~54~~ | ~~55~~ | ~~56~~ | ~~57~~ | ~~58~~ | **59** | ~~60~~ |
| **61** | ~~62~~ | ~~63~~ | ~~64~~ | ~~65~~ | ~~66~~ | **67** | ~~68~~ | ~~69~~ | ~~70~~ |
| **71** | ~~72~~ | **73** | ~~74~~ | ~~75~~ | ~~76~~ | ~~77~~ | ~~78~~ | **79** | ~~80~~ |
| ~~81~~ | ~~82~~ | **83** | ~~84~~ | ~~85~~ | ~~86~~ | ~~87~~ | ~~88~~ | **89** | ~~90~~ |
| ~~91~~ | ~~92~~ | ~~93~~ | ~~94~~ | ~~95~~ | ~~96~~ | **97** | ~~98~~ | ~~99~~ | ~~100~~ |



**Οι αριθμοί που δεν έχουν διαγραφεί είναι οι πρώτοι αριθμοί.** Οι αριθμοί αυτοί είναι:

2 3 5 7 11
13 17 19 23 29
31 37 41 43 47
53 59 61 67 71
73 79 83 89 97

## Ασκήσεις εμπέδωσης

1. **Εξετάζω αν οι παρακάτω αριθμοί είναι πρώτοι ή σύνθετοι, έχοντας πρώτα συμπληρώσει τη λίστα των διαιρετών τους. Όταν έχω πάρει την τελική μου απόφαση, σημειώνω με ένα «Χ» στην κατάλληλη στήλη.**

| Αριθμός | Λίστα διαιρετών | Πρώτος | Σύνθετος |
|---|---|---|---|
| 10 | | | |
| 5 | | | |
| 12 | | | |
| 18 | | | |
| 41 | | | |
| 15 | | | |
| 2 | | | |
| 49 | | | |
| 73 | | | |
| 21 | | | |

2. **Ποιοι από τους παρακάτω αριθμούς είναι πρώτοι;**

   α) 19 β) 39 γ) 63 δ) 87 ε) 93

3. **Πόσοι από τους αριθμούς 64, 90, 23, 101, 45 είναι σύνθετοι:**

   α) ένας β) δύο γ) τρεις δ) τέσσερις ε) πέντε

4. **Σε μια τάξη η δασκάλα ζήτησε από τους μαθητές της να της εξηγήσουν γιατί το 13 είναι πρώτος αριθμός. Πέντε μαθητές απάντησαν ως εξής:**

   → **Γιάννης: Είναι πρώτος γιατί το 1 και το 3 είναι πρώτοι αριθμοί.**
   → **Μαρία: Είναι πρώτος γιατί 1 επί 3 κάνει 3 που είναι πρώτος αριθμός.**
   → **Άννα: Είναι πρώτος γιατί το 13 διαιρείται μόνο με τον εαυτό του και το 1**
   → **Κώστας: Είναι πρώτος γιατί το 1 και το 3 κάνουν 4, που είναι σύνθετος αριθμός.**
   → **Ειρήνη: Είναι πρώτος γιατί το 13 είναι μονός αριθμός.**

   **Ποιος μαθητής έχει δίκιο;**

**5. Διευκολύνω τη Hippie να πάρει το σωστό μονοπάτι, ώστε να φτάσει στο κόκαλο. Το μονοπάτι αποτελείται από πρώτους αριθμούς.**

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 20 | 12 | 35 | 28 | 14 | 40 | 13 | 40 | 44 | 15 | 42 | 30 | 42 |
| 11 | 13 | 17 | 10 | 18 | 10 | 41 | 11 | 15 | 33 | 38 | 38 | 38 |
| 3 | 18 | 17 | 12 | 12 | 32 | 33 | 47 | 33 | 8 | 42 | 42 | 10 |
| 43 | 18 | 2 | 11 | 29 | 23 | 41 | 43 | 24 | 12 | 15 | 46 | 18 |
| 5 | 45 | 30 | 22 | 44 | 30 | 30 | 18 | 15 | 22 | 42 | 45 | 39 |
| 11 | 2 | 14 | 42 | | | | | | 14 | 22 | 30 | 9 |
| 38 | 23 | 21 | 22 | | |  | | | 10 | 30 | 26 | 24 |
| 13 | 29 | 33 | 39 | | | | | | 36 | 33 | 42 | 20 |
| 31 | 30 | 22 | 12 | | | | | | 31 | 29 | 40 | 20 |
| 31 | 44 | 18 | 8 | 18 | 33 | 42 | 38 | 16 | 42 | 29 | 37 | 43 |
| 47 | 18 | 17 | 5 | 19 | 11 | 17 | 7 | 47 | 42 | 34 | 10 | 29 |
| 17 | 7 | 17 | 9 | 35 | 38 | 32 | 12 | 13 | 25 | 18 | 37 | 29 |
| 14 | 12 | 30 | 24 | 28 | 26 | 12 | 44 | 17 | 12 | 37 | 41 | 46 |
| 26 | 44 | 30 | 21 | 10 | 45 | 12 | 10 | 23 | 13 | 13 | 30 | 30 |

**6. Σημειώνω με Σ τις σωστές και Λ τις λανθασμένες προτάσεις. Σε περίπτωση που η πρόταση είναι λανθασμένη, δικαιολογώ γιατί τη θεώρησα λάθος.**

α) (……)Ο μικρότερος πρώτος αριθμός είναι το 2.

…………………………………………………………………………………………………………

β) (……)Ο μικρότερος σύνθετος αριθμός είναι το 6.

…………………………………………………………………………………………………………

γ) (......)Το 1 είναι πρώτος αριθμός.

.......................................................................................................................................

δ) (......)Το άθροισμα δύο πρώτων αριθμών μπορεί να έχει αποτέλεσμα πρώτο αριθμό.

.......................................................................................................................................

ε) (......)Ένας αριθμός, μεγαλύτερος από το 1, που έχει μόνο δύο διαιρέτες (το 1 και τον εαυτό του) λέγεται πρώτος.

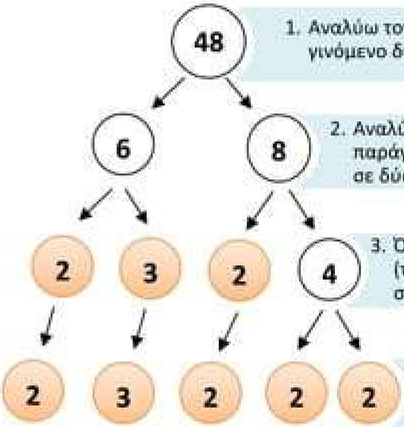
.......................................................................................................................................

