ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ Λυκείου "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2024 - Γ΄ Τάξη

5/1/2024

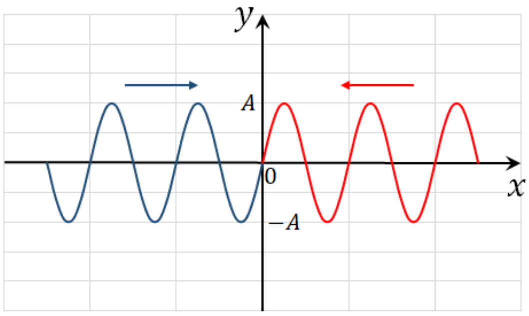
ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Οι απαντήσεις σε *όλα* τα ερωτήματα θα πρέπει να αναγραφούν στο ***Φύλλο Απαντήσεων*** που ακολουθεί μετά το τέλος των εκφωνήσεων.
2. Η επεξεργασία των θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε φύλλα Α4 ή σε τετράδιο που θα σας δοθεί. Τα υλικά αυτά θα παραδοθούν στο τέλος της εξέτασης μαζί με το ***Φύλλο Απαντήσεων***

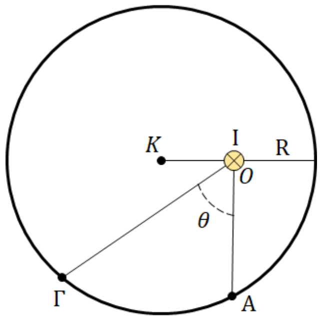
ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1ο ΘΕΜΑ

Α.1. Κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου $x'x$, διαδίδονται δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα $y_1 = f(x,t)$ και $y_2 = f(x,t)$ με περίοδο T και μήκος κύματος λ. Το πρώτο διαδίδεται κατά τη θετική φορά του άξονα, θέτοντας κάθε σημείο του μέσου σε αρμονική ταλάντωση, η οποία ξεκινά προς τη θετική φορά του άξονα $y'y$. Το $y_2 = f(x,t)$ διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα, θέτοντας κάθε σημείο του μέσου σε αρμονική ταλάντωση, η οποία ξεκινά προς την αρνητική φορά του άξονα $y'y$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, τα δύο κύματα συναντώνται σε σημείο του μέσου, το οποίο θεωρούμε ως αρχή του άξονα, $x = 0$. Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο της χορδής τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{3T}{2}$, για σημεία της χορδής με τετμημένη θέσης από $x = -2{,}5\lambda$ μέχρι $x = 2{,}5\lambda$.



Α.2. Έστω κύκλος κέντρου K και ακτίνας R, ο οποίος βρίσκεται στο επίπεδο της σελίδας. Ένας ευθύγραμμος αγωγός απείρου μήκους, κάθετος στο επίπεδο της σελίδας, διέρχεται από σημείο έστω O, που βρίσκεται στο μέσον μιας ακτίνας του κύκλου. Ο αγωγός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης I, με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα Δίνονται δύο σημεία A και Γ του κύκλου, τα οποία σχηματίζουν με το σημείο O γωνία $A\hat{O}\Gamma = \theta = 60°$. Να υπολογίσετε την κυκλοφορία

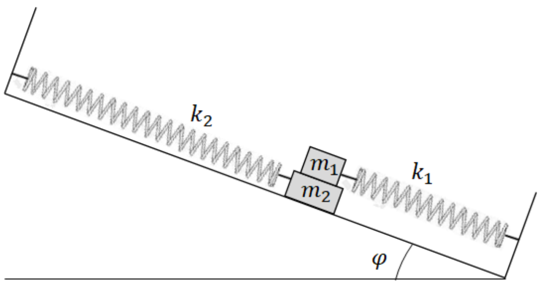


$$\sum_{\widehat{A\Gamma}} B_i dl_i \sigma\upsilon\nu\varphi_i$$

κατά μήκος του τόξου $\widehat{A\Gamma}$. Δίνεται η μαγνητική διαπερατότητα του κενού μ_o.

2ο ΘΕΜΑ

Δύο σώματα, μαζών m_1 και m_2, οι επιφάνειες των οποίων δεν είναι λείες, προσδένονται σε ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 και τοποθετούνται όπως στο σχήμα χωρίς να είναι κολλημένα μεταξύ τους. Η κλίση του λείου κεκλιμένου επιπέδου είναι φ και το σύστημα ισορροπεί όταν τα δύο ελατήρια

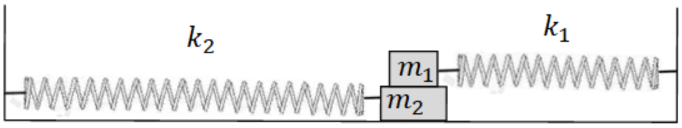


έχουν ίσες παραμορφώσεις. Οι επιφάνειες επαφής των δύο σωμάτων αποτελούνται από υλικά τέτοια ώστε, στην θέση ισορροπίας, η δύναμη κάθε ελατηρίου $F_{ελ,1}$, $F_{ελ,2}$ να εξουδετερώνει την αντίστοιχη συνιστώσα του βάρους κάθε σώματος $w_{x,1}$, $w_{x,2}$, δηλαδή δεν υπάρχει τριβή μεταξύ των σωμάτων. Μετατοπίζουμε τα δύο σώματα κατά $Δl$ μέχρι την θέση όπου τα ελατήρια έχουν τα φυσικά τους μήκη και τα αφήνουμε ελεύθερα να κινηθούν την χρονική στιγμή $t = 0$, οπότε εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε:

Β.1. την σταθερά επαναφοράς $D_{1,2}$ του συστήματος.

