Πανελλήνιοι Διαγωνισμοί Φυσικών / Φυσικής "Αριστοτέλης"
Διεθνείς Ολυμπιάδες Φυσικής

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών / Τμήμα Φυσικής
Ελληνική Εταιρεία Φυσικής για την Επιστήμη και την Εκπαίδευση
Ένωση Ελλήνων Φυσικών

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ Λυκείου "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2018 - Α΄ Τάξη

10/03/2018

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Οι απαντήσεις σε *όλα* τα ερωτήματα θα πρέπει να αναγραφούν στο ***Φύλλο Απαντήσεων*** που θα σας δοθεί χωριστά από τις εκφωνήσεις, εκτός αν η εκφώνηση ορίζει διαφορετικά.
2. Η επεξεργασία των θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε φύλλα Α4 ή σε τετράδιο που θα σας δοθεί. Τα υλικά αυτά θα παραδοθούν στο τέλος της εξέτασης μαζί με το ***Φύλλο Απαντήσεων***.
3. Τα γραφήματα που ζητούνται θα το σχεδιάσετε στους ειδικούς χώρους του ***Φύλλου Απαντήσεων***.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1^{Ο} ΘΕΜΑ

Εισαγωγικό ένθετο

«Είναι σημάδι έμπειρου / φωτισμένου νου το να ικανοποιείται με τον βαθμό ακρίβειας που η φύση του θέματος επιτρέπει, και όχι να ψάχνει για την απόλυτη ακρίβεια όταν μόνο μια προσέγγιση της αλήθειας είναι δυνατή.» ***Αριστοτέλης***

Γιατί γίνονται εκτιμήσεις στην έρευνα;

Η ικανότητα εκτίμησης της τάξης μεγέθους μίας φυσικής ποσότητας είναι χρήσιμη τόσο στην επιστήμη όσο και σε άλλους τομείς:

- Για να κάνετε έναν γρήγορο έλεγχο πριν προβείτε σε ακριβέστερους υπολογισμούς
- Για την παροχή ενός πρόχειρου ελέγχου των αποτελεσμάτων ή υποθέσεων της έρευνας
- Για να λάβετε εκτιμήσεις των φυσικών ποσοτήτων όταν δεν υπάρχουν άλλοι τρόποι
- Για να λάβετε εκτιμήσεις των ποσοτήτων που είναι δύσκολο να μετρηθούν με ακρίβεια
- Για να ληφθούν εκτιμήσεις των ποσοτήτων για τις οποίες δεν υπάρχει ισχυρή θεωρητική πρόβλεψη (ιδιαίτερα σημαντικό σε τομείς όπως η αστροφυσική)
- Να προβλεφθούν όρια για πιθανές εναλλακτικές λύσεις σχεδιασμού

Διάσημοι φυσικοί όπως ο ***Enrico Fermi*** και ο ***Richard Feynman*** συχνά χρησιμοποιούσαν εκτιμήσεις τόσο στην έρευνα τους όσο και στην διδασκαλία της Φυσικής δίνοντας οδηγίες όπως οι παρακάτω :

1. Μην πανικοβληθείτε όταν δείτε το πρόβλημα
2. Καταγράψτε κάθε γεγονός που γνωρίζετε σχετικά με την ερώτηση
3. Σχεδιάστε μία ή περισσότερες πιθανές διαδικασίες για τον προσδιορισμό της απάντησης
4. Παρακολουθήστε τις υποθέσεις σας
5. Καταγράψτε τα πράγματα που θα πρέπει να γνωρίζετε για να απαντήσετε στην ερώτηση

Έλεγχος των εκτιμήσεών σας:

(1). Βεβαιωθείτε ότι οι εκτιμήσεις και οι υπολογισμοί σας είναι σωστών διαστάσεων! (έχουν τις σωστές μονάδες μέτρησης) Αυτό είναι ένα πολύ ισχυρό εργαλείο!

(2). Ελέγξτε την αξιοπιστία της εκτίμησής σας, ει δυνατόν

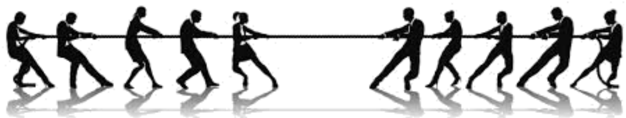
π.χ. εάν η απάντησή σας υπερβαίνει την ταχύτητα του φωτός στο κενό ή το μέγεθος του σύμπαντος, έχετε ένα πρόβλημα!

(3). Ελέγξτε την αξιοπιστία της εκτίμησής σας χρησιμοποιώντας μια εναλλακτική μέθοδο υπολογισμού.
Εξετάστε αν οι δύο μέθοδοι συμφωνούν ως προς την τάξη μεγέθους.
(4). Πραγματοποιήστε έναν "έλεγχο πραγματικότητας" στην εκτίμησή σας με βάση τον αριθμό και το μέγεθος των προσεγγίσεων που κάνατε.