**7. Ο Δημήτρης ρώτησε τον θείο του πόσων χρονών είναι και του απάντησε ότι η ηλικία του είναι πρώτος αριθμός από το 30 έως το 60. Αν τα ψηφία της ηλικίας του αντιστραφούν, ο αριθμός που προκύπτει μπορεί να διαιρεθεί ακριβώς με το 2. Πόσων χρονών είναι ο θείος του Δημήτρη;**

# 15 Παραγοντοποίηση φυσικών αριθμών

## Λίγα λόγια θεωρίας

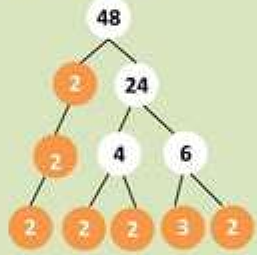
### Α΄ ΤΡΟΠΟΣ: Παραγοντικό δέντρο




1. Αναλύω τον αριθμό 48 σε γινόμενο δύο παραγόντων.
2. Αναλύω εκ νέου καθέναν από τους παράγοντες (το 6 και το 8) ξεχωριστά σε δύο νέους παράγοντες.
3. Όταν εμφανιστούν πρώτοι παράγοντες (τα πορτοκαλί κυκλάκια) τους μεταφέρω στην από κάτω γραμμή όπως είναι.
4. Συνεχίζω την ανάλυση μέχρι να δημιουργήσω γραμμή στην οποία όλοι οι αριθμοί να είναι πρώτοι.

**48 = 2x2x2x2x3**

Η ανάλυση ενός αριθμού με τη χρήση του παραγοντικού δέντρου μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους. Στην εικόνα που ακολουθεί παρατηρούμε ότι το 48 αναλύεται αρχικώς ως 2x24. Όποια ανάλυση όμως και να ακολουθήσουμε, **θα καταλήγουμε πάντοτε στο ίδιο τελικό αποτέλεσμα.**




**48 = 2x2x2x2x3**

### Β΄ ΤΡΟΠΟΣ: Διαδοχικές διαιρέσεις

| | |
|---|---|
| 80 | 2 |
| 40 | 2 |
| 20 | 2 |
| 10 | 2 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

**Επομένως:**
**80 = 2 x 2 x 2 x 2 x 5**

| | |
|---|---|
| 120 | 2 |
| 60 | 2 |
| 30 | 2 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

**Επομένως:**
**120 = 2 x 2 x 2 x 3 x 5**

**Προσοχή!**

Κάθε αριθμός αναλύεται σε γινόμενο πρώτων παραγόντων **με μοναδικό τρόπο.**

## Ασκήσεις εμπέδωσης

1. **Παρακάτω υπάρχουν έξι αριθμοί που είναι αναλυμένοι σε γινόμενα πρώτων παραγόντων. Ποιοι αριθμοί είναι αυτοί;**

α) 2 x 3 x 3 x 5 = ..................................

β) 3 x 3 x 5 x 7 = ................................

γ) 7 x 7 x 11 x 13 = .............................

δ) 3 x 7 x 13 = ....................................

ε) 11 x 13 x 17 = ..................................

στ) 13 x 17 x 31 = ..............................

2. **Αναλύω σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, με το παραγοντικό δέντρο, τους αριθμούς: 48, 64, 160, 216**

3. **Αναλύω τους αριθμούς 360, 240, 180 και 160 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με τον πρώτο τρόπο, δηλαδή με το παραγοντικό δέντρο.**

4. **Αναλύω σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, με διαδοχικές διαιρέσεις, τους αριθμούς: 64, 160, 216.**

5. **Μετατρέπω τους αριθμούς 15, 32, 45, 75, 96, 100 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με τον δεύτερο τρόπο, δηλαδή με τη μέθοδο των διαδοχικών διαιρέσεων.**

6. **Σημειώνω με Σ τις σωστές και Λ τις λανθασμένες προτάσεις. Σε περίπτωση που η πρόταση είναι λανθασμένη, δικαιολογώ γιατί τη θεώρησα λάθος.**

α) (...... )Η ανάλυση πρώτων παραγόντων του 21 είναι 3 x 7 = 21.

...........................................................................................................................................

β) (......) Η ανάλυση πρώτων παραγόντων του 12 είναι 3 x 4 = 12.

...........................................................................................................................................

γ) (……) Η ανάλυση πρώτων παραγόντων του 40 είναι 2 x 4 x 5 = 40.

……………………………………………………………………………………………………………………

δ) (…… ) Η παραγοντοποίηση με δενδροδιάγραμμα και με διαδοχικές διαιρέσεις είναι ισοδύναμες διαδικασίες.

……………………………………………………………………………………………………………………

**7. Αναλύσαμε μερικούς αριθμούς και βρήκαμε τα παρακάτω γινόμενα παραγόντων. Μπορείτε να βρείτε ποιους αριθμούς αναλύσαμε; Ποιοι από αυτούς είναι πρώτοι και ποιο σύνθετοι;**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 x 101 | = ……………………… | 2 x 3 x 5 x 5 | = ……………………… |
| 2 x 3 x 5 x 7 | = ……………………… | 2 x 2 x 3 x 7 | = ……………………… |
| 2 x 3 x 3 x 5 | = ……………………… | 1 x 311 | = ……………………… |
| 23 x 5 x 7 | = ……………………… | 1 x 73 | = ……………………… |

**8. Το 13 είναι παράγοντας του αριθμού 1.170. Ποιους άλλους παράγοντες έχει ο αριθμός αυτός;**

**9. Χρησιμοποιώ τους αριθμούς 4 , 5 και 7 για να φτιάξω πρώτους αριθμούς, με τις πράξεις της πρόσθεσης, της αφαίρεσης και του πολλαπλασιασμού.**

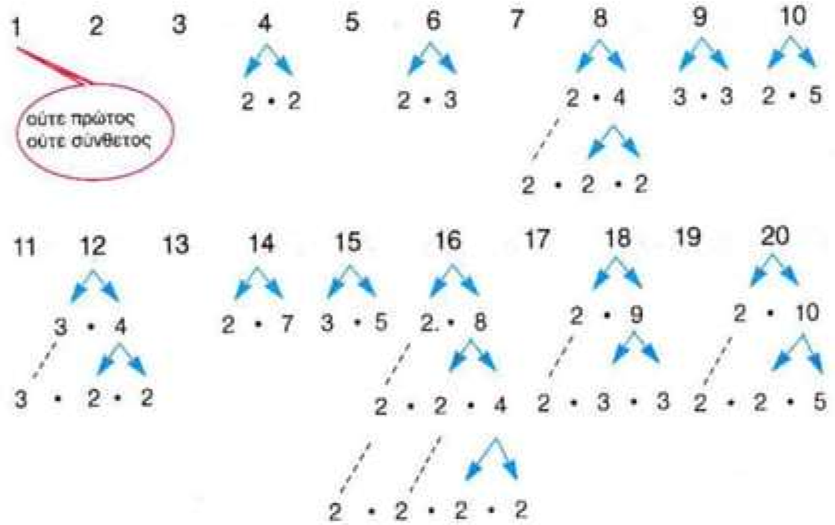
**10. Ένας αριθμός έχει παράγοντες το 2, το 5 και το 21 μόνο.**

α) Βρίσκω ποιος είναι ο αριθμός αυτός.