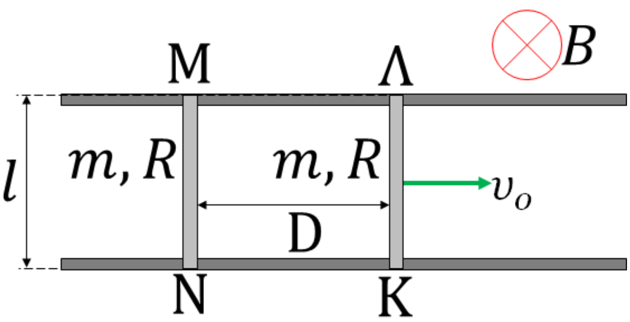
Β.2. τον ελάχιστο συντελεστή στατικής τριβής μ_{min} ώστε τα δύο σώματα να εκτελούν ταλάντωση χωρίς να ολισθαίνουν το ένα ως προς το άλλο.

Β.3. Στην συνέχεια, χρησιμοποιώντας τα ίδια σώματα και τα ίδια ελατήρια, κατασκευάζουμε την πειραματική διάταξη του σχήματος, όπου το επίπεδο στήριξης είναι οριζόντιο και τα ελατήρια έχουν τα φυσικά τους μήκη. Εκτρέπουμε και πάλι τα σώματα κατά $Δl$ και τα αφήνουμε να εκτελέσουν Α.Α.Τ. Για ποια σχέση των μεγεθών m_1, m_2, k_1 και k_2 δεν χρειάζεται να αναπτύσσεται τριβή μεταξύ των σωμάτων, ώστε το m_1 να μην ολισθαίνει το ως προς το m_2 κατά την διάρκεια της Α.Α.Τ;



3ο ΘΕΜΑ

Δύο όμοιες μεταλλικές ράβδοι, ΚΛ και ΜΝ, κάθε μία μάζας m, μήκους l και αντίστασης R, τοποθετούνται πάνω σε λείους, παράλληλους και με μηδενική ωμική αντίσταση μεταλλικούς οδηγούς, κάθετα στο μήκος τους (βλ. σχ.). Το επίπεδο των οδηγών είναι οριζόντιο. Η πειραματική διάταξη τοποθετείται εντός ομογενούς μαγνητικού πεδίου μαγνητικής επαγωγής B, οι δυναμικές γραμμές του οποίου είναι κάθετες στο επίπεδο των οδηγών. Οι ράβδοι τοποθετούνται σε τέτοιες θέσεις ώστε η μεταξύ τους απόσταση να είναι D. Την χρονική στιγμή 0 η ΚΛ εκτοξεύεται με ταχύτητα μέτρου υ_o σε κατεύθυνση παράλληλη προς τους δύο οδηγούς και φορά τέτοια ώστε να απομακρύνεται από την ΜΝ.



Γ.1. Να αποδείξετε ότι οι ταχύτητες των δύο ράβδων τελικά θα εξισωθούν.
Γ.2. Να υπολογίσετε την τελική απόσταση $D_{τελ}$ των δύο ράβδων.
Γ.3. Να υπολογίσετε την τελική ταχύτητα $\upsilon_{τελ}$ των δύο ράβδων.
Γ.4. Να υπολογίσετε το συνολικό ποσό $|Q|$ της θερμότητας που εκλύεται από την πειραματική διάταξη.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΡΟΥΣΕΙΣ-ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

$v_1+v_1'=v_2+v_2'$	$v_1'=\frac{2m_2}{m_1+m_2}v_2+\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1$	$v_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1+\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}v_2$

$v_1'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1$ $v_2'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1$ $\Sigma\vec{F}=m\vec{a}=\frac{d\vec{p}}{dt}$	$v=v_0+at$ $x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$ $v^2=v_0^2+2a\Delta x$ $T_{\text{ολ}}=\mu N$	$K=\frac{1}{2}mv^2$ $p=mv$ $v=\frac{ds}{dt}$	$a_{\kappa}=\frac{v^2}{r}$ $\omega=\frac{d\theta}{dt}$ $\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f$	$T=\frac{1}{f}$ $v_{\text{cm}}=\omega R$ $\alpha_{\gamma\omega\nu}=\frac{d\omega}{dt}$	$a_{\text{cm}}=a_{\gamma\omega\nu}R$ $\tau=F\ell=Fd$ $L=mvr$ $\Sigma\tau_{\varepsilon\xi}=\frac{dL}{dt}$

a : Επιτάχυνση E : Ενέργεια f : Συχνότητα F : Δύναμη $T_{\text{ολ}}$: Τριβή ολίσθησης N : Κάθετη δύναμη	K : Κινητική ενέργεια L : Στροφορμή ℓ, d : Μήκος ή Απόσταση m : Μάζα p : Ορμή R, r : Ακτίνα	s : Τόξο ή Διάστημα T : Περίοδος V : Όγκος v : Ταχύτητα W : Έργο x, y : Θέση Δx : Μετατόπιση	$\alpha_{\gamma\omega\nu}$: Γωνιακή επιτάχυνση μ : Συντελεστής τριβής θ : Γωνία ρ : Πυκνότητα τ : Ροπή ω : Γωνιακή ταχύτητα

