Β΄ Λυκείου

29 Μαρτίου 2014

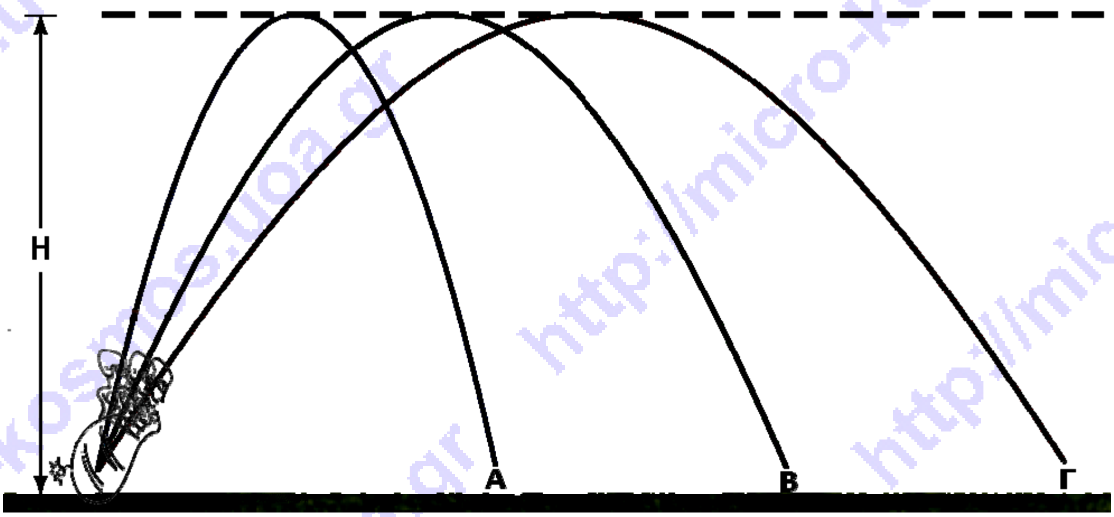
ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Η **επεξεργασία των θεμάτων** θα γίνει γραπτώς σε **χαρτί** Α4 ή σε **Τετράδιο** το οποίο θα σας δοθεί και το οποίο θα παραδώσετε στο τέλος της εξέτασης. Εκεί θα σχεδιάσετε και όσα **γραφήματα** ζητούνται στο **Θεωρητικό Μέρος**.
2. Τα **γραφήματα** του **Πειραματικού Μέρους** θα τα σχεδιάσετε *κατά προτεραιότητα* στο **μιλιμετρικό χαρτί** που συνοδεύει τις εκφωνήσεις.
3. Τα **τελικά αποτελέσματα** και **απαντήσεις** τόσο του **Θεωρητικού** όσο και του **Πειραματικού Μέρους** θα πρέπει *οπωσδήποτε* να συμπληρωθούν και στο **"Φύλλο Απαντήσεων"** που θα σας δοθεί μαζί με τις εκφωνήσεις των θεμάτων και θα παραδώσετε, επίσης, στο τέλος της εξέτασης.

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1^{ο}

Α. Σε ένα τσίρκο ,τρία κανόνια εκτόξευσης ακροβατών είναι τοποθετημένα το ένα δίπλα στο άλλο και βάλλουν την ίδια στιγμή. Οι τρεις ακροβάτες Α, Β, Γ που εκτοξεύονται φτάνουν στο ίδιο μέγιστο ύψος *Η* και οι τροχιές τους φαίνονται στο σχήμα.



Α1. Αγνοώντας την αντίσταση του αέρα επιλέξτε τη σωστή πρόταση για τη χρονική σειρά προσγείωσής τους.

Ι. Πρώτος προσγειώθηκε ο Α, μετά ο Β και μετά ο Γ.

ΙΙ. Πρώτος προσγειώθηκε ο Γ, μετά ο Β και μετά ο Α.

ΙΙΙ. Πρώτος προσγειώθηκε ο Β, μετά ο Α και μετά ο Γ.

ΙV. Προσγειώθηκαν και οι τρεις ταυτόχρονα.

Α2. Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Β. Δύο μαθητές είναι καθισμένοι σε παγκάκια των προαυλίων των σχολείων τους. Ο μαθητής Α βρίσκεται στην πόλη Ποντιάνακ της Ινδονησίας, μια από τις πιο κοντινές πόλεις στον ισημερινό της Γης και ο μαθητής Β στην πόλη Λονγκιαρμπιεν της Νορβηγίας, μια από τις βορειότερες πόλεις του κόσμου. Θεωρώντας τη Γη ως σφαίρα, επιλέξτε τη σωστή από κάθε ομάδα προτάσεων.