β) Τον αναλύω σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

**11. Σε ένα κιβώτιο υπάρχουν 45 βιβλία, τυλιγμένα σε τριάδες και τοποθετημένα σε τρεις στήλες. Πόσα βιβλία είναι τοποθετημένα σε κάθε στήλη;**

**12. Να χωρίσετε τους ακέραιους από το 1 μέχρι το 20 σε πρώτους και σύνθετους με βάση την παρακάτω ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.**




| Πρώτοι αριθμοί | Σύνθετοι αριθμοί |
|---|---|
| 2, 3, | 4, |

# 16 Πολλαπλάσια ενός αριθμού - Ε.Κ.Π.

## Λίγα λόγια θεωρίας

- **Πολλαπλάσιο** ενός αριθμού λέγεται ο αριθμός που προκύπτει όταν τον πολλαπλασιάσουμε με έναν άλλον **φυσικό αριθμό**.

1 x 5 = **5**

2 x 5 = **10**

7 x 5 = **35**

Οι αριθμοί 5, 10 , 35 είναι όλοι πολλαπλάσια του αριθμού 5.

- Κάθε φυσικός αριθμός έχει **άπειρα πολλαπλάσια**.

- **Κοινά πολλαπλάσια** δύο ή περισσότερων αριθμών λέγονται οι κοινοί αριθμοί που συναντάμε στις προπαίδειές τους. Για παράδειγμα:

$Π_3$: 3 , 6 , 9 , 12 , **15** , 18 , 21 , 24 , 27 , **30** , 33 , 36 , 39 , 42 , **45** , 48 …

$Π_5$: 5 , 10 , **15** , 20 , 25 , **30** , 35 , 40 , **45** , 50 …

Οι αριθμοί 15, 30 , 45 είναι **κοινά πολλαπλάσια** των αριθμών 3 και 5.

Για να το εκφράσουμε αυτό πιο σωστά στη γλώσσα των μαθηματικών γράφουμε:

**Κ.Π. (3 , 5) = 15 , 30 , 45 …**

- **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο ή Ε.Κ.Π.** ονομάζεται το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών.

Στην περίπτωσή μας γράφουμε

**Ε.Κ.Π. (3 , 5) = 15**

➡ Εάν βρούμε το Ε.Κ.Π. κάποιων αριθμών μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε και επόμενα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών αυτών.

Στο προηγούμενο παράδειγμα είδαμε ότι το Ε.Κ.Π. (3 , 5) = 15

Επομένως τα επόμενα κοινά πολλαπλάσια των αριθμών 3 και 5 μπορούν να υπολογιστούν εύκολα με πολλαπλασιασμό.

**2 x 15 = 30**
**3 x 15 = 45**
**4 x 15 = 60**

# ΕΥΡΕΣΗ ΤΟΥ ΕΛΑΧΙΣΤΟΥ ΚΟΙΝΟΥ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΟΥ

## 1ος ΤΡΟΠΟΣ

**Έστω για παράδειγμα ότι έχουμε να βρούμε το Ε.Κ.Π. του 5, του 6 και του 15**

1. Βρίσκουμε τα πολλαπλάσια του κάθε αριθμού.
2. Επιλέγουμε τα κοινά πολλαπλάσια.
3. Από τα κοινά πολλαπλάσια επιλέγουμε το μικρότερο.

**$Π_5$** = 0 , 5 , 10 , 15 , 20 , 25 , **30** , 35 , 40 , 45 , 50 , 55 , **60** , 65, 70, 75, 80, 85, **90**...

**$Π_6$** = 0, 6, 12, 18, 24, **30** , 36, 42, 48, 54, **60**, 66, 72, 78, 84, **90**...

**$Π_{15}$** = 0, 15, **30** , 45, **60**, 75, **90**....

**Κ.Π. (5,6,15) = 30 , 60 , 90 ...**

**Ε.Κ.Π. (5,6,15) = 30**

## 2ος ΤΡΟΠΟΣ

1. Παίρνουμε τον μεγαλύτερο από τους αριθμούς.
2. Εξετάζουμε αν διαιρείται **ακριβώς** με τους άλλους.
3. Αν ναι, αυτός είναι το Ε.Κ.Π.
4. Αν όχι, τον διπλασιάζουμε, τον τριπλασιάζουμε κλπ, μέχρις ότου να διαιρείται **ακριβώς** με τους άλλους.

**Έστω για παράδειγμα ότι έχουμε να βρούμε το Ε.Κ.Π. του 4, του 5, του 6 και του 15.**

- Ο **μεγαλύτερος** από τους αριθμούς είναι το 15.
- Παρατηρούμε πως **δε διαιρείται ακριβώς με όλους** τους άλλους αριθμούς.
- Τον **διπλασιάζουμε** και γίνεται 30, που όμως **δε διαιρείται** ακριβώς με το 4.
- Τον **τριπλασιάζουμε** και γίνεται 45, που όμως **δε διαιρείται** ακριβώς με το 4 και το 6.
- Τον **τετραπλασιάζουμε** και γίνεται 60, που **διαιρείται** ακριβώς και με το 4 και με το 5 και με το 6.

**Ε.Κ.Π. (4 , 5 , 6 , 15) = 60.**

## 3ος ΤΡΟΠΟΣ

<u>**βήμα 1ο**</u>: Γράφουμε τους αριθμούς οριζόντια και φέρνουμε μια κατακόρυφη γραμμή δίπλα στον τελευταίο αριθμό.

<u>**βήμα 2ο**</u>: Εξετάζουμε **αν κάποιος** ή κάποιοι από τους αριθμούς **διαιρούνται** με έναν από τους **πρώτους αριθμούς** 2 , 3 , 5 κλπ, **αρχίζοντας από το 2**. Αν διαιρείται, γράφουμε δεξιά από την κατακόρυφη γραμμή τον αριθμό 2.