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

$x=A\,\etaμ(\omega t+\phi)$ $v=\omega A\,\text{συν}(\omega t+\phi)$ $a=-\omega^2 A\,\etaμ(\omega t+\phi)$ $a=-\omega^2 x$ $F=-Dx$ $\omega=\sqrt{\frac{D}{m}}$	$D=m\omega^2$ $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ $U=\frac{1}{2}Dx^2$ $F=-bv$ $A=A_0e^{-\Lambda t}$	$\frac{A_0}{A_1}=\frac{A_1}{A_2}=\frac{A_2}{A_3}=...=$ σταθ. $f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ $v=\lambda f$ $y=A\,\etaμ\,2\pi\left(\frac{t}{T}\pm\frac{x}{\lambda}\right)$	$r_1-r_2=N\lambda,\ N\in\mathbb{Z}$ $r_1-r_2=(2N+1)\frac{\lambda}{2},\ N\in\mathbb{Z}$ $y=2A\,\text{συν}\frac{2\pi x}{\lambda}\,\etaμ\frac{2\pi t}{T}$ $x_{\text{K}}=0,\frac{\lambda}{2},...,N\frac{\lambda}{2}$ $x_{\Delta}=\frac{\lambda}{4},\frac{3\lambda}{4},...,(2N+1)\frac{\lambda}{4}$

A : Πλάτος x : Θέση v : Ταχύτητα a : Επιτάχυνση	ω : Γωνιακή συχνότητα ϕ : Αρχική φάση f : Συχνότητα f_0 : Ιδιοσυχνότητα	K ή k : Σταθερά ελατηρίου D : Σταθερά επαναφοράς T : Περίοδος b : Σταθερά απόσβεσης	λ : Μήκος κύματος U : Δυναμική ενέργεια y : Απομάκρυνση

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ - ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ - ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΑ

$E=\frac{F}{q}$ $I=\frac{dq}{dt}$ $I=\frac{V}{R}$ $I=\frac{\mathcal{E}}{R_{\text{ολ}}}$ $V=\frac{W}{q}$ $R_{\text{ολ}}=R_1+R_2+R_3$ $\frac{1}{R_{\text{ολ}}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$ $R=\rho\frac{\ell}{A}$ $\Delta B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\Delta\ell}{r^2}\,\etaμ\,\theta$	$B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{r}$ $B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}$ $\sum B\Delta\ell\,\text{συν}\,\theta=\mu_0 I_{\varepsilon\gamma\kappa}$ $B=\mu_0 In$ $n=\frac{N}{\ell}$ $\Phi_B=BA\,\text{συν}\,\theta$ $F=B\lvert q\rvert v\,\etaμ\,\phi$ $R=\frac{mv}{\lvert q\rvert B}$ $T=\frac{2\pi m}{\lvert q\rvert B}$ $v=\frac{E}{B}$	$F=BI\ell\,\etaμ\,\phi$ $F=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1I_2}{a}\ell$ $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}=Bv\ell$ $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}=\frac{1}{2}B\omega\ell^2$ $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}=-N\frac{d\Phi_B}{dt}$ $\mathcal{E}_{\alpha\upsilon\tau}=-L\frac{di}{dt}$ $L=\mu\mu_0\frac{N^2}{\ell}A$ $U=\frac{1}{2}LI^2$ $\frac{E}{B}=c$	$E=E_{\max}\,\etaμ\,2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ $B=B_{\max}\,\etaμ\,2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ $v=V\,\etaμ\,\omega t$ $V=NB\omega A$ $i=I\,\etaμ\,\omega t$ $i=\frac{v}{R}$ $I_{\varepsilon\nu}=\frac{I}{\sqrt{2}}$ $V_{\varepsilon\nu}=\frac{V}{\sqrt{2}}$ $p=vi$ $P=\frac{W}{T}$

A : Εμβαδόν
B : Μαγνητικό πεδίο
E : Ηλεκτρικό πεδίο, ΗΕΔ
$\mathcal{E}$: ΗΕΔ
$\mathcal{E}_{\text{επ.}}$: ΗΕΔ από επαγωγή
$\mathcal{E}_{\text{αυτ.}}$: ΗΕΔ από αυτεπαγωγή
L : Συντελεστής αυτεπαγωγής
I : Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος

V : Διαφορά δυναμικού
ℓ, d, a : Μήκος ή Απόσταση
U : Ενέργεια Μαγνητικού πεδίου
q : Ηλεκτρικό φορτίο
R : Αντίσταση
W : Έργο
$R_{\text{ολ}}$: Ολική αντίσταση
ρ : Ειδική αντίσταση
F : Δύναμη
T : Περίοδος

q : Ηλεκτρικό φορτίο
r : Ακτίνα ή Απόσταση
n : Αριθμός σπειρών ανά μονάδα μήκους
N : Αριθμός σπειρών
v : Ταχύτητα
Φ_B : Μαγνητική ροή
ϕ, θ : γωνία
μ : Μαγνητική διαπερατότητα
c : Ταχύτητα του φωτός

v : Στιγμιαία τάση
V : Πλάτος τάσης
i : Στιγμιαία ένταση
I : Πλάτος έντασης
$I_{\text{εν}}$: Ενεργός ένταση
$V_{\text{εν}}$: Ενεργός τάση
P : Μέση ισχύς
p : Στιγμιαία ισχύς
R : Αντίσταση
W : Ενέργεια ηλ. ρεύματος
Q : Θερμότητα

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

$$\lambda_{\max} T = \text{σταθερό}$$
$$c = \lambda f$$
$$E = hf = pc$$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$
$$K = hf - \phi$$

$$\lambda - \lambda' = \frac{h}{mc}(1 - \text{συν}\,\varphi)$$
$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{h}{2\pi}$$

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$$
$$\sum |\Psi|^2 \, dV = 1$$

T : Θερμοκρασία
E : Ενέργεια
p : Ορμή

c : Ταχύτητα φωτός
f : Συχνότητα
x : Θέση

λ : Μήκος κύματος
φ : Γωνία
t : Χρόνος

ϕ : Έργο εξαγωγής
V : Όγκος
Ψ : Κυματοσυνάρτηση

Πολλαπλάσια - Υποπολλαπλάσια

10^{12}	→ Tera (T)	10^{3}	→ kilo (k)	10^{-6}	→ micro (μ)
10^{9}	→ Giga (G)	10^{-2}	→ centi (c)	10^{-9}	→ nano (n)
10^{6}	→ Mega (M)	10^{-3}	→ milli (m)	10^{-12}	→ pico (p)

