Α΄ Λυκείου

29 Μαρτίου 2014

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Η **επεξεργασία των θεμάτων** θα γίνει γραπτώς σε **χαρτί** Α4 ή σε **Τετράδιο** το οποίο θα σας δοθεί και το οποίο θα παραδώσετε στο τέλος της εξέτασης. Εκεί θα σχεδιάσετε και όσα **γραφήματα** ζητούνται στο **Θεωρητικό Μέρος**.

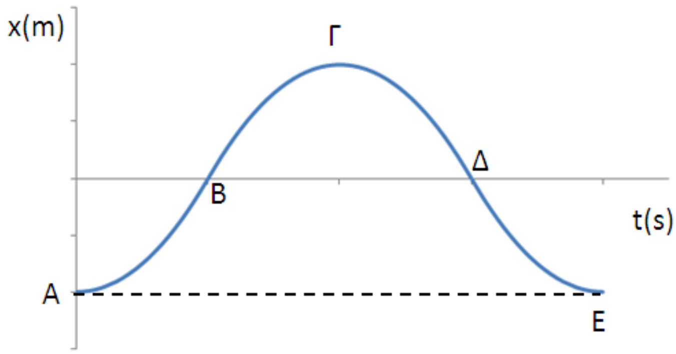
2. Τα **γραφήματα** του **Πειραματικού Μέρους** θα τα σχεδιάσετε *κατά προτεραιότητα* στο **μιλιμετρικό χαρτί** που συνοδεύει τις εκφωνήσεις.

3. Τα **τελικά αποτελέσματα** και οι **απαντήσεις** τόσο του **Θεωρητικού** όσο και του **Πειραματικού Μέρους** θα πρέπει *οπωσδήποτε* να συμπληρωθούν και στο **"Φύλλο Απαντήσεων"** που θα σας δοθεί μαζί με τις εκφωνήσεις των θεμάτων και θα παραδώσετε, επίσης, στο τέλος της εξέτασης.

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1^o

Α. Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της θέσης κινητού το οποίο κινείται ευθύγραμμα. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με **(Σ)** αν είναι σωστές και με **(Λ)** αν είναι λανθασμένες.



Α1. Η κίνηση που πραγματοποιεί το κινητό στη διαδρομή Α → Β είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

Α2. Η κίνηση που πραγματοποιεί το κινητό στη διαδρομή Β → Γ είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

Α3.Η ταχύτητα του κινητού στο σημείο Γ είναι μηδέν.

Α4.Η επιτάχυνση που έχει το κινητό στη διαδρομή Γ → Δ είναι αρνητική.

Α5.Η ταχύτητα που έχει το κινητό στη διαδρομή Γ → Δ είναι αρνητική.

Α6.Η επιτάχυνση που έχει το κινητό στη διαδρομή Δ → Ε είναι αρνητική.

Α7.Η μετατόπιση του κινητού κατά τη διαδρομή Α→Β→Γ→Δ→Ε είναι ίση με μηδέν.

Β. Ένας ανελκυστήρας έχει κατασκευαστεί έτσι ώστε η μέγιστη δύναμη που ασκεί το δάπεδο στον επιβάτη του να ισούται με 1,5 φορές το βάρος του. Ξεκινώντας από την ηρεμία, ο ανελκυστήρας αρχίζει να επιταχύνεται προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση για απόσταση *2,5m* και ακολούθως επιβραδύνεται. Ποια είναι η μέγιστη ταχύτητά του; Δίνεται $g=10m/s^2$.

Θέμα 2^o

Α. Στην αποβάθρα ενός σιδηροδρομικού σταθμού, παρατηρητής κάθεται στο παγκάκι αναμονής, ακριβώς μπροστά από ένα ακίνητο τρένο. Το τρένο τη χρονική στιγμή $t = 0\ s$ αρχίζει να επιταχύνεται ομαλά και σε *4s*, το πρώτο βαγόνι προσπερνά τον ακίνητο παρατηρητή. Πόσο χρόνο θα χρειαστεί το 10^o βαγόνι για να προσπεράσει τον παρατηρητή;

Β. Μια πεταλούδα πετάει ευθύγραμμα κατά μήκος ενός αγροκτήματος. Η θέση της και η ταχύτητά της δίνονται αντίστοιχα από τις εξής σχέσεις:

$$x(t) = 5 + 0,5t + \frac{1}{2}(0,3)t^2$$

$$\upsilon(t) = 0,5 + 0,3t$$

α) Να βρείτε την επιτάχυνση της πεταλούδας.
β) Να υπολογίσετε την αρχική θέση και την αρχική ταχύτητα της πεταλούδας.
γ) Να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα.