<u>**βήμα 3ο**</u>: **Κάνουμε τη διαίρεση** του αριθμού ή των αριθμών που διαιρούνται ακριβώς με το 2 και **κάτω από τον αριθμό γράφουμε το πηλίκο**. **Όσους αριθμούς δεν διαιρούνται** με το 2, τους ξαναγράφουμε **από κάτω όπως είναι.**

<u>**βήμα 4ο**</u>: Συνεχίζουμε την ίδια διαδικασία με το 3, το 5 κλπ. Όταν **στην ίδια σειρά έχουμε μόνο το 1**, η διαδικασία έχει **τελειώσει**.

**Παράδειγμα**

Να βρείτε το **Ε.Κ.Π.** των αριθμών **4 , 12 , 15 , 20**.

Έχουμε:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **4** | **12** | **15** | **20** | **2** |
| **2** | **6** | **15** | **10** | **2** |
| **1** | **3** | **15** | **5** | **3** |
| **1** | **1** | **1** | **1** | |

**Επομένως**
**Ε.Κ.Π. (4 , 12 , 15 , 20) = 2x2x3x5=60**

**Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο είναι το γινόμενο των αριθμών που βρίσκονται δεξιά από την κατακόρυφη γραμμή.**

## Ασκήσεις εμπέδωσης

1. **Βρίσκω τα ελάχιστα κοινά πολλαπλάσια των παρακάτω αριθμών μέχρι το 60, κυκλώνοντας τα κοινά πολλαπλάσια και επιλέγοντας το μικρότερο από αυτά.**

$\Pi_3$:

..........................................................................................................................................

$\Pi_5$:

..........................................................................................................................................

Ποιο είναι το ελάχιστο κοινό τους πολλαπλάσιο; ............

2. **Βρίσκω τα δέκα πρώτα πολλαπλάσια και το Ε.Κ.Π. των αριθμών: 9 , 12 , 18**

$\Pi_9$ = ..............................................................................................................................

$\Pi_{12}$ = ............................................................................................................................

$\Pi_{18}$ = ............................................................................................................................

Ε.Κ.Π.(9 , 12 , 18) =.................................................................................................................

3. **Βρίσκω το Ε.Κ.Π. των αριθμών:**

α) 4 , 6 , 8 β) 6 , 9 , 12 γ) 10 , 25 δ) 12 , 18 , 30

4. **Σημειώνω με Σ τις σωστές και Λ τις λανθασμένες προτάσεις. Σε περίπτωση που η πρόταση είναι λανθασμένη, δικαιολογώ γιατί τη θεώρησα λάθος.**

α) (......)Το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο του 3 και του 7 είναι το 21.

..........................................................................................................................

β) (......)Το δύο διαιρεί το 4, άρα και τα πολλαπλάσια του 4.

..........................................................................................................................

γ) (......)Το 5 διαιρεί τα πολλαπλάσιά του.

..........................................................................................................................

δ) (......)ΕΚΠ(12,24)= 24.

..........................................................................................................................

ε) (……)ΕΚΠ(6,12,18) = 18.

……………………………………………………………………………………………………………………

**5. Οι μαθητές ενός τμήματος μπορούν να χωριστούν σε τριάδες ή σε τετράδες ή σε εξάδες, χωρίς να περισσεύει κανένας. Πόσοι μπορεί να είναι οι μαθητές το τμήματος αυτού;**

**6. Ένα βιβλίο έχει περισσότερες σελίδες από 100 και λιγότερες από 150. Αν μετράμε τις σελίδες ανά 5 ή ανά 6 δεν περισσεύει καμία. Πόσες σελίδες έχει το βιβλίο;**

**7. Στην κουζίνα ενός μαγαζιού ετοιμάζουν μπριζόλες κάθε 9 λεπτά, πατάτες κάθε 6 λεπτά και σαλάτες κάθε 4 λεπτά. Αν η κουζίνα ξεκινάει να δουλεύει στις 13:30 και τελειώνει τις 16:30, πόσες φορές θα μαγειρέψει μπριζόλες, πατάτες και σαλάτα μαζί;**

**8. Τρία κουδούνια χτυπούν μαζί στις 8:00 π.μ. Το πρώτο χτυπά κάθε 2 ώρες, το δεύτερο κάθε 5 ώρες και το τρίτο κάθε 4 ώρες. Ποια ώρα θα ξαναχτυπήσουν μαζί;**

**9. Όταν οι μαθητές ενός σχολείου τοποθετηθούν ανά εξάδες ή ανά δωδεκάδες ή ανά δεκαπεντάδες, δεν περισσεύει κανένας. Αν είναι γνωστό ότι ο αριθμός των μαθητών βρίσκεται μεταξύ του 170 και του 200, να βρείτε πόσα παιδιά έχει το σχολείο.**

**10. Από το Αστεροσκοπείο Θεσσαλονίκης ο κομήτης Α είναι ορατός κάθε 12 χρόνια, ο κομήτης Β κάθε 15 χρόνια και ο κομήτης Γ κάθε 29 χρόνια. Η τελευταία φορά που οι τρεις κομήτες έγιναν συγχρόνως ορατοί ήταν το καλοκαίρι του 1950. Ποιο έτος θα εμφανιστούν ξανά μαζί οι τρεις κομήτες από το Αστεροσκοπείο Θεσσαλονίκης;**

## Δίδυμα Προβλήματα

**11. Τέσσερα λεωφορεία εξυπηρετούν την ίδια γραμμή. Το Α εκτελεί 1 διαδρομή κάθε 10 λεπτά. Το Β εκτελεί 1 διαδρομή κάθε 12 λεπτά, το Γ εκτελεί 1 διαδρομή κάθε 15 λεπτά και το Δ εκτελεί 1 διαδρομή κάθε 20 λεπτά. Αν τα λεωφορεία ξεκινήσουν συγχρόνως από την αφετηρία, ύστερα από πόσο χρόνο θα συναντηθούν ξανά όλα μαζί στην αφετηρία;**

**12. Τέσσερα λεωφορεία εξυπηρετούν την ίδια γραμμή. Το Α εκτελεί 10 διαδρομές σε 1 ώρα. Το Β εκτελεί 12 διαδρομές σε 1 ώρα, το Γ εκτελεί 15 διαδρομές σε 1 ώρα και το Δ εκτελεί 20 διαδρομές σε 1 ώρα. Αν τα λεωφορεία ξεκινήσουν συγχρόνως από την αφετηρία, ύστερα από πόσο χρόνο θα συναντηθούν στην αφετηρία;**

# Θέματα Μαθηματικών Διαγωνισμών

**1. Σε ένα εργαστήριο ζαχαροπλαστικής θα συσκευάσουν σοκολατάκια σε μικρά κουτιά. Τα σοκολατάκια είναι λιγότερα από 100. Αν τα βάλουν σε κουτιά με 8 θέσεις, δεν περισσεύει κανένα. Αν τα βάλουν σε κουτιά με 7 θέσεις ή 9 θέσεις, περισσεύει 1. Πόσα είναι τα σοκολατάκια;**