ΟΜΑΔΑ α

I. Ο μαθητής Α κινείται με μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα από τον μαθητή Β.

II. Ο μαθητής Β κινείται με μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα από τον μαθητή Α.

III. Και οι δύο μαθητές έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

IV. Οι δύο μαθητές είναι ακίνητοι και έχουν μηδενική γωνιακή ταχύτητα.

ΟΜΑΔΑ β

I. Οι δύο μαθητές είναι ακίνητοι και έχουν μηδενική γραμμική ταχύτητα.

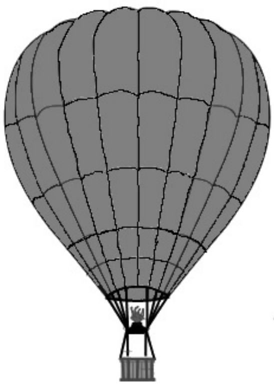
II. Ο μαθητής Β κινείται με μεγαλύτερη γραμμική ταχύτητα από τον μαθητή Α.

III. Ο μαθητής Α κινείται με μεγαλύτερη γραμμική ταχύτητα από τον μαθητή Β.

IV. Και οι δύο μαθητές έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα.

Θέμα 2^o

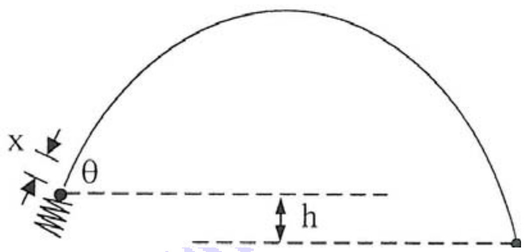
Α. Ένα αερόστατο θερμού αέρα που αποτελείται από θόλο όγκου *2000* m^3 ανοικτό στο κάτω μέρος του, μια πηγή θερμότητας για τη θέρμανση του αέρα στο εσωτερικό του και ένα ψάθινο καλάθι μεταφοράς επιβατών προσαρτημένο στο κάτω μέρος του θόλου όταν είναι ξεφούσκωτο έχει μάζα *180 kg*.



Ποια είναι η ελάχιστη θερμοκρασία που πρέπει να έχει ο αέρας στο εσωτερικό του θόλου μια μέρα που η θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι 20^oC, ώστε να ανυψωθεί το αερόστατο έχοντας στο καλάθι του δύο επιβάτες μάζας*75kg* ο καθένας;

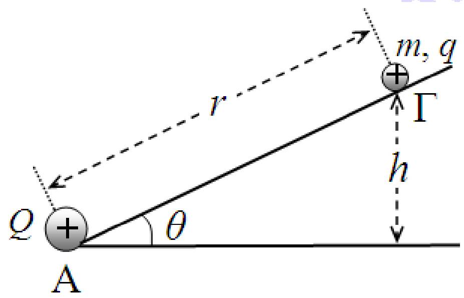
Για τους υπολογισμούς σας να θεωρήσετε τον αέρα ιδανικό αέριο με την πυκνότητα του ίση προς $1,27\ kg/m^3$στους 20^oC.

Β. Ελατήριο σταθεράς *K*, το οποίο έχει το ένα άκρο του ακλόνητα στερεωμένο και το άλλο ελεύθερο, βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Συμπιέζουμε το ελατήριο κατά *x*, τοποθετούμε στο ελεύθερο άκρο του βλήμα μάζας *m* και το αφήνουμε ελεύθερο να εκτοξευτεί, οπότε διαγράφει την τροχιά του σχήματος. Στην αρχική του θέση το βλήμα βρίσκεται σε ύψος *h* από το έδαφος. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που θα έχει αποκτήσει όταν χτυπήσει στο έδαφος. Θεωρήστε ότι δεν υπάρχει αντίσταση του αέρα ούτε τριβή μεταξύ του βλήματος και του ελεύθερου άκρου του ελατηρίου.



Θέμα 3^o

Στη βάση κεκλιμένου επιπέδου που σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση βρίσκεται θετικό φορτίο Q το οποίο δεν μπορεί να κινηθεί. Πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές ένα υλικό σημείο μάζας m και θετικού φορτίου q χωρίς να μπορεί να φύγει από το επίπεδο αυτό.



Α. Βρείτε την απόσταση R ανάμεσα στα φορτία στην οποία το φορτίο q ισορροπεί ως συνάρτηση των ποσοτήτων $K_{ΗΛ}$, Q, q, m, g (της επιτάχυνσης της βαρύτητας) και θ.