Α.1. Υποθέστε ότι είστε μέλος μίας ομάδας μηχανικών που σχεδιάζει αερόσακους αυτοκινήτων. Στα υποθετικά σενάρια που μελετάτε με τους συνεργάτες σας, θεωρείτε ότι ένα αυτοκίνητο που κινείται με 80 km/h συγκρούεται μετωπικά με άλλο ακίνητο αυτοκίνητο. Αφού κάνετε μια εκτίμηση της απόστασης που διανύει το αυτοκίνητο μέχρι την ακινητοποίησή του, να υπολογίσετε το μέγιστο χρόνο Δt_{max} που απαιτείται για το άνοιγμα του αερόσακου που θα προστατέψει τον οδηγό. Επίσης να επισημάνετε το ρόλο που παίζει η χρήση της ζώνης ασφαλείας από τον οδηγό. Θεωρήστε ότι κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης η επιτάχυνση είναι σταθερή.

Α.2. Μια βραδιά με πανσέληνο κρατάς ένα μολύβι μπροστά από το ένα μάτι σου έχοντας το άλλο μάτι σου κλειστό. Παρατηρείς ότι, τοποθετώντας το μολύβι σε θέση περίπου 80 cm από το σώμα σου, το πάχος του μολυβιού καλύπτει ακριβώς το δίσκο της σελήνης. Χρησιμοποιώντας δεδομένα από τον πίνακα να εκτιμήσεις τη διάμετρο D της Σελήνης.

Α.3. Η διελκυστίνδα είναι ένα άθλημα που παίζεται μεταξύ δύο ομάδων, οι οποίες τραβούν ένα σχοινί προσπαθώντας η μία να τραβήξει την άλλη προς το μέρος της.



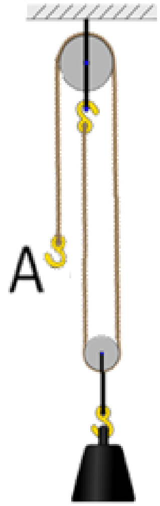
Η διελκυστίνδα στους Ολυμπιακούς Αγώνες διεξαγόταν από το 1900 ως το 1920, ενώ συμπεριλήφθηκε και στους Β΄ Διεθνείς Ολυμπιακούς Αγώνες του 1906 στην Αθήνα, στη λεγόμενη μεσοολυμπιάδα. Οι δυο ομάδες (ανδρικές ή γυναικείες) αποτελούνται από οκτώ άτομα και πρέπει το συνολικό σωματικό βάρος των αθλητών της μιας ομάδας να είναι το ίδιο με της αντιπάλου. Στην έναρξη του αγώνα το κέντρο του σχοινιού βρίσκεται ακριβώς πάνω από το σημείο εκκίνησης. Νικήτρια αναδεικνύεται η ομάδα που θα τραβήξει το σχοινί κατά τέσσερα μέτρα προς το μέρος της.

Κάποιος συμμαθητής σας ισχυρίζεται ότι δεν καταλαβαίνει πως αναδεικνύεται νικητής σε αυτό το παιχνίδι, αφού σύμφωνα με τον 3^{ο} νόμο του Newton κάθε ομάδα ασκεί δύναμη ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς στην άλλη μέσω του σχοινιού. Εξηγήστε λοιπόν σύντομα και κάνοντας χρήση όρων και επιχειρημάτων Φυσικής, τι καθορίζει το νικητή !

Πίνακας Δεδομένων Α θέματος	
Διάμετρος μολυβιού	0,7 cm
Μέση Απόσταση Γης Σελήνης	380000 km

2^{Ο} ΘΕΜΑ

Σε μία αποθήκη επιθυμούμε να ανυψώσουμε ένα κιβώτιο εμπορευμάτων μάζας M=100 kg χρησιμοποιώντας το σύστημα με τις δύο τροχαλίες που φαίνεται στο σχήμα.



B.1. Να υπολογίσετε την ελάχιστη δύναμη F_{min} που πρέπει να ασκηθεί στο άκρο A του σχοινιού, ώστε να ανυψωθεί το κιβώτιο.

B.2. Πόση είναι τότε η δύναμη $F_{ορ}$ που ασκείται από τη σταθερή τροχαλία στην οροφή;

B.3. Σε τι εξυπηρετεί η ύπαρξη της κινητής τροχαλίας;

B.4. Αν το όριο θραύσης του σχοινιού είναι $F_{θρ} = 625\ N$ να βρείτε τη μέγιστη επιτρεπόμενη επιτάχυνση $α_{max}$ ανύψωσης του κιβωτίου ώστε να μη σπάει το σχοινί.

Να θεωρήσετε ότι οι τροχαλίες έχουν αμελητέα μάζα σε σχέση με τη μάζα του κιβωτίου και ότι σε κάθε τροχαλία οι τάσεις στα τμήματα του σχοινιού που βρίσκονται εκατέρωθέν της (δηλ. αριστερά και δεξιά της) είναι ίσες. Δίνεται $g = 10\ m/s^2$.

3^{Ο} ΘΕΜΑ

Όταν ένα σώμα πέφτει στον αέρα και η μετωπική επιφάνεια του είναι αρκετά μεγάλη ώστε η αεροδυναμική αντίσταση να μην είναι αμελητέα, τότε το σώμα αποκτά μια σταθερή ταχύτητα που λέγεται οριακή ταχύτητα. Η οριακή (σταθερή) ταχύτητα προσεγγίζεται όταν η δύναμη αεροδυναμικής αντίστασης εξισωθεί με τη δύναμη του βάρους, εξαρτάται επομένως από τη μετωπική επιφάνεια, την ταχύτητα και τη μάζα. Στην περίπτωση αυτή υπάρχει αντίσταση στην κίνηση και η πτώση δεν είναι ελεύθερη. Παραδείγματα σωμάτων που κατά την κίνησή τους αποκτούν οριακή ταχύτητα, είναι η κίνηση του αλεξιπτωτιστή, η κίνηση των σταγόνων της βροχής και η κίνηση των σφαιρών που θα μελετήσετε στην άσκηση που ακολουθεί.