*Μικρός Ευκλείδης, 2022*

**2. Η Νεφέλη έχει μια συλλογή από αυτοκόλλητα τα οποία είναι περισσότερα από 100 και λιγότερα από 150. Αν τα μετρήσει ανά 6 ή ανά 8 ή ανά 15, περισσεύουν 4 κάθε φορά. Πόσα αυτοκόλλητα έχει η Νεφέλη;**

*Μικρός Ευκλείδης, 2018*

**3. Τα παιδιά της Στ' τάξης συσκευάζουν τα βιβλία που θα δωρίσουν στη Δημοτική Βιβλιοθήκη. Τα βιβλία είναι λιγότερα από 300. Αν τα συσκευάσουν σε κουτιά των 24 ή των 36 βιβλίων, δεν περισσεύει κανένα. Αν τα συσκευάσουν σε κουτιά των 25 βιβλίων, περισσεύουν 16 Πόσα βιβλία θα δωρίσουν τα παιδιά της Στ' τάξης στη Δημοτική Βιβλιοθήκη;**

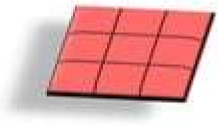
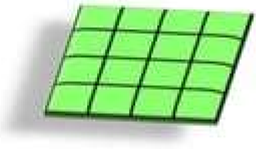
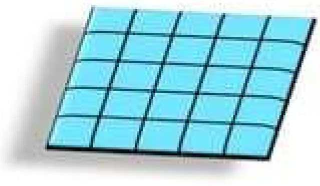
*Μικρός Ευκλείδης, 2018*

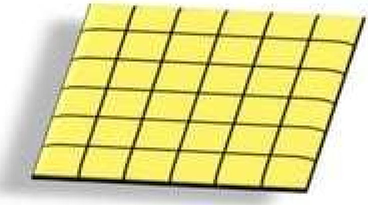
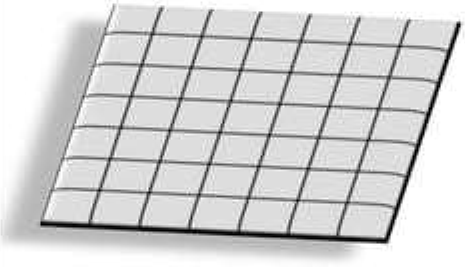
17 & 18

# Δυνάμεις & Δυνάμεις του 10

## Δραστηριότητα 1

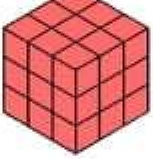
*Στον καινούριο ουρανοξύστη που κατασκευάζεται στο New Jersey όλα τα διαμερίσματα έχουν σαλόνι σε σχήμα κύβου αλλά με διαφορετικές διαστάσεις το κάθε ένα. Σε όλα τα σαλόνια χρησιμοποιήθηκαν στο πάτωμα μεγάλα τετράγωνα πλακάκια μήκους ενός μέτρου για την κάλυψή τους. Μπορείτε να υπολογίσετε πόσα πλακάκια χρησιμοποιήθηκαν για τα πατώματα των παρακάτω διαμερισμάτων;*

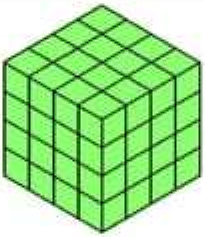
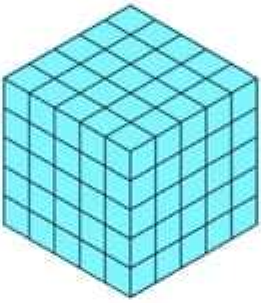
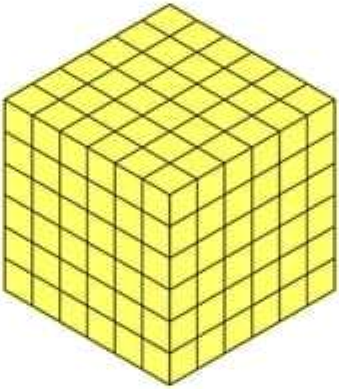
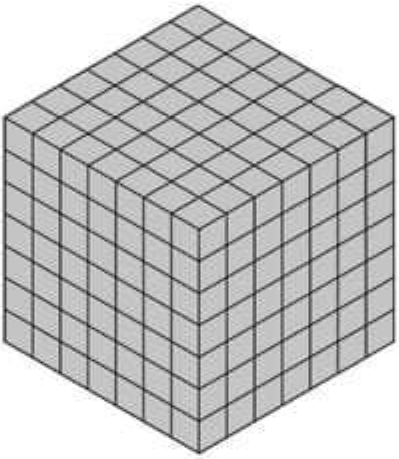
| | Πάτωμα διαμερίσματος | Πλακάκια | Δύναμη |
|---|---|---|---|
| α) |  | | |
| β) |  | | |
| γ) |  | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| δ) |  | | |
| ε) |  | | |

## Δραστηριότητα 2

*Τα σαλόνια σε κάθε διαμέρισμα έχουν και μια άλλη ιδιαιτερότητα, εκτός από το τετράγωνο πατώμα. Όλα τα σαλόνια είναι κατασκευασμένα σε σχήμα κύβου. Δηλαδή όλοι οι τοίχοι και το ταβάνι έχουν ακριβώς το ίδιο σχήμα με το πάτωμα (τετράγωνο). Μπορείς να υπολογίσεις στον παρακάτω πίνακα από πόσους «εσωτερικούς» κύβους αποτελείται κάθε σαλόνι;*

| | Σαλόνι «κύβος» | Εσωτερικοί κύβοι | Δύναμη |
|---|---|---|---|
| α) |  | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| β) |  | | |
| γ) |  | | |
| δ) |  | | |
| ε) |  | | |