t(sec)	*x(m)*	*υ(m/s)*
0		
1		
2		
3		
4		
5		

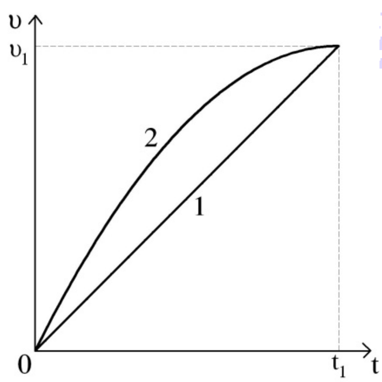
δ) Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της **ταχύτητας (*υ*)** της πεταλούδας συναρτήσει του **χρόνου (*t*)** και τη γραφική παράσταση της **θέσης (*x*)** της πεταλούδας συναρτήσει του **χρόνου (*t*)**.
ε) Συμπληρώστε τα κενά του πίνακα που ακολουθεί.

x(m)	*υ(m/s)*
	2,5
25	
	5,5

Θέμα 3^o

Στο διπλανό διάγραμμα απεικονίζεται η γραφική παράσταση των ταχυτήτων δύο κινητών 1 και 2 ως συνάρτηση με το χρόνο. Για το κινητό 2 είναι γνωστά τα ακόλουθα:
α) Η επιτάχυνσή του τη χρονική στιγμή t_1 είναι 0.

β) Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσής του ως συνάρτηση του χρόνου από τη χρονική στιγμή 0 έως τη χρονική στιγμή t_1 είναι ευθύγραμμο τμήμα.



Αν θεωρούνται γνωστές μόνο οι ποσότητες $υ_1$ και t_1, τότε:

1) Σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις των επιταχύνσεων των κινητών 1 και 2 σε συνάρτηση με το χρόνο.

2) Υπολογίστε την επιτάχυνση του κινητού 2 τη χρονική στιγμή 0.

3) Υπολογίστε τη χρονική στιγμή t_zκατά την οποία οι επιταχύνσεις των δύο κινητών είναι ίσες.

4) Αιτιολογήστε ποιο από τα δύο κινητά θα έχει διανύσει μεγαλύτερο διάστημα από τη χρονική στιγμή 0 έως τη χρονική στιγμήt_1.

Πειραματικό Μέρος

Ένας μαθητής με τη βοήθεια κατάλληλου αισθητήρα κίνησης, μετράει την τελική ταχύτητα ενός ομαλά επιταχυνόμενου αμαξιδίου για διάφορες μετατοπίσεις. Οι πειραματικές μετρήσεις που έλαβε, παρουσιάζονται στον πίνακα που ακολουθεί:

Τελική ταχύτητα(*m/s*)	**Μετατόπιση(*m*)**
5,9	2
6,5	4
7,2	6
7,9	8
8,4	10
9,0	12

Α. Με βάση τα πειραματικά δεδομένα του παραπάνω πίνακα:

i) Σχεδιάστε το κατάλληλο γράφημα από το οποίο θα μπορέσετε να προσδιορίσετε την επιτάχυνση του σώματος.

ii) Χρησιμοποιώντας το προηγούμενο γράφημα, προσδιορίστε την αρχική ταχύτητα του σώματος.

Β. Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας μια ηλεκτρονική ζυγαριά, μετράει τη μάζα του αμαξιδίου πέντε φορές. Οι μετρήσεις που έλαβε παρουσιάζονται στον πιο κάτω πίνακα.

m (g)	230,0	230,5	230,8	230,3	230,4

Από τις πειραματικές τιμές του παραπάνω πίνακα προσδιορίστε:

i) τη μέση τιμή της μάζας του αμαξιδίου με την αβεβαιότητά της,

και

ii) τη σχετική της αβεβαιότητα η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$\text{Σχετική Αβεβαιότητα} = \frac{\text{Αβεβαιότητα}}{\text{Μέση Τιμή}} \cdot 100\% .$$

Καλή Επιτυχία

Αν θέλετε, μπορείτε να κάνετε κάποιο γράφημα σ' αυτή τη σελίδα και να την επισυνάψετε μέσα στο τετράδιό σας.

Επιλέξτε τους άξονες, τιτλοδοτήστε και συμπεριλάβετε τις κατάλληλες μονάδες σε κάθε άξονα.

Προτεινόμενες Απαντήσεις / Λύσεις

Θεωρητικό Μέρος

Θέμα 1ο

Α.