Δύο ομογενείς σφαίρες από το ίδιο υλικό με ακτίνες R και $2R$ αφήνονται να πέσουν χωρίς αρχική ταχύτητα μέσα στον ατμοσφαιρικό αέρα, τον οποίο θεωρούμε ακίνητο ως προς την επιφάνεια του εδάφους. Η δύναμη αντίστασης, που δέχεται κάθε σφαίρα καθώς κινείται με ταχύτητα $\vec{υ}$ μέσα στον ακίνητο αέρα, έχει φορά αντίθετη από αυτή της $\vec{υ}$ και το μέτρο της, προσεγγιστικά, δίνεται από τη σχέση $F_{αντ} = \frac{π}{4}ρR^2 \cdot υ^2$ όπου $ρ$ η πυκνότητα του αέρα.

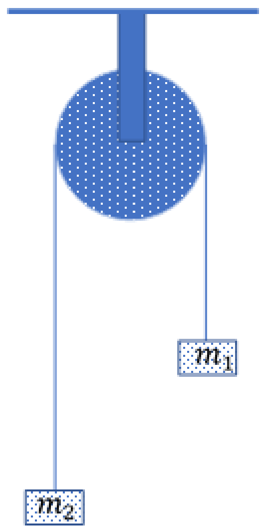
Γ.1. Να περιγράψετε το είδος της κίνησης που εκτελεί κάθε σφαίρα και να γράψετε μια σχέση που αποδεικνύει ότι το μέτρο της επιτάχυνσης εξαρτάται από την ταχύτητα.

Γ.2. Στο χώρο που θα βρείτε στο Φύλλο Απαντήσεων να σχεδιάσετε ποιοτικά το διάγραμμα της ταχύτητας μιας από τις δύο αυτές σφαίρες σε σχέση με το χρόνο. Ποια η κλίση α του διαγράμματος την $t = 0$;

Γ.3. Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{\upsilon_{o\rho(2)}}{\upsilon_{o\rho(1)}}$ των οριακών-σταθερών ταχυτήτων που θα αποκτήσουν οι δύο σφαίρες

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Η μηχανή Atwood είναι μια διάταξη που περιγράφηκε για πρώτη φορά από τον G. Atwood σε ένα βιβλίο του που εκδόθηκε το 1784. Μια απλοποιημένη εκδοχή της διάταξης, που αποτελείται από μια ακλόνητη τροχαλία και από δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 τα οποία κρέμονται εκατέρωθεν της τροχαλίας με τη βοήθεια νήματος, φαίνεται στο σχήμα.



Δ.1. Θεωρώντας ότι $m_1 > m_2$ και υποθέτοντας ότι οι μάζες της τροχαλίας και του νήματος που συνδέει τα δύο σώματα είναι αμελητέες να δείξετε ότι η κοινή επιτάχυνση που αποκτούν τα δύο σώματα δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g \Rightarrow \alpha = \frac{\Delta m}{M_{o\lambda\iota\kappa\acute{o}}} \cdot g$$

όπου Δm η διαφορά και $M_{o\lambda\iota\kappa\acute{o}}$ το άθροισμα των μαζών των δύο σωμάτων που κρέμονται στα δύο άκρα του νήματος.

Δ.2. Σκοπός του Atwood, όταν πρότεινε τη συγκεκριμένη διάταξη, ήταν η μέτρηση της επιτάχυνσης της βαρύτητας g. Καθώς δεν μπορούσε, την εποχή που πρότεινε τη διάταξη, να μετρήσει απευθείας την επιτάχυνση α, ήταν αναγκασμένος να μετρά την απόσταση που κατέρχεται το σώμα m_1 (ή που ανέρχεται το σώμα m_2) σε ορισμένο χρόνο t. Σήμερα, μπορούμε πολύ εύκολα να μετρήσουμε απευθείας την επιτάχυνση χρησιμοποιώντας στη θέση της μιας από τις δύο κινούμενες μάζες ένα «έξυπνο» κινητό τηλέφωνο (smartphone), εκμεταλλευόμενοι έτσι τον αισθητήρα επιτάχυνσης που είναι ενσωματωμένος σε όλα τα κινητά τηλέφωνα αυτού του τύπου.

Για το πείραμα χρησιμοποιούμε ένα κινητό τηλέφωνο στη θέση της μάζας m_1 με μάζα (μαζί με το σύστημα ανάρτησης) ίση με $290{,}2\,g$, στη θέση της δεύτερης μάζας m_2 χρησιμοποιούμε πέντε όμοια βαρίδια, το καθένα με μάζα ίση με $40\,g$ ενώ το σύστημα ανάρτησής τους έχει μάζα ίση με $20{,}3\,g$. Να υπολογίσετε τη συνολική μάζα $M_{o\lambda\iota\kappa\acute{o}}$ των σωμάτων που είναι κρεμασμένα στα δύο άκρα του νήματος

Αφού μετρήσουμε την επιτάχυνση που αποκτούν τα δύο σώματα με αυτή την αρχική διάταξη, στη συνέχεια μεταφέρουμε σταδιακά, κάθε φορά από ένα βαρίδι, από την μια στην άλλη πλευρά του νήματος και μετράμε και πάλι την επιτάχυνση των δύο σωμάτων. Οι μετρούμενες επιταχύνσεις καταγράφονται στον πίνακα που θα βρείτε στο Φύλλο

Απαντήσεων. Συμπληρώστε τον πίνακα με τις αντίστοιχες τιμές μαζών (στις τιμές της μάζας m_2 θα πρέπει να συμπεριλάβετε και τη μάζα του μηχανισμού ανάρτησης).

