Πρωτοβάθμιες εξισώσεις

Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις

I. Απλές περιπτώσεις

Εξίσωση	Απάντηση
i. $1-\frac{x}{3}=x-\frac{x}{12}$	$x=\frac{4}{5}$
ii. $1-(x-1)^2=4x-(x-3)\cdot(x+3)$	$x=-\frac{9}{2}$
iii. $1-\frac{2x-1}{6}=2\ x-\frac{x-1}{3}$	$x=\frac{5}{12}$
iv. $\frac{2(1-3x)}{5}-\frac{3(x-1)}{2}=-x+2$	$x=-\frac{1}{17}$
v. $\frac{2(1-3x)}{5}-\left(x-\frac{x-1}{2}\right)=-1$	$x=\frac{9}{17}$
vi. $x-\frac{2}{3}(2x-1)=2\left(x-\frac{x-1}{4}\right)$	$x=\frac{1}{11}$
vii. $x-\frac{2}{5}\left(x-\frac{(2x-1)}{4}\right)=\frac{4}{5}(x-1)$	Αδύνατη
viii. $x(2x-1)=2x^2-x-3$	Αδύνατη
ix. $1-(x-2)^2=4x-(x-3)\cdot(x+3)$	Αδύνατη

II. Πρωτοβάθμιες με άρρητους συντελεστές

Εξίσωση	Απάντηση
i. $2(1-x)-\sqrt{3}(x-1)=0$	$x=1$
ii. $2(1-x)-\sqrt{3}(x+1)=0$	$x=\left(2-\sqrt{3}\right)^2$
iii. $\frac{x-2}{\sqrt{3}}=\frac{x-3}{\sqrt{2}}$	$x=\sqrt{6}+5$

III. Πολυωνυμικές εξισώσεις που ανάγονται σε πρωτοβάθμιες

Εξίσωση	Απάντηση
i. $x^2-25=0$	$x=\pm 5$
ii. $x^2-3=0$	$x=\pm\sqrt{3}$
iii. $x^2=4x$	$x=0$ ή $x=4$
iv. $x^2-2x+1=0$	$x=1$
v. $x^3-x^2-x+1=0$	$x=-1$ ή $x=1$
vi. $x^3-x^2+x-1=0$	$x=-1$ ή $x=1$
vii. $x^3-3x^2+3x=1$	$x=1$
viii. $(x-2)^2+x-2=0$	$x=2$ ή $x=1$

Εξίσωση	Απάντηση
ix. $(x-2)^3+x-2=0$	$x=2$
x. $x(x^2-1)-x^3+x^2=0$	$x=0$ ή $x=1$
xi. $x(x^2-1)-x^2+x=0$	$x=0$ ή $x=1$
xii. $x(x^2-1)-x^2+1=0$	$x=-1$ ή $x=1$
xiii. $(x^2-9)(x-2)=(x-3)(x^2-4)$	$x=2$ ή $x=3$
xiv. $x^3-2x^2=(2x-1)(x-2)$	$x=1$ ή $x=2$
xv. $x^3-7x+6=0$	$x=-3$ ή $x=1$ ή $x=2$

IV. Κλασματικές εξισώσεις που ανάγονται σε πρωτοβάθμιες

Εξίσωση	Απάντηση
i. $\dfrac{x+2}{x^2-4}+\dfrac{2}{x^2-4x+4}=0$	$x=0$
ii. $\dfrac{9\cdot x-1}{9\cdot x^2-1}+\dfrac{1}{1-3\cdot x}=0$	Αδύνατη
iii. $2-\dfrac{x^2+7x}{x^2-1}=\dfrac{2x-1}{x+1}+\dfrac{1}{1-x}$	$x=-2$
iv. $\dfrac{x-2}{1-\frac{2}{x}}=-1$	$x=-1$
v. $\dfrac{1-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x}}=1-\dfrac{1}{x}$	Αληθής για κάθε $x\neq -1$ και $x\neq 0$

V. Παραμετρικές πρωτοβάθμιες εξισώσεις

1. Για τις διάφορες τιμές του $\lambda\in\mathbb{R}$, να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις

i. $(\lambda-1)x=\lambda-3$

ii. $(\lambda+1)x=\lambda(\lambda+1)$

iii. $\lambda^2(x-1)=5(5x-\lambda)$

2. Δίνεται η εξίσωση $\lambda x=2x+\lambda^2-4$

i. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η παραπάνω εξίσωση έχει μοναδική λύση.

ii. Για ποια τιμή του λ η εξίσωση αυτή είναι ταυτότητα;. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας

3. Αν η εξίσωση $(\lambda^2-1)x=\lambda^2-\lambda$ είναι ταυτότητα τότε:

i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $(\lambda-1)x=\lambda-3$ είναι αδύνατη

ii. Να βρείτε το μ ώστε η εξίσωση $(\lambda+\mu^2-5)x=2\lambda^2-3\lambda$ να είναι αδύνατη