**Με ποιον τροπο μπορούμε άραγε να σκεφτούμε για να υπολογίσουμε πόσοι είναι οι εσωτερικοί κύβοι;**

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

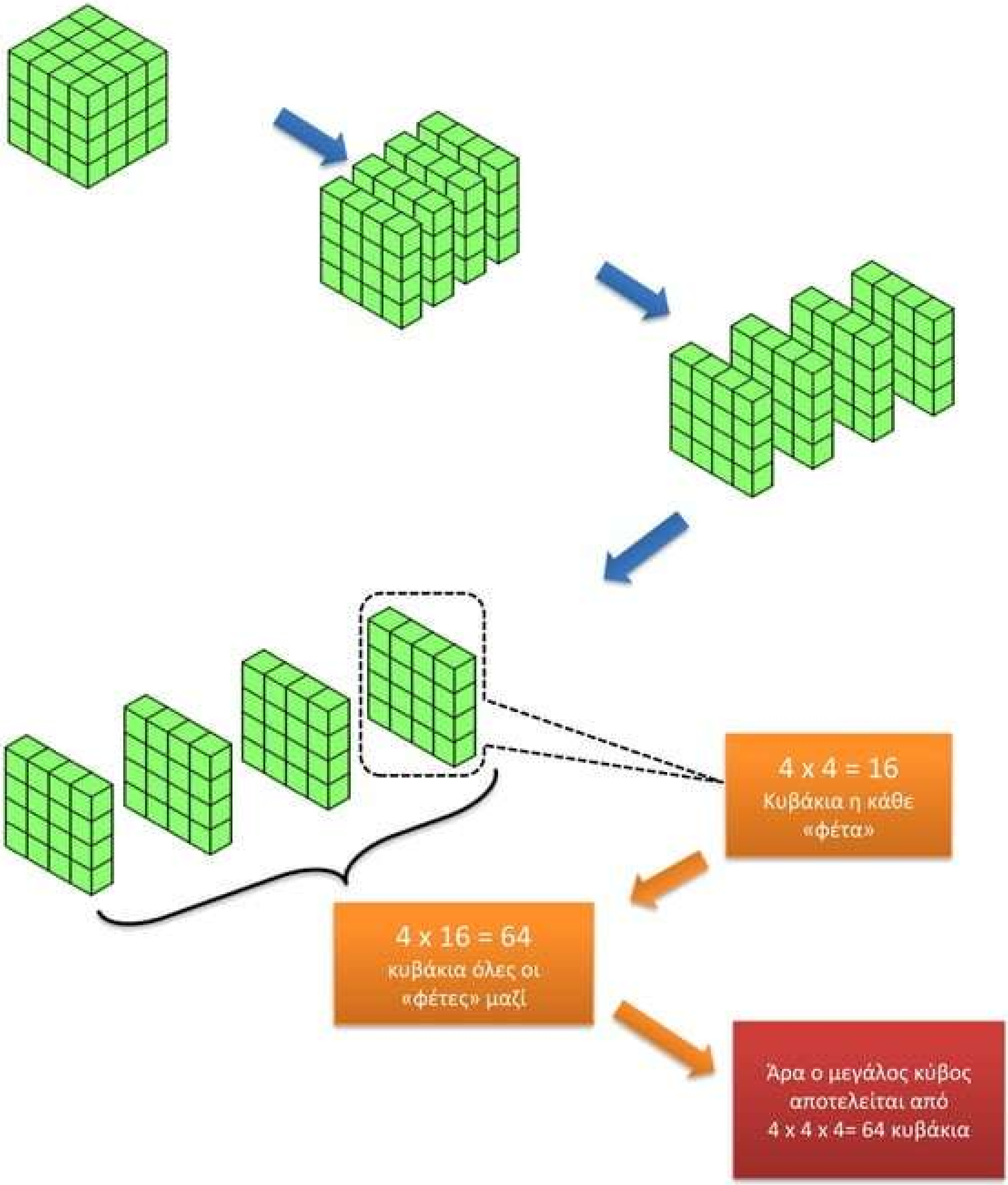
..................................................................................................................................................................

..................................................................................................................................................................

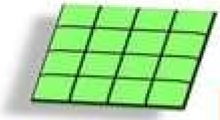
..................................................................................................................................................................

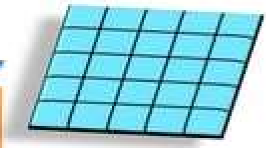
..................................................................................................................................................................

Για να υπολογίσουμε πόσα είναι τα εσωτερικά κυβάκια, μπορούμε να σκεφτούμε ότι «κόβουμε» τον μεγάλο κύβο σε «φέτες».



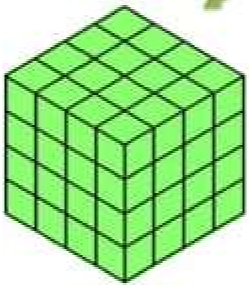
# Συνοψίζοντας τις δυνάμεις

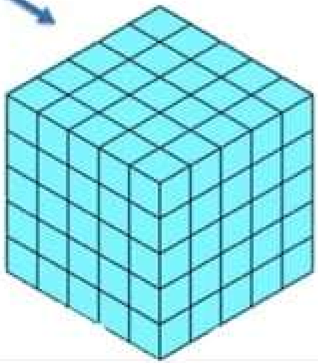




$4 \times 4 = 4^2 = 16$ $\qquad$ $5 \times 5 = 5^2 = 25$

$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$ $\qquad$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$





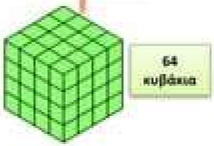
# Ας πάμε και ένα βήμα πιο πέρα....

- Μπορείτε να υπολογίσετε πόσο κάνουν οι παρακάτω δυνάμεις;

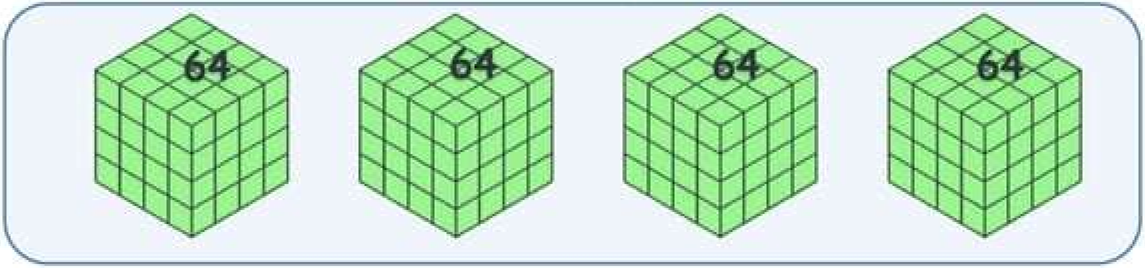
$4^4$ =.................................................................... $5^4$ = ....................................................................

- Πως θα μπορούσαμε άραγε να απεικονίσουμε με κύβους τη δύναμη $4^4$;

$4^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$

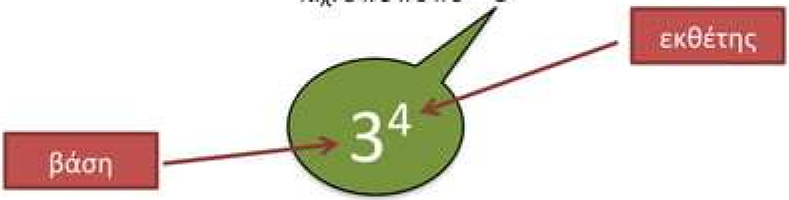



Το τελευταίο 4 του πολλαπλασιασμού μάς δείχνει ότι παίρνουμε τον μεγάλο κύβο 4 φορές. Άρα έχουμε
64 x 4 = 256
Αυτό φαίνεται με σχήμα στην εικόνα που ακολουθεί.