Σταθερές

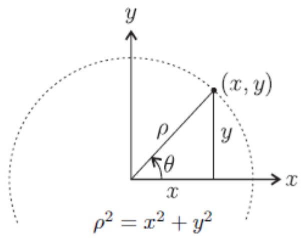
Μάζα Πρωτονίου
$$m_p = 1,67 \times 10^{-27}\,\text{kg}$$
Μάζα Νετρονίου
$$m_n = 1,67 \times 10^{-27}\,\text{kg}$$
Μάζα Ηλεκτρονίου
$$m_e = 9,11 \times 10^{-31}\,\text{kg}$$
Απόλυτη τιμή φορτίου ηλεκτρονίου
$$e = 1,6 \times 10^{-19}\,\text{C}$$

Ηλεκτρονιοβόλτ
$$1\,\text{eV} = 1,6 \times 10^{-19}\,\text{J}$$
Ταχύτητα του φωτός
$$c = 3 \times 10^{8}\,\text{m/s}$$
Επιτάχυνση λόγω βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια της Γης
$$g_0 = 9,8\,\text{m/s}^2$$
Ηλεκτρική Σταθερά
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^{9}\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$$

Σταθερά της Παγκόσμιας Έλξης
$$G = 6,67 \times 10^{-11}\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$$
Μαγνητική διαπερατότητα του κενού
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\text{T}\cdot\text{m/A}$$
Σταθερά του Planck
$$h = 6,63 \times 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$$
$$h = 4,14 \times 10^{-15}\,\text{eV}\cdot\text{s}$$
$$hc = 12,42 \times 10^{-7}\,\text{eV}\cdot\text{m}$$
$$hc = 1242\,\text{eV}\cdot\text{nm} \simeq 1200\,\text{eV}\cdot\text{nm}$$

Μαθηματικό Βοήθημα

θ (°)	ημ θ	συν θ	εφ θ
$0°$	0	1	0
$30°$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$37°$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$
$45°$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$53°$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{3}$
$60°$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$90°$	1	0	–



$$\rho^2 = x^2 + y^2$$
$$\text{ημ}\,\theta = \frac{y}{\rho}, \quad \text{συν}\,\theta = \frac{x}{\rho}, \quad \text{εφ}\,\theta = \frac{y}{x}$$

Εμβαδόν Παραλληλογράμμου : $A = \beta\upsilon$
Περίμετρος Κύκλου : $C = 2\pi r$
Εμβαδόν Κύκλου : $A = \pi r^2$
Εμβαδόν Σφαίρας : $A = 4\pi r^2$
Όγκος Σφαίρας : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Μήκος τόξου κύκλου : $s = \theta r$
$$\text{ημ}\,A + \text{ημ}\,B = 2\,\text{συν}\frac{A-B}{2}\,\text{ημ}\frac{A+B}{2}$$

ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Επώνυμο: ………………………………….. Όνομα: …………………… Τάξη: …

Πατρώνυμο: ………………. Μητρώνυμο: …………………

Σχολείο: ………………...……….………. Τηλέφωνο Σχολείου: ………………

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1ο ΘΕΜΑ

Α.1.

Α.2. $\sum_{\widehat{A\Gamma}} B_i dl_i \sigma\upsilon\nu\varphi_i =$

……………………………………..

2ο ΘΕΜΑ

Β.1. $D_{1,2} =$………….. , **Β.2.** $\mu_{min} =$………….. , **Β.3.** ………………………...

3ο ΘΕΜΑ

Γ.1. (στο τετράδιο) , **Γ.2.** $D_{\tau\varepsilon\lambda} =$………….. , **Γ.3.** $\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} =$………….. , **Γ.4.** $|Q| =$…………..

Καλή επιτυχία!

Συνοπτικές Απαντήσεις

1ο ΘΕΜΑ

Α.1. Το κύμα $y_1 = f(x,t)$ περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_1 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \text{ με } t \geq \frac{x}{\upsilon}$$

Το κύμα $y_2 = f(x,t)$ από την εξίσωση:

$$y_2 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi\right) \text{ με } t \geq -\frac{x}{\upsilon}$$

όπου x η τετμημένη θέσης.

Από τη συμβολή των δύο κυμάτων προκύπτει στάσιμο. Εφαρμόζουμε την γνωστή μεθοδολογία υπολογισμού του τύπου της συνάρτησης που το περιγράφει, συνυπολογίζοντας την αρχική φάση της δεύτερης κυματικής συνιστώσας:

$$y = y_1 + y_2 = A\left[\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) + \eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi\right)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 2A\sigma\upsilon\nu\frac{\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) - \left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi\right)}{2} \cdot \eta\mu\frac{\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) + \left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi\right)}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 2A\sigma\upsilon\nu\left[-\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)\right] \cdot \eta\mu\left[\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}\right)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \eta\mu\left[\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

όπου: $-\upsilon t \leq x \leq \upsilon t$

Την χρονική στιγμή $t = \frac{3T}{2}$, έχει δημιουργηθεί στάσιμο κύμα μεταξύ των θέσεων $-\frac{3}{2}\lambda \leq x \leq \frac{3}{2}\lambda$, το στιγμιότυπο του οποίου περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \eta\mu\left[\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3T}{2} + \frac{\pi}{2}\right)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \eta\mu\left[\left(3\pi + \frac{\pi}{2}\right)\right] \Rightarrow y = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right) \cdot (-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = -2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)$$