$m_1\ (kg)$		$m_2\ (kg)$		$\Delta m\ (kg)$	$\alpha\ (\frac{m}{s^2})$
Κινητό		5 βαρίδια			1,45
Κινητό + 1 βαρίδι		4 βαρίδια			2,92
Κινητό + 2 βαρίδια		3 βαρίδια			4,32
Κινητό + 3 βαρίδια		2 βαρίδια			5,80
Κινητό + 4 βαρίδια		1 βαρίδι			7,58
Κινητό + 5 βαρίδια		0 βαρίδια			8,75

Δ.3. Να γίνει η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης που αποκτά το σώμα σε συνάρτηση με τη διαφορά των δύο μαζών που επιταχύνονται στα άκρα του νήματος. Να υπολογίσετε την κλίση c και στη συνέχεια την επιτάχυνση της βαρύτητας g.

Δ.4. Υπολογίστε το % σχετικό σφάλμα k επί της θεωρητικά αναμενόμενης τιμής της επιτάχυνσης της βαρύτητας που είναι $g = 9{,}81\ m/s^2$.

Δ.5. Αν κάναμε το πείραμα χωρίς τη δυνατότητα απευθείας μέτρησης της επιτάχυνσης, αλλά μετρώντας το χρόνο t που απαιτείται ώστε κάθε φορά το κάθε σώμα στο άκρο του νήματος να κινηθεί διανύοντας απόσταση h ξεκινώντας από την ηρεμία, να προτείνετε τη γραφική παράσταση που θα έπρεπε να σχεδιάσουμε, σε μορφή ευθείας γραμμής, ώστε από την κλίση της να προσδιορίσουμε και πάλι την επιτάχυνση της βαρύτητας g.

Δ.6. Μπορείτε να σκεφτείτε κάποιους λόγους για τους οποίους ο Atwood επινόησε αυτή τη διάταξη προκειμένου να μετρήσει την επιτάχυνση της βαρύτητας αντί να προσπαθήσει να κάνει μετρήσεις απευθείας σε μια ελεύθερη πτώση;

Καλή Επιτυχία

ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Όνομα και Επώνυμο: ……………………………………………………

Όνομα Πατέρα: …………………….. Όνομα Μητέρας: …………………..

Σχολείο: ……………………….. Τάξη / Τμήμα: …………………………..…

Εξεταστικό Κέντρο: ……………………..…………………………………

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

ΘΕΜΑ 1^{ο}

Α.1. Δt_{max} =…………………..

____

____

____

Α.2. D =…………………..

Α.3. ____

____

____

____

____

ΘΕΜΑ 2^{ο}

Β.1. F_{min} =………………………….

Β.2. $F_{o\rho}$ =………………………….

Β.3. ____

____

____

____

Β.4. α_{max} =………………………….

ΘΕΜΑ 3^{Ο}

Γ.1. ____

____

____

Ζητούμενη σχέση: ____

Γ.2.

$\alpha = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Γ.3. $\frac{\upsilon_{o\rho(2)}}{\upsilon_{o\rho(1)}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Δ.1.

____

____

____

____

____

____

____

Δ.2. $M_{o\lambda\iota\kappa\acute{o}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$m_1\ (kg)$		$m_2\ (kg)$		$\Delta m\ (kg)$	$\alpha\ (\frac{m}{s^2})$
Κινητό		5 βαρίδια			1,45
Κινητό + 1 βαρίδι		4 βαρίδια			2,92
Κινητό + 2 βαρίδια		3 βαρίδια			4,32
Κινητό + 3 βαρίδια		2 βαρίδια			5,80
Κινητό + 4 βαρίδια		1 βαρίδι			7,58
Κινητό + 5 βαρίδια		0 βαρίδια			8,75

Δ.3.

$c =$………………….. $g =$…………………..

Δ.4. $k =$…………………..

Δ.5. Προτεινόμενη γραφική παράσταση:…………………………………….