- **Δύναμη** ενός αριθμού ονομάζουμε έναν διαφορετικό τρόπο γραφής ενός γινομένου από ίδιους παράγοντες.

π.χ. $3 \times 3 \times 3 \times 3 =$ $\mathbf{3^4}$




- Ο αριθμός 4 ονομάζεται **εκθέτης** και φανερώνει το πλήθος επαναλήψεων της βάσης.
- Ο αριθμός 3 ονομάζεται **βάση** και είναι ο παράγοντας του γινομένου που επαναλαμβάνεται.

**Δυνάμεις του 10:**

$10^2 = 10 \times 10 = 100$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1.000$

$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10.000$

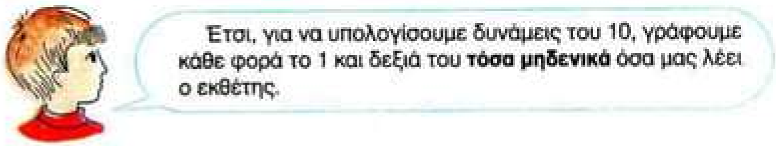
……= ……………………………………………………………

Τι παρατηρείτε;

…………………………………………………………………………

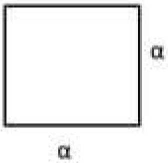
…………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………




Θυμόμαστε ότι

- ✓ **Για να βρούμε το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά «α» γράφουμε:**

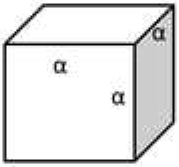



$$\mathbf{E_{τετραγώνου} = α \times α = α^2}$$

Επομένως, όταν έχουμε ένα αριθμό υψωμένο στην δευτέρα, **διαβάζουμε «στο τετράγωνο».**

π.χ. $\mathbf{5^2}$ : «πέντε στο τετράγωνο»

✓ **Για να βρούμε τον όγκο ενός κύβου με πλευρά «α», γράφουμε:**




$$\mathbf{O_{κύβου} = α \times α \times α = α^3}$$

Επομένως, όταν έχουμε αριθμό υψωμένο στην τρίτη, **διαβάζουμε «στον κύβο».**

π.χ. $\mathbf{5^3}$ : «πέντε στον κύβο»

## Αριθμητικές παραστάσεις & δυνάμεις

Σε μια αριθμητική παράσταση που υπάρχουν δυνάμεις ξεκινάμε τη λύση πρώτα υπολογίζοντας τις **δυνάμεις** και μετά ακολουθούν **πολλαπλασιασμοί** - **διαιρέσεις** και **προσθέσεις- αφαιρέσεις**.

# Ιδιότητες δυνάμεων... για σκληρά καρύδια!

α) Το γινόμενο δύο δυνάμεων με την ίδια βάση είναι ίσο με μία άλλη δύναμη, που έχει την ίδια βάση και εκθέτη το άθροισμα των εκθετών.

$$2^2 \cdot 2^3 = (2x2)x(2x2x2) = 2x2x2x2x2 = 2^5 = 32$$

Δηλαδή: $\boxed{2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5}$

β) Το πηλίκο δύο δυνάμεων με την ίδια βάση είναι ίσο με μία άλλη δύναμη, που έχει την ίδια βάση και εκθέτη τη διαφορά των εκθετών.

$$3^4 : 3^2 = (3x3x3x3):(3x3) = 81:9 = 9 = 3^2$$

Δηλαδή: $\boxed{3^4 : 3^2 = 3^{4-2} = 3^2}$

γ) Αν υψώσουμε μία δύναμη σε μία άλλη δύναμη, αφήνουμε την ίδια βάση και εκθέτη βάζουμε το γινόμενο των εκθετών.

$$\left(2^3\right)^2 = (2x2x2)^2 = 8^2 = 8x8 = 64 = 2x2x2x2x2x2 = 2^6 = 2^{3\,x\,2}$$

Δηλαδή: $\boxed{(2^3)^2 = 2^{2x3} = 2^6}$

## Ασκήσεις εμπέδωσης

**1. Απαντώ στα παρακάτω ερωτήματα:**

α) Ο Κώστας έγραψε $5^3$= 5 x 5 x 5 και ο Νίκος $5^3$ = 5 x 3. Ποιος το σκέφθηκε σωστά και γιατί;

........................................................................................................................................................

β) Η Σοφία βρήκε ότι $4^3$ = 64 και η Μαρίνα ότι $4^3$ = 12. Ποια το σκέφθηκε σωστά και ποια πράξη έκανε κάθε παιδί;

........................................................................................................................................................

**2. Γράφω με μορφή δυνάμεων τα γινόμενα:**

α) 5 x 5 x 5 x 5 = ....................

β) 3 x 3 x 3 x 3 x 3 = ..............

γ) 4 x 4 x 4 = .........................

δ) 2 x 2 x 2 x 2 = .........................

ε) β x β x β = .........................

**3. Γράφω με μορφή δυνάμεων τα παρακάτω γινόμενα:**

α) 4 x 4 x 4 x 5 x 5 x 7 = ..................................

β) 4 x 3 x 4 x 3 x 3 x 4 = ..................................

γ) 3 x 3 x 3 x 3 x 7 x 7 x 7 x 7 = .......................

δ) 5 x 5 x 5 x 6 x 6 x 7 x 7 x 7 x 8 x 8 = ...........

**4. Συμπληρώνω τα κενά.**

α) Το τετράγωνο του 9.

$9^2$=..............................................

β) Τον κύβο του 4.

$4^3$=..............................................

γ) Το 3 στην τετάρτη.

$3^4$= ..............................................