Β. Όταν το q βρίσκεται στην παραπάνω απόσταση R από το Q, το εκτοξεύουμε με ταχύτητα υ_0 προς το Q. Υπολογίστε την ολική ενέργεια E του συστήματος ως συνάρτηση των ποσοτήτων υ_0, $K_{ΗΛ}$, Q,q, m, g και θ.

Γ. Υπολογίστε την ελάχιστη απόσταση r_1 και τη μέγιστη απόσταση r_2 από το Q, στις οποίες φτάνει το q κατά την κίνησή του πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, ως συνάρτηση των ποσοτήτων E, $K_{ΗΛ}$, Q,q, m, g και θ. Σχολιάστε αν οι αποστάσεις αυτές μπορούν να αυξάνονται απεριόριστα όταν η υ_0 αυξάνεται ή έχουν κάποιο όριο.

Δ. Εκφράστε τις ποσότητες $r_M=\frac{r_1+r_2}{2}$ (η απόσταση αυτή θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι αντιστοιχεί στη μέση απόσταση του q από το Q κατά την κίνηση του q) και $\gamma=r_1\cdot r_2$ ως συνάρτηση των ποσοτήτων υ_0, $K_{ΗΛ}$, Q,q, m, g και θ. Σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις των ποσοτήτων r_M και γ ως συνάρτηση της ταχύτητας υ_0.

Πειραματικό Μέρος

Με τη βοήθεια μιας κάμερας κινηματογραφούμε την οριζόντια βολή που εκτελεί ένα σώμα με αρχική ταχύτητα υ_0. Το βίντεο της κίνησης το εισάγουμε σε κατάλληλο πρόγραμμα βιντεο – ανάλυσης, το οποίο εξάγει τα πειραματικά αποτελέσματα του παρακάτω πίνακα

Θέση σώματος στον y- άξονα	Θέση του σώματος στον x- άξονα
0,00	0,0
-0,03	0,1
-0,10	0,2
-0,21	0,3
-0,40	0,4
-0,65	0,5
-0,87	0,6

-1,15	0,7
-1,52	0,8
-2,10	0,9
-2,50	1,0

α) Επιλέξτε τα κατάλληλα μεγέθη ώστε από τη γραφική παράσταση που θα κατασκευάσετε να μπορέσετε να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας υ_0.

β) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα 6 φορές και μετράμε με τη βοήθεια μεζούρας το βεληνεκές του σώματος. Οι μετρήσεις που λάβαμε είναι οι ακόλουθες:

1,10m	1,00m	1,15m	1,05m	1,00m	1,10m

i) Υπολογίστε τη μέση τιμή του βεληνεκούς $\bar{a}$ καθώς και το σφάλμα μέσης τιμής.

Η μέση τιμή ενός μεγέθους δίνεται από τη σχέση:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

Το σύμβολο $\sum_{i=1}^{N}$ σημαίνει άθροισμα από i=1 έως N.

ενώ το σφάλμα μέσης τιμής δίνεται από τον τύπο:

$$\delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{N(N-1)}}$$

όπου x_i οι πειραματικές μετρήσεις του βεληνεκούς και N ο αριθμός των μετρήσεων αυτών.

ii) Αναφέρετε τους λόγους για τους οποίους οι τιμές του βεληνεκούς του σώματος διαφέρουν μεταξύ τους.

Καλή Επιτυχία

Αν θέλετε, μπορείτε να κάνετε κάποιο γράφημα σ' αυτή τη σελίδα και να την επισυνάψετε μέσα στο τετράδιό σας.

Επιλέξτε τους άξονες, τιτλοδοτήστε και συμπεριλάβετε τις κατάλληλες μονάδες σε κάθε άξονα.

Προτεινόμενες Απαντήσεις / Λύσεις

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1ο

Α1. IV. Προσγειώθηκαν και οι τρεις ταυτόχρονα

Α2. Ο ακροβάτης Α εκτελεί σύνθετη κίνηση: Ευθύγραμμη ομαλή στον άξονα x(επειδή δεν ασκείται δύναμη κατά την οριζόντια διεύθυνση) με σταθερή ταχύτητα υ_{0xA} και κατακόρυφη βολή στον άξονα y με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_{0A} (κάτω από την επίδραση μόνο του βάρους του που είναι διατηρητική δύναμη). Η μηχανική ενέργεια του Α σε όλα τα σημεία της τροχιάς θα είναι σταθερή. Στο αρχικό σημείο της εκτόξευσης, έστω Σ1 η μηχανική ενέργεια του Α θα είναι:

$$E_{ΜΗΧ.Α.(Σ1)} = E_{ΚΙΝ.Α\,(Σ1)} + E_{ΔΥΝ.Α\,(Σ1)} = \frac{1}{2}m_A\upsilon_{0A}^{\ 2} + 0 = \frac{1}{2}m_A\upsilon_{0xA}^{\ 2} + \frac{1}{2}m_A\upsilon_{0yA}^{\ 2} \quad (1).$$

Στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του, έστω Σ2 η μηχανική ενέργεια του Α θα είναι:

$$E_{ΜΗΧ.Α.(Σ2)} = E_{ΚΙΝ.Α\,(Σ2)} + E_{ΔΥΝ.Α\,(Σ2)} = \frac{1}{2}m_A\upsilon_{0xA}^{\ 2} + m_AgH \quad (2).$$

Η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας μαζί με τις (1) και (2) δίνει:

$$E_{ΜΗΧ.Α.(Σ1)} = E_{ΜΗΧ.Α.(Σ2)} \Rightarrow \frac{1}{2}m_A\upsilon_{0xA}^{\ 2} + \frac{1}{2}m_A\upsilon_{0yA}^{\ 2} = \frac{1}{2}m_A\upsilon_{0xA}^{\ 2} + m_AgH \Rightarrow \frac{1}{2}m_A\upsilon_{0yA}^{\ 2} = m_AgH \Rightarrow \upsilon_{0yA} = \sqrt{2gH} \quad (3).$$

Με ίδιο τρόπο καταλήγουμε για τους ακροβάτες Β και Γ ότι:

$$\upsilon_{0yB} = \sqrt{2gH} \ (4) \quad \text{και} \quad \upsilon_{0y\Gamma} = \sqrt{2gH} \ (5).$$

Συνεπώς όλοι οι ακροβάτες εκτελούν την κατακόρυφη κίνησή τους ξεκινώντας ταυτόχρονα με την ίδια κατακόρυφη ταχύτητα μέτρου $\sqrt{2gH}$ και φοράς προς τα επάνω. Η επιτάχυνσή τους είναι σταθερή, ίδια για όλους και ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας *g*. Συνεπώς φτάνουν ταυτόχρονα ξανά στο έδαφος.

Β.

ΟΜΑΔΑ α
Σωστή είναι η πρόταση III.

ΟΜΑΔΑ β
Σωστή είναι η πρόταση III.

Θέμα 2ο

Α. Για να μπορέσει να ανυψωθεί το αερόστατο πρέπει η άνωση να είναι ίση με το βάρος του θερμού αέρα στο εσωτερικό του μπαλονιού, το βάρος του εξοπλισμού και το βάρος των επιβατών:

$$A = W_{\Theta A} + W_{E\xi} + W_{E\pi} \Rightarrow \rho_{A\varepsilon} g V_{M\pi} = m_{\Theta A} g + m_{E\xi} g + m_{E\pi} g \Rightarrow \rho_{A\varepsilon} V_{M\pi} = m_{\Theta A} + m_{E\xi} + m_{E\pi} \, (1)$$

Από τον τύπο της πυκνότητας $\rho = \dfrac{m}{V} \Rightarrow m_{\Theta A} = \rho_{\Theta A} V_{M\pi} \, (2)$

$$(1) \overset{(2)}{\Rightarrow} \rho_{A\varepsilon} V_{M\pi} = \rho_{\Theta A} V_{M\pi} + m_{E\xi} + m_{E\pi} \, (3)$$

Η καταστατική των ιδανικών αερίων μας δίνει $PV = nRT \Rightarrow PV = \dfrac{m}{M} RT \Rightarrow \rho = \dfrac{PM}{RT}$

Οπότε $\rho_{A\varepsilon} V_{M\pi} = \dfrac{P_{\Theta A} M_{\Theta A}}{R} \dfrac{1}{T_{\Theta A}} V_{M\pi} + m_{E\xi} + m_{E\pi} \, (4)$

Το αέριο μέσα και έξω από το μπαλόνι είναι το ίδιο οπότε η γραμμομοριακή του μάζα M είναι η ίδια για εσωτερικό και το εξωτερικό και ακόμη το μπαλόνι στο κάτω μέρος του είναι ανοικτό προς την ατμόσφαιρα άρα η πίεση μέσα στο μπαλόνι είναι η ίδια με την πίεση έξω από αυτό

$$\frac{P_{\Theta A} M_{\Theta A}}{R} = \frac{P_{A\varepsilon} M_{A\varepsilon}}{R} = \rho_{A\varepsilon} T_{A\varepsilon} \, (5)$$