Κλίση γραφικής παράστασης: ……………………………………

Δ.6. ____

____

____

____

____

____

Συνοπτικές Απαντήσεις

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

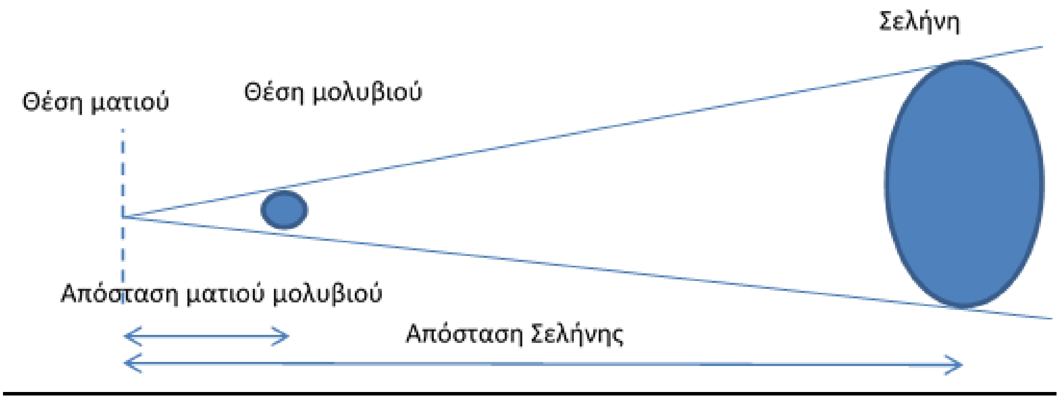
1^{Ο} ΘΕΜΑ

Α.1. Υποθέτουμε ότι κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης η επιτάχυνση είναι σταθερή και ότι το αυτοκίνητο θα ακινητοποιηθεί σε μία ενδεικτική απόσταση 2m. Τότε από τις εξισώσεις κίνησης $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha \cdot t$ και $\Delta\chi = \upsilon_0 . t - \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2$, για $\upsilon = 0$, $\upsilon_0 = 80\ km/h$ = *22m/s και* $\Delta\chi = 2m$, *προκύπτει* $\alpha = 121 m/s^2$ *και* $t = 0{,}2s$. *Άρα ο αερόσακος που θα κατασκευάσετε πρέπει να ανοίξει σε χρόνο μικρότερο των* $0{,}2s$. *Η ζώνη ασφαλείας κρατά το σώμα του οδηγού σε σταθερή θέση κατά το άνοιγμα του αερόσακου έτσι ώστε η δύναμη εξαιτίας της επιβράδυνσης να κατανεμηθεί κατά το δυνατόν σε μεγαλύτερη επιφάνεια του σώματος του.*

Α.2. Κάνοντας ένα απλό σχήμα όπως το παρακάτω και χρησιμοποιώντας την ομοιότητα των τριγώνων, ισχύει:

$$\frac{\text{Διάμετρος μολυβιού}}{\text{απόσταση μολυβιού από το μάτι}} = \frac{\text{διάμετρος Σελήνης}}{\text{απόσταση Γης Σελήνης}}$$

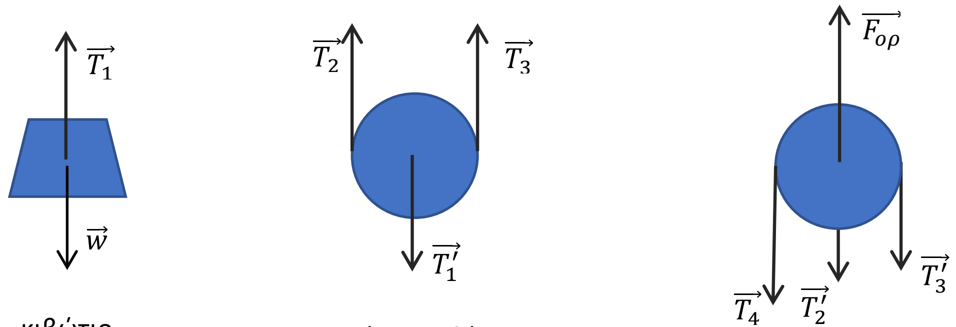
$\frac{0{,}7cm}{80\ cm} = \frac{D}{380000km}$, και με αντικατάσταση προκύπτει $D = 3325\ Km$ *εκτίμηση* που προσεγγίζει ικανοποιητικά τη **διάμετρο** της **σελήνης** η οποία είναι 3.476 χιλιόμετρα (περίπου το 1/4 της γήινης).



Α.3. Ο μαθητής που ισχυρίζεται ότι σύμφωνα με τον 3^{ο} νόμο του Newton κάθε ομάδα ασκεί δύναμη ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς στην άλλη μέσω του σχοινιού έχει δίκιο. Νικήτρια αναδεικνύεται η ομάδα, οι αθλητές της οποίας ασκούν μεγαλύτερη οριζόντια δύναμη στο έδαφος «σπρώχνοντας» προς αυτό. Το έδαφος ασκεί σύμφωνα με τον 3^{ο} νόμο του Newton δύναμη τριβής ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς σε κάθε αθλητή. Η μεγαλύτερη συνισταμένη των οριζόντιων συνιστωσών αυτής της δύναμης για τους οκτώ αθλητές, καθορίζει και τη νικήτρια ομάδα!

2^{o} ΘΕΜΑ

Στα σχήματα που ακολουθούν εικονίζονται διαγράμματα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο εμπορευμάτων, στην κινητή τροχαλία και στην ακίνητη τροχαλία.



κιβώτιο　　Κινητή τροχαλία　　Ακίνητη τροχαλία

Β.1. Η ελάχιστη δύναμη F_{min} που πρέπει να ασκηθεί στο άκρο Α του σχοινιού, ώστε να ανυψωθεί το κιβώτιο ασκείται όταν το κιβώτιο ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα, οπότε, για το κιβώτιο ισχύει:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow T_1 = w = 1000N,$$

Για την κινητή τροχαλία ισχύει:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{T_1'} = \overrightarrow{T_2} + \overrightarrow{T_3},$$