**5. Συμπληρώνω τον πίνακα.**

| **Γινόμενο ίσων παραγόντων** | **Δύναμη** | **Τιμή της δύναμης** | **Διαβάζεται** |
|---|---|---|---|
| 5 x 5 x 5 x 5 | $5^4$ | | |
| | $6^3$ | | |
| | | | πέντε στον κύβο |
| | | 64 | |
| 7 x 7 x 7 | | | |
| | $8^3$ | | |
| | | | ένα στην πέμπτη |
| | $6^2$ | | |
| | | 81 | |
| | | | τέσσερα στο τετράγωνο |

**6. Συγκρίνω τα παρακάτω ζεύγη, χρησιμοποιώντας το σύμβολο της ισότητας ή ανισότητας (<,>,=). Για να κάνω σύγκριση, χρειάζεται να βρω πρώτα το αποτέλεσμα των δυνάμεων ή των γινομένων.**

$3^4$ ............. $4^3$

$2^5$ ............. $5^2$

$4^4$ ............. 4 x 4 x 4

$9^2$ ............. $2^9$

$8^4$ ............. $2^6$

**7. Συμπληρώνω τον πίνακα:**

| Αριθμός | Δύναμη του 10 |
|---|---|
| 100 | |
| | $10^3$ |
| | $10^4$ |
| 1.000.000 | |
| | $10^7$ |

| Δύναμη του 10 | Αριθμός |
|---|---|
| $10^5$ | |
| | 1.000.000 |
| | 1.000.000.000 |
| $10^8$ | |
| $10^{12}$ | |

**8. Σημειώνω με Σ τις σωστές και Λ τις λανθασμένες προτάσεις. Σε περίπτωση που η πρόταση είναι λανθασμένη, δικαιολογώ γιατί τη θεώρησα λάθος.**

α) (……) Το $1^{45.678}$=45.678.

……………………………………………………………………………………………………

β) (……) Ισχύει ότι $7^2$=49.

……………………………………………………………………………………………………

γ) (……) Ισχύει ότι $3^2$=3 x 2.

……………………………………………………………………………………………………

δ) (……) Ισχύει ότι $2^4$=$4^2$.

……………………………………………………………………………………………………

**9. Ποιους αριθμούς φανερώνουν οι παρακάτω παραστάσεις.**

α) $2 \times 10^3 + 5 \times 10^2$ = ……………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

β) $5 \times 10^4 + 3 \times 10^2 + 5$ = ………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

γ) $8 \times 10^5 + 7 \times 10^3 + 2 \times 10 + 9 =$ ....................................................................................................

....................................................................................................

δ) $10^4 + 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 9 \times 10 + 4 =$ ....................................................................................................

....................................................................................................

**10. Να γίνουν οι πράξεις:**

α) $57 - 2^6 : 16 + 2^4 \times 5 + 6^3 =$

β) $7^2 - (3^2 + 4^2) + (2^4 \times 3) : (2^2 \times 3) - 4 \times (5^2 - 2 \times 3^2) =$

γ) $(17 - 12)^2 + (21 - 17)^2 - (32 - 29)^2 =$

**11. Υπολογίζω την αριθμητική παράσταση:**

$$0{,}5 \times (3^2 - 2^3) + \left(1 + \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{2} \times \left(10^1 \times \frac{10^2}{10^3}\right) =$$

**12. Γράφω με τη βοήθεια των δυνάμεων του 10 τους αριθμούς που μας λένε οι παρακάτω πληροφορίες:**

– Το φως τρέχει **τριακόσιες χιλιάδες** χμ. το δευτερόλεπτο.

300.000 = $3 \cdot 100.000$ = $3 \cdot 10^5$.

– Η γη στο τέλος του αιώνα μας θα έχει πληθυσμό **έξι δισεκατομμύρια.**

.......................................= ....................................................................................

– Το Έβερεστ έχει ύψος 8.832 μ. = 8.000 + 800 + 30 + 2 = $8 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 2$

– Η γη απέχει από τον ήλιο **εκατόν πενήντα εκατομμύρια** χμ.

.......................................= ....................................................................................

– Ο Νείλος έχει μήκος 6.670.000 μ. = ....................................................................

– Ο Αμαζόνιος έχει μήκος 6.520.000 μ. = ....................................................................

# Ένας άλλος τρόπος εύρεσης του Ε.Κ.Π. και του Μ.Κ.Δ.

## Ε.Κ.Π.

Μετατρέπουμε τους αριθμούς σε γινόμενα πρώτων παραγόντων και παίρνουμε το γινόμενο των κοινών και των μη κοινών παραγόντων με τον μεγαλύτερο εκθέτη.

**Παράδειγμα**

Να βρείτε το Ε.Κ.Π. των αριθμών 18 και 15.

Είναι: $\begin{cases} 18 \Rightarrow 2 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^2 \\ 15 \Rightarrow 3 \times 5 \end{cases}$

Επομένως **Ε.Κ.Π. (18 , 15) =** $2 \times 3^2 \times 5$ **= 90**

## Μ.Κ.Δ.

Μετατρέπουμε τους αριθμούς σε γινόμενα πρώτων παραγόντων και παίρνουμε το γινόμενο των κοινών μόνο παραγόντων με τον μικρότερο εκθέτη.

**Παράδειγμα**

Να βρείτε τον Μ.Κ.Δ. των αριθμών 180 και 240.

Είναι : $\begin{cases} 180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \\ 240 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^4 \times 3 \times 5 \end{cases}$

Επομένως **Μ.Κ.Δ.(180 , 240) =** $2^2 \times 3 \times 5$ **= 60**

## Ασκήσεις εμπέδωσης

1. **Αναλύω σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και βρίσκω το Ε.Κ.Π. των αριθμών:**

   α) 14 και 21 β) 6 και 14 γ) 12 και 16

2. **Αναλύω σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και βρίσκω τον Μ.Κ.Δ. των αριθμών:**

   α) 16 και 18 β) 60 και 92 γ) 36 και 120

3. **Ο Αλέξης έχει 20 κόκκινους, 25 πράσινους και 30 κίτρινους βόλους. Θέλει να τους βάλει σε σακουλάκια, ομοιόμορφα ως προς τον αριθμό και το χρώμα των βόλων. Πόσα σακουλάκια θα χρειαστεί και πόσους βόλους κάθε χρώματος θα βάλει σε κάθε σακουλάκι;**

4. **Η γιαγιά Ανούσκα θέλει να μοιράσει στα 5 εγγονάκια της 36 καρύδια, 60 αμύγδαλα, 48 κάστανα και 30 φουντούκια. Εννοείται πως δε θέλει να αδικήσει κανένα. Πόσους καρπούς από κάθε είδος θα δώσει σε κάθε ένα από τα εγγόνια της; Θα φτάσουν να περιποιηθεί τα εγγονάκια της ή μήπως θα περισσέψουν;**

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΑ
ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΖΩΗ
τα πάντα για τον μαθητή

ΠΑΙΔΙΚΟΣ ΣΤΑΘΜΟΣ | ΝΗΠΙΑΓΩΓΕΙΟ | ΔΗΜΟΤΙΚΟ | ΓΥΜΝΑΣΙΟ | ΛΥΚΕΙΟ

Αβέρωφ 12-14, 16452 210 9617817 info@zois-school.gr www.zois-school.gr