Τέλος

$$(4) \overset{(5)}{\Rightarrow} \rho_{A\varepsilon} V_{M\pi} = \rho_{A\varepsilon} T_{A\varepsilon} \frac{1}{T_{\Theta A}} V_{M\pi} + m_{E\xi} + m_{E\pi} \Rightarrow T_{\Theta A} = \frac{\rho_{A\varepsilon} T_{A\varepsilon} V_{M\pi}}{\rho_{A\varepsilon} V_{M\pi} - (m_{E\xi} + m_{E\pi})} \Rightarrow$$

$$T_{\Theta A} = \frac{1{,}27 \times (20 + 273) \times 2000}{1{,}27 \times 2000 - (180 + 2 \times 75)} \Rightarrow T_{\Theta A} = 336{,}75K \Rightarrow \boxed{T_{\Theta A} = 63{,}75\,^0\mathrm{C}}$$

Β. Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε:

$$\mathrm{K_1 + U_1 = K_2 + U_2} \Rightarrow$$

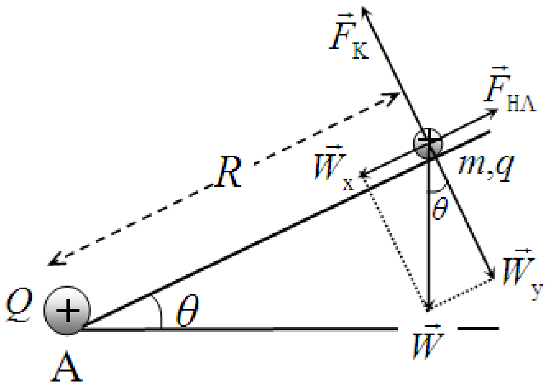
$$\Rightarrow 0 + \frac{1}{2}\mathrm{kx^2} + \mathrm{mgh} = \frac{1}{2}\mathrm{m}\upsilon^2 + 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{kx^2} + 2\mathrm{mgh} = \mathrm{m}\upsilon^2 \Rightarrow \upsilon^2 = \frac{\mathrm{kx^2} + 2\mathrm{mgh}}{\mathrm{m}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\upsilon = \sqrt{\frac{\mathrm{kx^2}}{\mathrm{m}} + 2\mathrm{gh}}}$$

Θέμα 3ο

1) Στη θέση ισορροπίας το q δέχεται τη δύναμη του βάρους μέτρου $W=mg$ την οποία αναλύουμε στις συνιστώσες W_y και $W_x=mg\eta\mu\theta$. Η ηλεκτρική δύναμη από το Q έχει μέτρο: $F_{ΗΛ}=K_{ΗΛ}\frac{Qq}{R^2}$. Από την ισορροπία στον άξονα x (παράλληλο με το κεκλιμένο επίπεδο) έχουμε: $\Sigma F_x=0$ $\Rightarrow F_{ΗΛ}=W_x \Rightarrow K_{ΗΛ}\frac{Qq}{R^2}=mg\eta\mu\theta \Rightarrow R=\sqrt{\frac{K_{ΗΛ}Qq}{mg\eta\mu\theta}}$ (1).



2) Έστω ότι το q βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του Δ σε απόσταση R από το Q. Τότε εκτοξεύεται με ταχύτητα υ_0 προς το Q. Στις ακραίες θέσεις στις οποίες θα φτάσει το q θα αντιστοιχεί μηδενική ταχύτητα για το q. Επειδή όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο q είναι διατηρητικές το άθροισμα των δυναμικών ενεργειών της βαρύτητας και του ηλεκτρικού πεδίου, καθώς και της κινητικής ενέργειας του q θα παραμένει σταθερό. Θεωρούμε τη δυναμική ενέργεια βαρύτητας μηδέν στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου και h=$\eta\mu\theta$, όπου h το ύψος του q από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Έτσι:

$$E=E_{ΟΛ(Δ)}=U_{ΗΛ(Δ)}+U_{ΒΑΡ(Δ)}+E_{KIN(Δ)}=K_{ΗΛ}\frac{Qq}{R}+mgh_Δ+\frac{1}{2}m\upsilon_0^2.$$