Λόγω του 3^{ου} νόμου του Newton, $\overrightarrow{T_1'} = \overrightarrow{T_1} = 1000N$, και λόγω της υπόδειξης ότι σε κάθε τροχαλία οι τιμές των τάσεων στα τμήματα του σχοινιού που βρίσκονται εκατέρωθεν της είναι ίσες ισχύει ότι : $\overrightarrow{T_2} = \overrightarrow{T_3}$
Άρα, $1000 = \overrightarrow{T_2} + \overrightarrow{T_3} = 2 \cdot \overrightarrow{T_2}$ οπότε προκύπτει ότι, $\overrightarrow{T_2}$=$\overrightarrow{T_3} = 500N$
Για την ακίνητη τροχαλία ισχύει:

$$\sum F = 0 \Rightarrow \vec{F}_{o\rho} = \vec{T}_4 + \vec{T'}_2 + \vec{T'}_3,$$

Λόγω του 3^{ου} νόμου του Newton, $\overrightarrow{\mathrm{T}_3'} = \overrightarrow{\mathrm{T}_3} = 500\mathrm{N}$ $\acute{o}\pi\omega\varsigma\ \kappa\alpha\iota\ \overrightarrow{T_2'} = \overrightarrow{T_2} = 500N$, και λόγω της θεώρησης ότι σε κάθε τροχαλία οι τιμές των τάσεων στα τμήματα του σχοινιού που βρίσκονται εκατέρωθεν της είναι ίσες ισχύει ότι : $\overrightarrow{T_4} = \overrightarrow{\mathrm{T}_3'} = 500N$,
Η ζητούμενη δύναμη έχει ίδιο μέτρο με την $\vec{T}_4$,

$$\vec{F}_{min} = \vec{T}_4 = 500N$$

Β.2. $\sum F = 0,\ \overrightarrow{F_{o\rho}} = \overrightarrow{T_4} + \overrightarrow{T_2'} + \overrightarrow{T_3'} = 500 + 500 + 500 = 1500N$

Β.3. Η διπλή τροχαλία είναι μία απλή μηχανή που δίνει την δυνατότητα στον άνθρωπο να ανυψώσει το κιβώτιο ασκώντας δύναμη, το μέτρο της οποίας είναι ίσο με το μισό του βάρους του κιβωτίου. Το άλλο μισό το στηρίζει η $\overrightarrow{T_2}$, δηλ. η οροφή.

Β.4. Για την κίνηση του κιβωτίου ισχύει:

$$\sum F = M \cdot \alpha \Rightarrow \vec{T_1} + \vec{w} = 100 \cdot \vec{\alpha} \Rightarrow T_1 - w = 100 \cdot \alpha \ (1)$$

Για τη σχέση των τάσεων των νημάτων ισχύει όπως αναφέρεται αναλυτικά στο ερώτημα Β.1.

$$\vec{T_3'} = \vec{T_2} = \vec{T_3} = \vec{T_4}$$

Αν λοιπόν θέσουμε να έχουν μέτρο ίσο με το όριο θραύσης του σχοινιού, τότε προκύπτει:

$$\vec{T_1} = \vec{T_1'} = \vec{T_2} + \vec{T_3} = 2 \cdot \vec{T_2} = 2 \cdot 650 = 1300N,$$

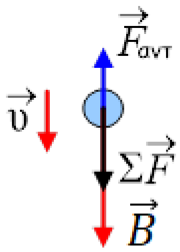
Και αντικαθιστώντας στην (1):

$$\alpha = 3\ m/s^2,$$

άρα για να μην σπάει το σχοινί, πρέπει το σώμα να ανυψώνεται με $\alpha < 3\ m/s^2$

3^Ο ΘΕΜΑ

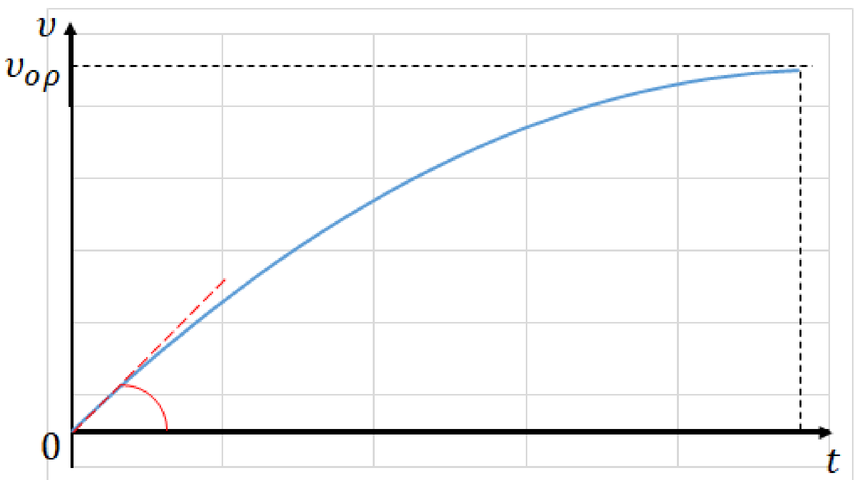
Γ.1. Καθώς η σφαίρα πέφτει δέχεται την επίδραση του βάρους της και της αντίστασης του αέρα. Αρχικά η δύναμη αντίστασης είναι μικρότερη του βάρους και η σφαίρα επιταχύνεται, με στιγμιαία επιτάχυνση:



$$\Sigma F = ma \Rightarrow mg - F_{\alpha\nu\tau} = ma \Rightarrow a = \frac{mg - F_{\alpha\nu\tau}}{m} = g - \frac{F_{\alpha\nu\tau}}{m} = g - \frac{\frac{\pi}{4}\rho R^2 \cdot \upsilon^2}{m} \Rightarrow a = g - \frac{\pi\rho R^2}{4m}\upsilon^2$$

Καθώς αυξάνει το μέτρο της ταχύτητας, μειώνεται η επιτάχυνση. Έτσι κάθε σφαίρα εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση, με επιτάχυνση της οποίας το μέτρο μειώνεται. Κάποια στιγμή η σφαίρα παύει να επιταχύνεται και αποκτά οριακή ταχύτητα.