Την ίδια στιγμή, στην περιοχή με: $-\frac{5}{2}\lambda \leq x \leq -\frac{3}{2}\lambda$ διαδίδεται το κύμα $y_1 = f(x,t)$, το στιγμιότυπο του οποίου περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_1 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{3T}{2} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \Rightarrow y_1 = A\eta\mu\left(3\pi - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \Rightarrow y_1 = A\eta\mu\left(\pi - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \Rightarrow$$

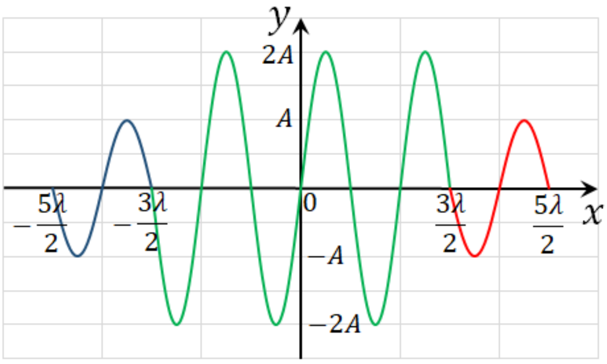
$$\Rightarrow y_1 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \Rightarrow$$

ενώ στην περιοχή με: $\frac{3}{2}\lambda \leq x \leq \frac{5}{2}\lambda$ διαδίδεται το κύμα $y_2 = f(x,t)$, το στιγμιότυπο του οποίου περιγράφεται από την εξίσωση:

$$y_2 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{3T}{2} + \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi\right) \Rightarrow y_2 = A\eta\mu\left(4\pi + \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \Rightarrow$$

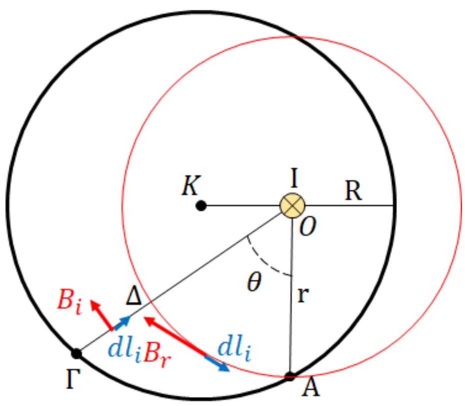
$$\Rightarrow y_2 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Συνεπώς, η μορφή της χορδής κατά την ζητούμενη χρονική στιγμή είναι αυτή που φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Α.2. Σχεδιάζουμε ένα κύκλο κέντρου O και ακτίνας $r = (OA)$ ο οποίος τέμνει την ΓO σε σημείο έστω Δ (βλ. σχήμα).
Έτσι, σχηματίζεται ο βρόχος $A\Gamma\Delta A$, τον οποίο πρέπει να διατρέξουμε ωρολογιακά, αφού μας ζητείται η κυκλοφορία στο (προσανατολισμένο) τόξο $\widehat{A\Gamma}$.
Εφαρμόζοντας στον βρόχο τον νόμο του Ampère προκύπτει:

$$\sum_{(A\Gamma\Delta A)} B_i dl_i \sigma\upsilon\nu\varphi_i = \mu_o I_{\varepsilon\gamma\kappa} = 0$$



Κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος $(ΓΔ)$ η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετη στα στοιχειώδη τμήματα dl_i.
Επίσης, για όλα τα στοιχειώδη μήκη του τόξου $\widehat{ΔΑ}$, η γωνία ισούται με $180°$.
Έχουμε λοιπόν:

$$\sum_{\widehat{ΑΓ}} B_i dl_i συνφ_i + \sum_{(ΓΔ)} B_i dl_i συν90° + \sum_{(\widehat{ΔΑ})} B_i dl_i συν180° = 0$$

Λόγω συμμετρίας, το μέτρο B της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργεί ο ευθύγραμμος αγωγός απείρου μήκους, είναι ίδιο σε όλα τα σημεία του τόξου $\widehat{ΔΑ}$ που απέχουν απόσταση $r = (OA)$ από τον αγωγό. Το μέτρο αυτό ισούται με:

$$B_r = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r}$$

Συνεπώς για την ζητούμενη έκφραση της κυκλοφορίας ισχύει:

$$\sum_{\widehat{ΑΓ}} B_i dl_i συνφ_i + \sum_{(ΓΔ)} B_i dl_i \cdot 0 + \sum_{(\widehat{ΔΑ})} B_r dl_i \cdot (-1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_{\widehat{ΑΓ}} B_i dl_i συνφ_i + 0 - B_r \cdot \sum_{(\widehat{ΔΑ})} dl_i = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_{\widehat{ΑΓ}} B_i dl_i συνφ_i + 0 - B_r \cdot r \cdot \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_{\widehat{ΑΓ}} B_i dl_i συνφ_i = B_r \cdot r \cdot \frac{\pi}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_{\widehat{ΑΓ}} B_i dl_i συνφ_i = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r} \cdot r \cdot \frac{\pi}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_{\widehat{ΑΓ}} B_i dl_i συνφ_i = \frac{\mu_o \cdot I}{6}$$

2ο ΘΕΜΑ

Β.1. Στην θέση ισορροπίας η συνισταμένη δύναμη σε κάθε σώμα ισούται με μηδέν. Άρα, για το σώμα μάζας m_1 ισχύει:

$$k_1 Δl = m_1 g ημφ \quad (1)$$

και για το σώμα μάζας m_2:

$$k_2 Δl = m_2 g ημφ \quad (2)$$

Αφού στην θέση αυτή τα σώματα δεν δέχονται τριβή.