Αντικαθιστώντας την (1) και επειδή $h_Δ=R\eta\mu\theta$ έχουμε:

$$E=K_{ΗΛ}Qq\sqrt{\frac{mg\eta\mu\theta}{K_{ΗΛ}Qq}}+mg\sqrt{\frac{K_{ΗΛ}Qq}{mg\eta\mu\theta}}\eta\mu\theta+\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=\sqrt{K_{ΗΛ}Qqmg\eta\mu\theta}+\sqrt{K_{ΗΛ}Qqmg\eta\mu\theta}+\frac{1}{2}m\upsilon_0^2$$

$$\Rightarrow E=2\sqrt{K_{ΗΛ}Qqmg\eta\mu\theta}+\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \text{ (2).}$$

3) Για τις ακραίες θέσεις θα έχουμε:

$$E_{ΟΛ(Δ)}=E_{ΟΛ(ακρ.)} \Rightarrow E=U_{ΗΛ(ακρ.)}+U_{ΒΑΡ(ακρ.)}+E_{KIN(ακρ.)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E=K_{ΗΛ}\frac{Qq}{r}+mgh_{ακρ.}+0 \Rightarrow E=K_{ΗΛ}\frac{Qq}{r}+mg\eta\mu\theta \Rightarrow$$

$\Rightarrow mg\eta\mu\theta r^2 - Er + K_{ΗΛ}Qq=0$ (3). Η τελευταία είναι εξίσωση β΄ βαθμού ως προς r με διακρίνουσα:

$$\Delta=E^2-4K_{ΗΛ}Qqmg\eta\mu\theta \text{ (4).}$$

Εύκολα μπορεί να διαπιστωθεί από την (2) ότι είναι $\Delta \geq 0$ (το ίσο με το μηδέν ισχύει όταν $\upsilon_0=0$, οπότε έχουμε μία διπλή ρίζα ίση με R). Οι λύσεις τις (4) θα είναι:

$$r_1=\frac{E-\sqrt{\Delta}}{2mg\eta\mu\theta}=\frac{E-\sqrt{E^2-4K_{ΗΛ}Qqmg\eta\mu\theta}}{2mg\eta\mu\theta} \text{ (5) και } r_2=\frac{E+\sqrt{\Delta}}{2mg\eta\mu\theta}=\frac{E+\sqrt{E^2-4K_{ΗΛ}Qqmg\eta\mu\theta}}{2mg\eta\mu\theta} \text{ (6).}$$

Οι ρίζες r_1 και r_2 είναι και οι δύο θετικές και $r_1 \leq r_2$. Η r_1 αντιστοιχεί στην ελάχιστη απόσταση των Q και q, ενώ η r_2 στη μέγιστη.

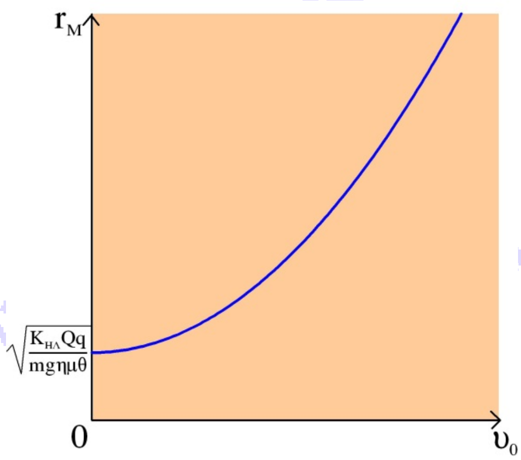
Όταν η ταχύτητα η υ_0 αυξάνεται η E αυξάνεται διαρκώς. Για μεγάλα E, θα είναι: $E^2 - 4K_{HΛ}Qqmg\eta\mu\theta \cong E^2$ και $r_1 \cong \frac{E-\sqrt{E^2}}{2mg\eta\mu\theta} = \frac{E-E}{2mg\eta\mu\theta} = 0$. Αυτό είναι λογικό γιατί όσο με μεγαλύτερη ταχύτητα εκτοξεύεται το q προς το Q, τόσο περισσότερο το πλησιάζει, μειώνοντας την ελάχιστη απόσταση μεταξύ τους. Όμως η απόσταση αυτή δεν μπορεί να γίνει μικρότερη από 0. Επομένως τείνει στο 0, όσο η υ_0 αυξάνεται. Αντίθετα η r_2, όπως φαίνεται από την (6) αυξάνεται διαρκώς όσο αυξάνει η E, δηλαδή όσο αυξάνεται η υ_0.