Γ.2.

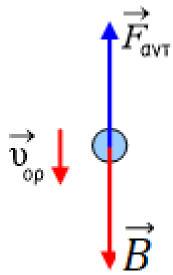


Η σφαίρα την $t = 0$, αφού τότε $\upsilon = 0$, δέχεται $F_{αντ} = 0$, οπότε: $a = g$. Η κλίση του διαγράμματος είναι ίση με τη στιγμιαία επιτάχυνση, άρα η κλίση του διαγράμματος τη στιγμή $t = 0$, είναι: $\frac{d\upsilon}{dt} = a = g$

Γ.3. Η σφαίρα αποκτά οριακή ταχύτητα όταν πάψει να επιταχύνεται, δηλαδή όταν:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow mg = F_{αντ} \Rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho_{σφ} \cdot g = \frac{\pi}{4}\rho R^2 \cdot \upsilon_{ορ}^2 \Rightarrow \upsilon_{ορ}^2 = \frac{16}{3}\frac{\rho_{σφ}}{\rho} gR \Rightarrow \upsilon_{ορ} = 4\sqrt{\frac{\rho_{σφ}}{\rho}\frac{gR}{3}}$$

Η οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει η μικρή σφαίρα θα έχει τιμή



$$\upsilon_{ορ(1)} = 4\sqrt{\frac{\rho_{σφ}}{\rho}\frac{gR}{3}}$$

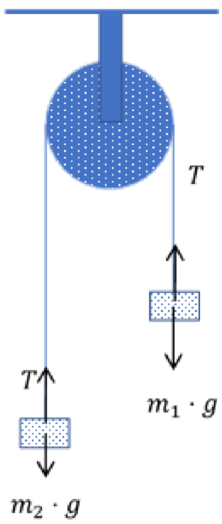
ενώ η οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει η μεγάλη σφαίρα θα έχει τιμή

$$\upsilon_{ορ(2)} = 4\sqrt{\frac{\rho_{σφ}}{\rho}\frac{g2R}{3}} \Rightarrow \upsilon_{ορ(2)} = 4\sqrt{\frac{\rho_{σφ}}{\rho}\frac{gR}{3}}\sqrt{2} \Rightarrow \upsilon_{ορ(2)} = \upsilon_{ορ(1)}\sqrt{2}$$

Άρα:

$$\frac{\upsilon_{ορ(2)}}{\upsilon_{ορ(1)}} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ



Δ.1. Αφού σημειώσουμε τις δυνάμεις στα δύο σώματα, όπως φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα, όπου η δύναμη που ασκεί το νήμα στα δύο του άκρα είναι ή ίδια καθώς τόσο το νήμα όσο και η τροχαλία δεν έχουν μάζα, με βάση το 2ο Νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα προκύπτει:

Για το σώμα 1:
$m_1 \cdot g - T = m_1 \cdot a$

Για το σώμα 2:
$T - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a$

με την επιτάχυνση να είναι η ίδια και για τα δύο σώματα.
Με πρόσθεση κατά μέλη προκύπτει ότι:

$$m_1 \cdot g - m_2 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g \Rightarrow a = \frac{\Delta m}{M_{ολικό}} \cdot g$$

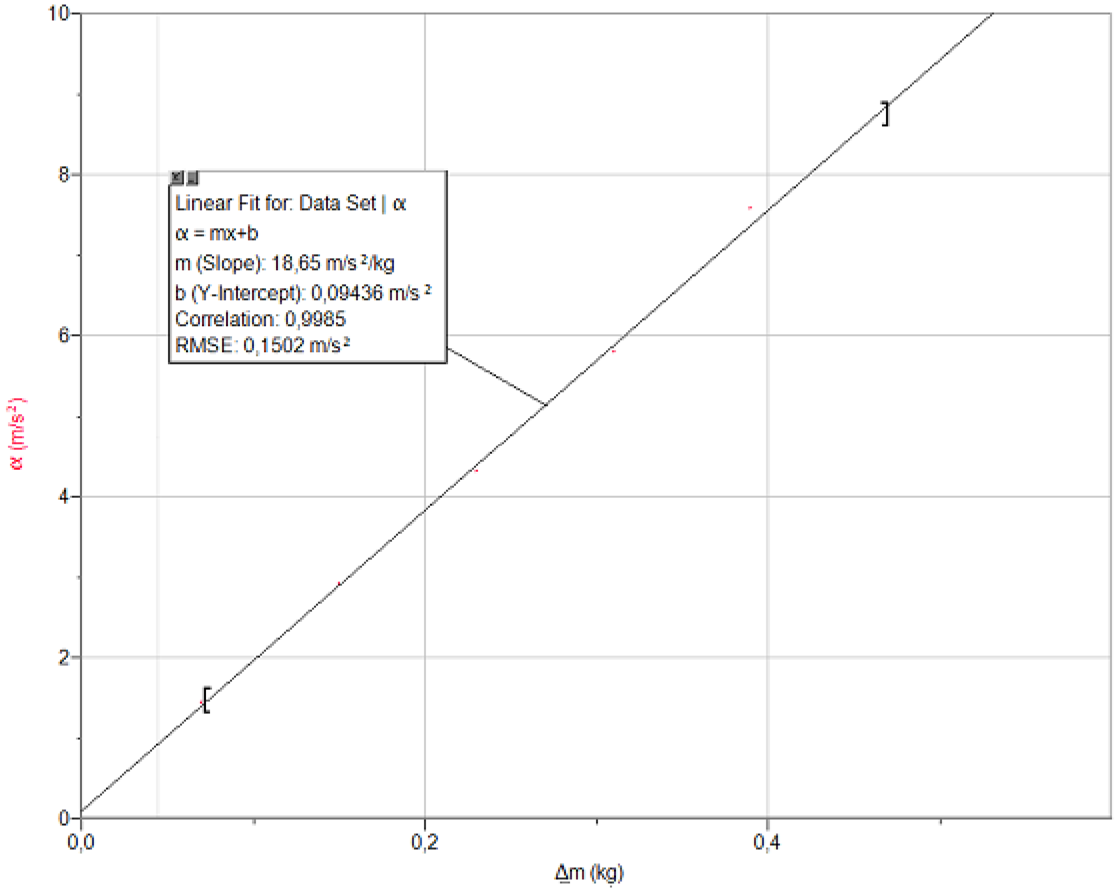
Δ.2. Η ολική μάζα είναι:

$$M_{ολικό} = 290{,}2 + 5 \cdot 40 + 20{,}3 = 510{,}5\ g$$

και ο πίνακας συμπληρώνεται με τον ακόλουθο τρόπο

$m_1\ (kg)$		$m_2\ (kg)$		$\Delta m\ (kg)$	$\alpha\ (\frac{m}{s^2})$
Κινητό	$290{,}2 \cdot 10^{-3}$	5 βαρίδια	$220{,}3 \cdot 10^{-3}$	$69{,}9 \cdot 10^{-3}$	1,45
Κινητό + 1 βαρίδι	$330{,}2 \cdot 10^{-3}$	4 βαρίδια	$180{,}3 \cdot 10^{-3}$	$149{,}9 \cdot 10^{-3}$	2,92
Κινητό + 2 βαρίδια	$370{,}2 \cdot 10^{-3}$	3 βαρίδια	$140{,}3 \cdot 10^{-3}$	$229{,}9 \cdot 10^{-3}$	4,32
Κινητό + 3 βαρίδια	$410{,}2 \cdot 10^{-3}$	2 βαρίδια	$100{,}3 \cdot 10^{-3}$	$309{,}9 \cdot 10^{-3}$	5,80
Κινητό + 4 βαρίδια	$450{,}2 \cdot 10^{-3}$	1 βαρίδι	$60{,}3 \cdot 10^{-3}$	$389{,}9 \cdot 10^{-3}$	7,58
Κινητό + 5 βαρίδια	$490{,}2 \cdot 10^{-3}$	0 βαρίδια	$20{,}3 \cdot 10^{-3}$	$469{,}9 \cdot 10^{-3}$	8,75

Δ.3. Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με τη διαφορά των δύο μαζών φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Η κλίση (c) προκύπτει να είναι: $c = \frac{g}{M_{ολικό}} = 18{,}65\ \frac{m}{s^2 \cdot kg}$

από όπου έχω ότι: $g = c \cdot M_{ολικό} = 18{,}65\ \frac{m}{s^2 \cdot kg} \cdot 0{,}5105\ kg \Rightarrow g = 9{,}52 \frac{m}{s^2}$.

Δ.4. Το % σχετικό σφάλμα είναι:

$$k = \frac{g_{πειραματικό} - g_{θεωρητικό}}{g_{θεωρητικό}} \cdot 100 = \frac{9{,}52 - 9{,}81}{9{,}81} \cdot 100 = 3\ \%$$

Δ.5. Αφού το καθένα από τα δύο σώματα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ξεκινώντας από την ηρεμία, για την απόσταση h που ανέρχεται ή κατέρχεται σε χρόνο t θα ισχύει:
$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot h}{t^2}$

Όπως όμως έχει ήδη αποδειχθεί στο (Α) ερώτημα, η επιτάχυνση είναι: $a = \frac{\Delta m}{M_{ολικό}} \cdot g$

οπότε συνδυάζοντας τις δύο σχέσεις προκύπτει:

$$\frac{\Delta m}{M_{ολικό}} \cdot g = \frac{2 \cdot h}{t^2} \Rightarrow h = \frac{g}{2 \cdot M_{ολικό}} \cdot (\Delta m \cdot t^2)$$

από όπου φαίνεται ότι θα έπρεπε να σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση της απόστασης h που διανύει το κάθε σώμα σε συνάρτηση με το γινόμενο $\Delta m \cdot t^2$ με την κλίση να είναι τώρα ίση με $\frac{g}{2 \cdot M_{ολικό}}$.

Δ.6. Η απευθείας μελέτη της ελεύθερης πτώσης είναι δύσκολη καθώς οι εμπλεκόμενοι χρόνοι είναι πολύ μικροί. Με τη μηχανή Atwood πετυχαίνουμε μικρότερες επιταχύνσεις, άρα και χρονικά διαστήματα που μπορούμε να μετρήσουμε πιο εύκολα.