Θεωρώντας ως θετική την φορά προς τα πάνω, σε τυχαία απομάκρυνση x από την θέση ισορροπίας, στο σύστημα των δύο σωμάτων ασκούνται οι δυνάμεις από τα δύο ελατήρια:

$$F'_{\varepsilon\lambda\alpha\tau,1} = k_1(\Delta l - x)$$

και

$$F'_{\varepsilon\lambda\alpha\tau,2} = k_2(\Delta l - x)$$

Συνεπώς:

$$\Sigma F = k_1(\Delta l - x) + k_2(\Delta l - x) - m_1 g\eta\mu\varphi - m_2 g\eta\mu\varphi \xRightarrow{(1),(2)}$$

$$\Rightarrow \Sigma F = -(k_1 + k_2)x \quad (3)$$

Άρα, το σύστημα των δύο σωμάτων εκτελεί Α.Α.Τ. με

$$D = k_1 + k_2 \quad (4)$$

και

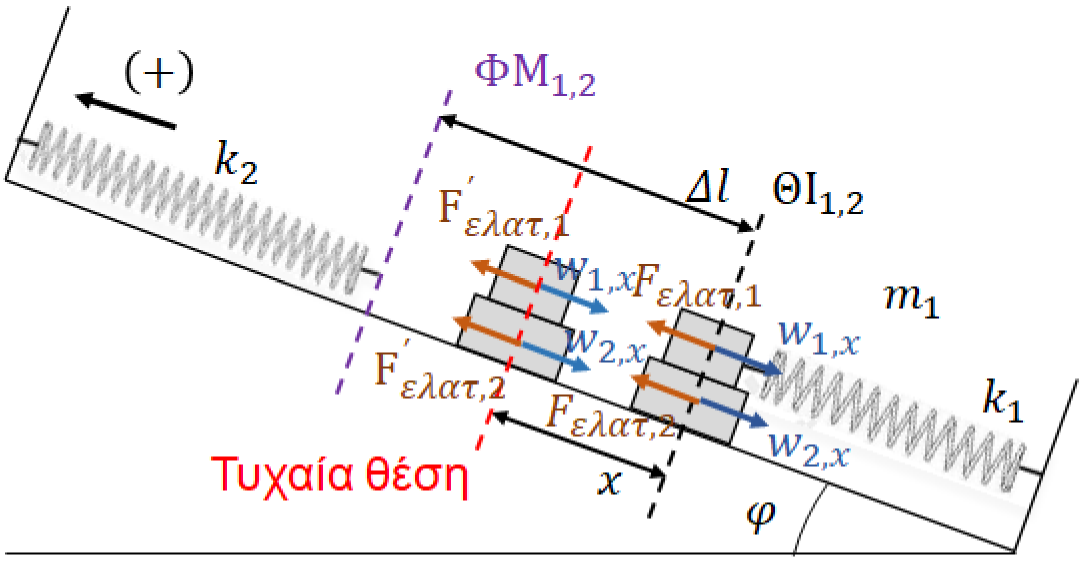
$$\omega = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m_1+m_2}} \quad (5)$$

Β.2. Για να εξετάσουμε την ταλάντωση του κάθε σώματος χωριστά, υπολογίζουμε τις σταθερές επαναφοράς:

$$D_1 = m_1\omega^2 = \frac{m_1}{m_1+m_2}(k_1 + k_2) \quad (6)$$

και

$$D_2 = m_2\omega^2 = \frac{m_2}{m_1+m_2}(k_1 + k_2) \quad (7)$$



Υπολογισμός στατικής τριβής T_1 στο σώμα μάζας m_1: Σε τυχαία θέση που απέχει κατά x από την Θέση Ισορροπίας της Α.Α.Τ., σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα: ΣΧΟΛΙΟ: Η φορά της T_1 δεν μπορεί να προβλεφθεί επειδή η $F_{\varepsilon\lambda\alpha\tau,1}$ και $w_{1,x}$ δικαιολογούν την κατεύθυνση της δύναμης επαναφοράς για το σώμα. ΑΡΑ στην ΤΥΧΑΙΑ ΘΕΣΗ:

$$\pm T_1 + k_1(\Delta l - x) - m_1 g\eta\mu\varphi = -D_1 x \overset{(6)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \pm T_1 + k_1(\Delta l - x) - m_1 g\eta\mu\varphi = -\frac{m_1}{m_1+m_2}(k_1+k_2)x \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \pm T_1 - k_1 x = -\frac{m_1}{m_1+m_2}(k_1+k_2)x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = \left|\frac{k_1(m_1+m_2) - m_1(k_1+k_2)}{m_1+m_2}\right| x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = \left|\frac{k_1 m_2 - k_2 m_1}{m_1+m_2}\right| x \quad (8)$$

Άρα, η μέγιστη απαιτούμενη τριβή είναι:

$$T_{1,\alpha\pi\alpha\iota\tau,max} = \left|\frac{k_1 m_2 - k_2 m_1}{m_1+m_2}\right| A \quad (9)$$

και πρέπει να μην υπερβαίνει την μέγιστη διαθέσιμη στατική τριβή, δηλαδή:

$$T_{1,\alpha\pi\alpha\iota\tau,max} \le \mu_{\sigma\tau} N_1 \xrightarrow[N_1 = m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi]{\Sigma F_y = 0} T_{1,\alpha\pi\alpha\iota\tau,max} \le \mu_{\sigma\tau} m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|\frac{k_1 m_2 - k_2 m_1}{m_1+m_2}\right| A \le \mu_{\sigma\tau} m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_{\sigma\tau} \ge \left|\frac{k_1 m_2 - k_2 m_1}{(m_1+m_2) m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi}\right| A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_{\sigma\tau,min} = \left|\frac{k_1 m_2 - k_2 m_1}{(m_1+m_2) m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi}\right| A \overset{A=\Delta l}{\Longrightarrow}$$

$$\Rightarrow \mu_{\sigma\tau,min} = \left|\frac{k_1 m_2 - k_2 m_1}{(m_1+m_2) m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi}\right| \Delta l \quad (10)$$