4) Από τις (5) και (6) με χρήση της (2) έχουμε:

$$r_1 + r_2 = \frac{E-\sqrt{\Delta}}{2mg\eta\mu\theta} + \frac{E+\sqrt{\Delta}}{2mg\eta\mu\theta} = \frac{E-\sqrt{\Delta}+E+\sqrt{\Delta}}{2mg\eta\mu\theta} =$$

$$\frac{E}{mg\eta\mu\theta} = \frac{2\sqrt{K_{HΛ}Qqmg\eta\mu\theta}}{mg\eta\mu\theta} + \frac{m\upsilon_0^{\,2}}{2mg\eta\mu\theta} = 2\sqrt{\frac{K_{HΛ}Qq}{mg\eta\mu\theta}} + \frac{\upsilon_0^{\,2}}{2g\eta\mu\theta}.$$

Οπότε $r_M = \sqrt{\frac{K_{HΛ}Qq}{mg\eta\mu\theta}} + \frac{\upsilon_0^{\,2}}{4g\eta\mu\theta}$ (7). Η τελευταία εξίσωση είναι *παραβολή*. Η γραφική της παράσταση παρουσιάζεται δίπλα. Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται η υ_0, η απόσταση r_M αυξάνεται.

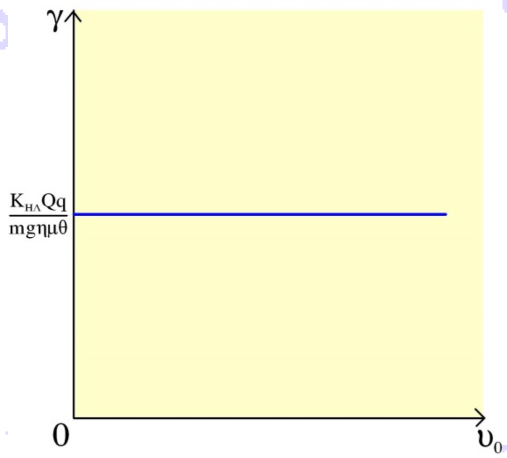


Επίσης από τις (5) και (6) με χρήση της (2) έχουμε:

$$r_1 \cdot r_2 = \frac{E-\sqrt{\Delta}}{2mg\eta\mu\theta} \cdot \frac{E+\sqrt{\Delta}}{2mg\eta\mu\theta} = \frac{E^2-\Delta}{4m^2g^2\eta\mu^2\theta} =$$

$$= \frac{E^2-E^2+4K_{HΛ}Qqmg\eta\mu\theta}{4m^2g^2\eta\mu^2\theta} = \frac{4K_{HΛ}Qqmg\eta\mu\theta}{4m^2g^2\eta\mu^2\theta} = \frac{K_{HΛ}Qq}{mg\eta\mu\theta} \quad (8).$$

Δηλαδή το γινόμενο των αποστάσεων είναι σταθερό και ανεξάρτητο από την ταχύτητα υ_0 και παρουσιάζεται στο σχήμα.



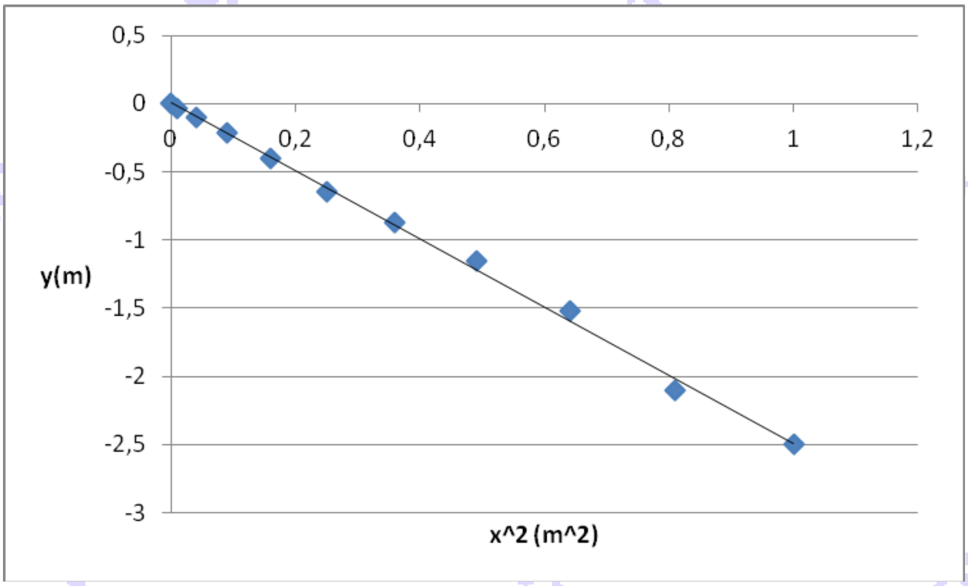
Πειραματικό Μέρος

α) Η σχέση που συνδέει κάθε στιγμή τη θέση του σώματος στον x-άξονα με τη θέση του σώματος στον y-άξονα είναι η εξής:

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}gt^2 \\ x &= υ_0 t \end{aligned}\right\} \Rightarrow y = \frac{g}{2υ_0}x^2$$

Με βάση τη πιο πάνω σχέση κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση y συναρτήσει του x^2. Επομένως, κατασκευάζουμε τον ακόλουθο πίνακα τιμών

Θέση σώματος στον y- άξονα (m)	Θέση του σώματος στον x- άξονα (m)
0	0
-0,03	0,01
-0,1	0,04
-0,21	0,09
-0,4	0,16
-0,65	0,25
-0,87	0,36
-1,15	0,49
-1,52	0,64
-2,1	0,81
-2,5	1



Από τη κλίση της ευθείας συμπεραίνουμε ότι:

$$\frac{g}{2\upsilon_0} \cong 2,5 \Rightarrow \upsilon_0 \cong \frac{g}{2\cdot 2,5} \cong \frac{10}{5} \cong 2\,\mathrm{m/s}$$

β)

i) Η μέση τιμή του βεληνεκούς του σώματος είναι ίση με:

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = \frac{1}{6}(1,1+1+1,2+1,05+1+1,1) = 1,075\,\mathrm{m}$$

Η οποία στρογγυλοποιείται σε 1,08μαφού οι μετρήσεις γίνονται με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.

Το σφάλμα μέσης τιμής μπορεί να υπολογιστεί με την ακόλουθη διαδικασία:

Δημιουργία κατάλληλου πίνακα τιμών

x_i(m)	$x_i - x$(m)	$(x_i - x)^2$ (m^2)
1,1	0,025	0,000625
1	-0,075	0,005625
1,2	0,125	0,015625
1,05	-0,025	0,000625
1	-0,075	0,005625
1,1	0,025	0,000625

$$\delta x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{0,2875}{6\cdot 5}} = \sqrt{0,00958} \cong 0,097877 \cong 0,10\,\text{m}$$

ii) Σε κάθε διεξαγωγή του πειράματος οι συνθήκες δεν είναι πάντοτε ίδιες. Πιθανές μεταβλητές που αλλάζουν κάθε φορά είναι η αντίσταση του αέρα, η αρχική ταχύτητα, ο τρόπος που τίθεται σε κίνηση το σώμα κ.α.

Β΄ Λυκείου

ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Θεωρητικό Μέρος
Θέμα 1^o

Α1. Σωστή είναι η πρόταση IV.

Α2. Βλ. προτεινόμενες λύσεις.

Β.

ΟΜΑΔΑ α Σωστή είναι η πρόταση III

ΟΜΑΔΑ β Σωστή είναι η πρόταση III

Θέμα 2^o

Α. Τμιν=63,75^{o}C

Β. $\upsilon=\sqrt{\frac{kx^2}{m}+2gh}$

Θέμα 3^o

Α. $R=\sqrt{\frac{K_{ΗΛ}Qq}{mg\eta\mu\theta}}$

Β. $E = 2\sqrt{K_{ΗΛ}Qqmg\eta\mu\theta}+\frac{1}{2}m\upsilon_0^2$

Γ. $r_1=\frac{E-\sqrt{E^2-4K_{ΗΛ}Qqmg\eta\mu\theta}}{2mg\eta\mu\theta}$ $r_2=\frac{E+\sqrt{E^2-4K_{ΗΛ}Qqmg\eta\mu\theta}}{2mg\eta\mu\theta}$

Δ. $r_M=\sqrt{\frac{K_{ΗΛ}Qq}{mg\eta\mu\theta}+\frac{\upsilon_0^{\ 2}}{4g\eta\mu\theta}}$ $\gamma=\frac{K_{ΗΛ}Qq}{mg\eta\mu\theta}$

Πειραματικό Μέρος

α) υ_o=2m/s

(Σχεδιάστε το γράφημα στο μιλιμετρέ χαρτί) Βλ. προτεινόμενες λύσεις

β)

i) $\overline{x} = (1{,}08 \pm 0{,}10)m$

ii) Σε κάθε διεξαγωγή του πειράματος οι συνθήκες δεν είναι πάντοτε ίδιες. Πιθανές μεταβλητές που αλλάζουν κάθε φορά είναι η αντίσταση του αέρα, η αρχική ταχύτητα, ο τρόπος που τίθεται σε κίνηση το σώμα κ.α.