Β.3. Στην τυχαία απομάκρυνση x της νέας Α.Α.Τ. ισχύει:

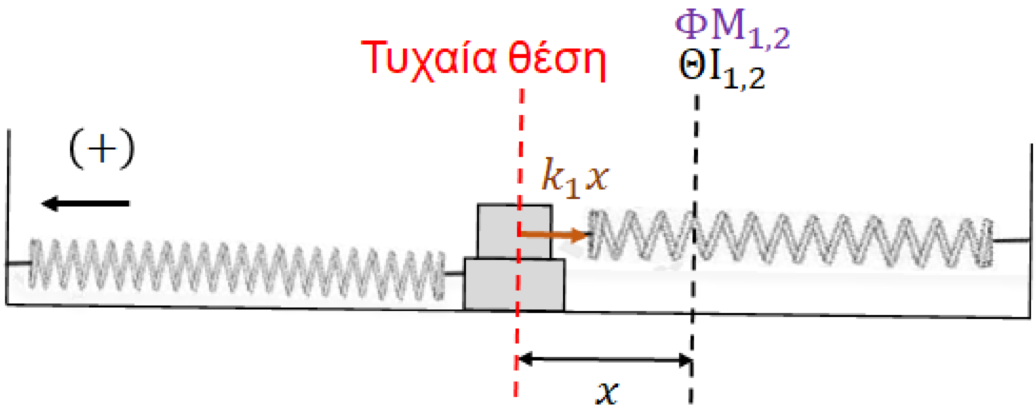
$$\pm T_1 - k_1 x = -D_1 x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = \left|\frac{k_1 m_2 - k_2 m_1}{m_1+m_2}\right| x \overset{(9),(10)}{\Longrightarrow}$$

και

$$\left|\frac{k_1m_2 - k_2m_1}{m_1 + m_2}\right| \Delta l \le \mu_{\sigma\tau} m_1 g \Rightarrow$$

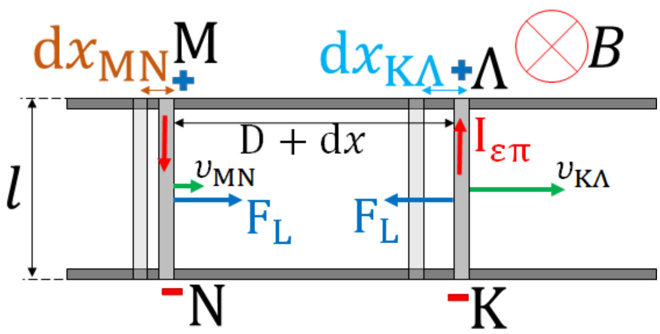
$$\Rightarrow \mu_{\sigma\tau,min} = \left|\frac{k_1m_2 - k_2m_1}{(m_1 + m_2)m_1 g}\right| \Delta l \quad (11)$$



Ο συντελεστής τριβής μηδενίζεται όταν

$$k_1m_2 = k_2m_1 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{m_1}{m_2} \; (12)$$

3ο ΘΕΜΑ



Γ.1. Λόγω της κίνησης της ράβδου ΚΛ μέσα στο μαγνητικό πεδίο (βλ. σχ.) εμφανίζεται στα άκρα της επαγωγική ΗΕΔ με πολικότητα τέτοια ώστε $V_\Lambda > V_K$.

Συνεπώς, διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα $I_{\varepsilon\pi}$ με φορά από το Κ προς το Λ, το αποτέλεσμα του οποίου είναι μια δύναμη Laplace που επιβραδύνει την ΚΛ.

Το ρεύμα αυτό εμφανίζει μια άλλη δύναμη στην (αρχικά ακίνητη) ράβδο ΜΝ, με αποτέλεσμα αυτή να επιταχύνεται κατά την φορά κίνησης της ΚΛ.

Μόλις όμως η ΜΝ τεθεί σε κίνηση ($t > 0$), εμφανίζει στα άκρα της μια επαγωγική ΗΕΔ με πολικότητα τέτοια ώστε $V_M > V_N$, δηλαδή οι δύο επαγωγικές ΗΕΔ τείνουν να αλληλοαναιρεθούν.

Επειδή όμως αρχικά $\upsilon_{K\Lambda} > \upsilon_{MN}$ τόσο η συνολική επαγωγική ΗΕΔ στο κύκλωμα, όσο και το επαγωγικό ρεύμα διαφέρουν από το μηδέν.

Η $\upsilon_{K\Lambda}$ μειώνεται συνεχώς ενώ, ταυτόχρονα, η υ_{MN} αυξάνεται. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι κάποτε θα εξισωθούν.

Εκείνη την στιγμή η συνολική επαγωγική ΗΕΔ θα μηδενιστεί.

Από την στιγμή εκείνη και μετά το κύκλωμα δεν θα διαρρέεται από ρεύμα και οι ράβδοι θα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Γ.2. Έστω, ότι την χρονική στιγμή dt οι ράβδοι έχουν μετακινηθεί κατά $dx_{K\Lambda}$ και dx_{MN} αντίστοιχα. Συνεπώς, η μεταξύ τους απόσταση έχει γίνει $D+dx$, με $dx = dx_{K\Lambda} - dx_{MN}$. Οι στιγμιαίες επαγωγικές ΗΕΔ είναι:

$$\begin{cases} E_{\varepsilon\pi,K\Lambda} = Bl\upsilon_{K\Lambda} \\ E_{\varepsilon\pi,MN} = Bl\upsilon_{MN} \end{cases}$$

Άρα

$$I_{\varepsilon\pi} = Bl\frac{\upsilon_{K\Lambda} - \upsilon_{MN}}{2R}$$

και

$$F_L = B^2l^2\frac{\upsilon_{K\Lambda} - \upsilon_{MN}}{2R}$$

Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$$|\alpha_{K\Lambda}| = |\alpha_{MN}| = B^2l^2\frac{\upsilon_{K\Lambda} - \upsilon_{MN}}{2mR}$$

Λαμβάνοντας υπ΄ όψη τις φορές των επιταχύνσεων, προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\begin{cases} \dfrac{d\upsilon_{K\Lambda}}{dt} = -B^2l^2\dfrac{\upsilon_{K\Lambda} - \upsilon_{MN}}{2mR} \\ \dfrac{d\upsilon_{MN}}{dt} = B^2l^2\dfrac{\upsilon_{K\Lambda} - \upsilon_{MN}}{2mR} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d\upsilon_{K\Lambda} = -B^2l^2\dfrac{\upsilon_{K\Lambda} - \upsilon_{MN}}{2mR}dt \\ d\upsilon_{MN} = B^2l^2\dfrac{\upsilon_{K\Lambda} - \upsilon_{MN}}{2mR}dt \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d\upsilon_{K\Lambda} = -B^2l^2\dfrac{\upsilon_{K\Lambda}dt - \upsilon_{MN}dt}{2mR} \\ d\upsilon_{MN} = B^2l^2\dfrac{\upsilon_{K\Lambda}dt - \upsilon_{MN}dt}{2mR}dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d\upsilon_{K\Lambda} = -B^2l^2\dfrac{dx_{K\Lambda} - dx_{MN}}{2mR} \\ d\upsilon_{MN} = B^2l^2\dfrac{dx_{K\Lambda} - dx_{MN}}{2mR} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d\upsilon_{K\Lambda} = -B^2l^2\dfrac{dx}{2mR} \\ d\upsilon_{MN} = B^2l^2\dfrac{dx}{2mR} \end{cases}$$

όπου θεωρήσαμε ότι στο απειροστό χρονικό διάστημα dt, μόνο οι πρωτοβάθμιοι όροι ως προς τον χρόνο έχουν σημασία, οπότε η κίνηση κάθε ράβδου είναι προσεγγιστικά ευθύγραμμη ομαλή.

Η συνολική μεταβολή της ταχύτητας της ράβδου ΚΛ θα είναι:

$$\Delta\upsilon_{K\Lambda} = \sum d\upsilon_{K\Lambda} \Rightarrow \Delta\upsilon_{K\Lambda} = \sum \left(-B^2 l^2 \frac{dx}{2mR}\right) \Rightarrow \Delta\upsilon_{K\Lambda} = \frac{-B^2 l^2}{2mR} \sum dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta\upsilon_{K\Lambda} = \frac{-B^2 l^2}{2mR} \Delta x$$

όπου με Δx συμβολίζουμε τη συνολική μεταβολή της απόστασης μεταξύ των δύο ράβδων.
Αντίστοιχα, για την ΜΝ έχουμε:

$$\Delta\upsilon_{MN} = \frac{B^2 l^2}{2mR} \Delta x$$

Για τις τελικές ταχύτητες των δύο ράβδων έχουμε:

$$\begin{cases} \upsilon_{K\Lambda,\tau\varepsilon\lambda} = \upsilon_o + \Delta\upsilon_{K\Lambda} \\ \upsilon_{MN,\tau\varepsilon\lambda} = \Delta\upsilon_{MN} \end{cases}$$

Όπως αποδείξαμε, οι τελικές ταχύτητες είναι ίσες, άρα ισχύει:

$$\upsilon_o + \Delta\upsilon_{K\Lambda} = 0 + \Delta\upsilon_{MN} \Rightarrow \upsilon_o - \frac{B^2 l^2}{2mR} \Delta x = \frac{B^2 l^2}{2mR} \Delta x \Rightarrow \frac{B^2 l^2}{mR} \Delta x = \upsilon_o \Rightarrow \Delta x = \frac{mR\upsilon_o}{B^2 l^2}$$

Προκύπτει λοιπόν:

$$D_{\tau\varepsilon\lambda} = D + \frac{mR\upsilon_o}{B^2 l^2}$$

Γ.3. Με βάση τα προηγούμενα αποτελέσματα έχουμε:

$$\begin{cases} \upsilon_{K\Lambda,\tau\varepsilon\lambda} = \upsilon_o - \dfrac{B^2 l^2}{2mR} \cdot \dfrac{mR\upsilon_o}{B^2 l^2} \\ \upsilon_{MN,\tau\varepsilon\lambda} = \dfrac{B^2 l^2}{2mR} \cdot \dfrac{mR\upsilon_o}{B^2 l^2} \end{cases} \Rightarrow \upsilon_{K\Lambda,\tau\varepsilon\lambda} = \upsilon_{MN,\tau\varepsilon\lambda} = \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{\upsilon_o}{2}$$

Γ.4. Η ενέργεια που παρέχεται αρχικά στο σύστημα είναι η κινητική ενέργεια της ράβδου ΚΛ. Αφού η πειραματική διάταξη θεωρείται απαλλαγμένη από τριβές, οι μόνες απώλειες οφείλονται στο φαινόμενο Joule.

Συνεπώς η θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον ισούται με:

$$|Q| = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow |Q| = \frac{1}{2} m\upsilon_o{}^2 - \left(\frac{1}{2} m\upsilon_{K\Lambda,\tau\varepsilon\lambda}{}^2 + \frac{1}{2} m\upsilon_{MN,\tau\varepsilon\lambda}{}^2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |Q| = \frac{1}{2} m\upsilon_o{}^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} m \frac{\upsilon_o{}^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |Q| = \frac{1}{4} m\upsilon_o{}^2$$