Α1. Λ, **Α2.** Σ, **Α3.** Σ, **Α4.** Σ, **Α5.** Σ, **Α6.** Λ, **Α7.** Σ

Β. Οι δυνάμεις που δέχεται ο επιβάτης του ανελκυστήρα είναι το βάρος w του και η δύναμη N του πατώματος. Επομένως ισχύουν τα ακόλουθα:

$$\left.\begin{array}{l} N - w = m\alpha \\ N = 1,5w \end{array}\right\} \Rightarrow 1,5w - w = m\alpha \Rightarrow 0,5mg = m\alpha \Rightarrow \alpha = 0,5g = 5m/s^2$$

Για την επιταχυνόμενη κίνηση ισχύει ότι

$$\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2\alpha d \overset{\upsilon_0=0}{\Rightarrow} \upsilon^2 = 2\cdot 5\cdot 2,5 = 25 \Rightarrow \upsilon = 5m/s$$

Η πιο πάνω ταχύτητα είναι η μέγιστη ταχύτητα, αφού ο ανελκυστήρας μετά από τα 3m θα αρχίσει να επιβραδύνεται.

Θέμα 2ο

Α. Ξεκινάμε με τη σχέση $\Delta x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

Η t_0=0 είναι η χρονική στιγμή που το τρένο ξεκινάει και η αρχή του πρώτου βαγονιού περνάει μπροστά από τον παρατηρητή.

Η t_1 είναι η χρονική στιγμή που το τέλος του πρώτου βαγονιού περνάει μπροστά από τον παρατηρητή. Τότε έχουμε ότι

$$L = \frac{1}{2}\alpha t_1^2 \quad (1)$$, όπου L το μήκος του βαγονιού.

Η t_2 είναι η χρονική στιγμή που η αρχή του $10^{ου}$ βαγονιού περνάει μπροστά από τον παρατηρητή, οπότε ισχύει ότι

$$9L = \frac{1}{2}\alpha t_2^2 \quad (2)$$

Η t_3 είναι η χρονική στιγμή που το τέλος και του $10^{ου}$ βαγονιού περνάει μπροστά από τον παρατηρητή, οπότε:

$$10L = \frac{1}{2}\alpha t_3^2 \quad (3)$$

Από την εξίσωση (1) βρίσκουμε ότι

$$\frac{2L}{\alpha} = t_1^2 = 16s^2$$

Αντικαθιστώντας την ποσότητα 2L/α στις εξισώσεις (2) και (3) παίρνουμε τα ακόλουθα:

$$t_2 = \sqrt{9 \cdot 16} = 12\,s$$

$$t_3 = \sqrt{10 \cdot 16} \cong 12,65$$

Επομένως η διαφορά $t_3 - t_2$ μας δίνει το χρόνο που θα χρειαστεί το 10^o βαγόνι να περάσει τον παρατηρητή:

$$\underline{\underline{t_3 - t_2 \cong 0,65s}}$$

Β. Από τις δοθείσες σχέσεις μπορούμε να εξάγουμε τα εξής:

$$\left.\begin{array}{l} x = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ x = 5 + 0,5t + \frac{1}{2}\cdot 0,3t^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x_0 = 5m \\ \upsilon_0 = 0,5m/s \\ \alpha = 0,3m/s^2 \end{array}\right.$$

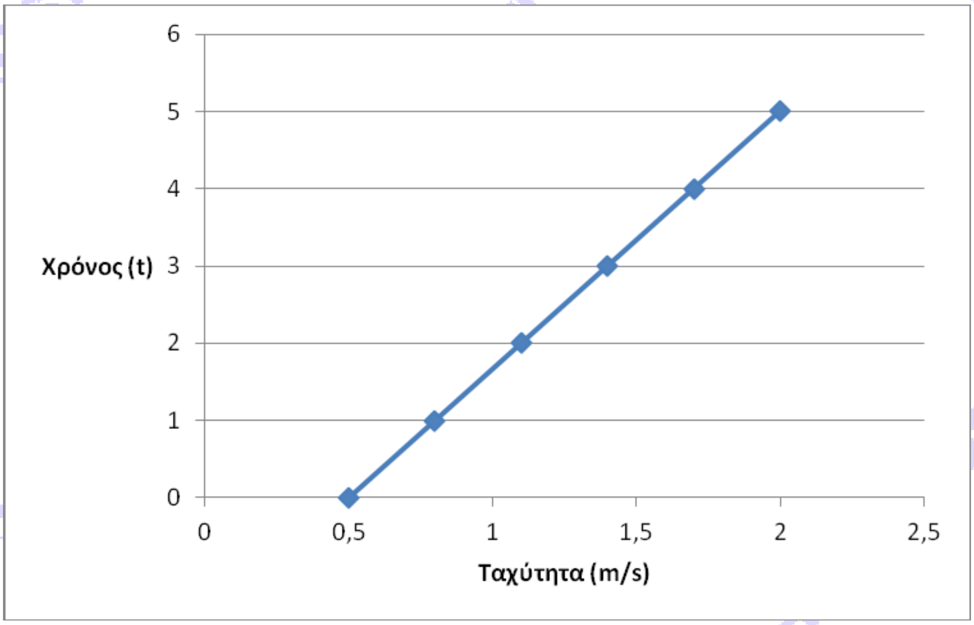
α) α=0,3 m/s^2

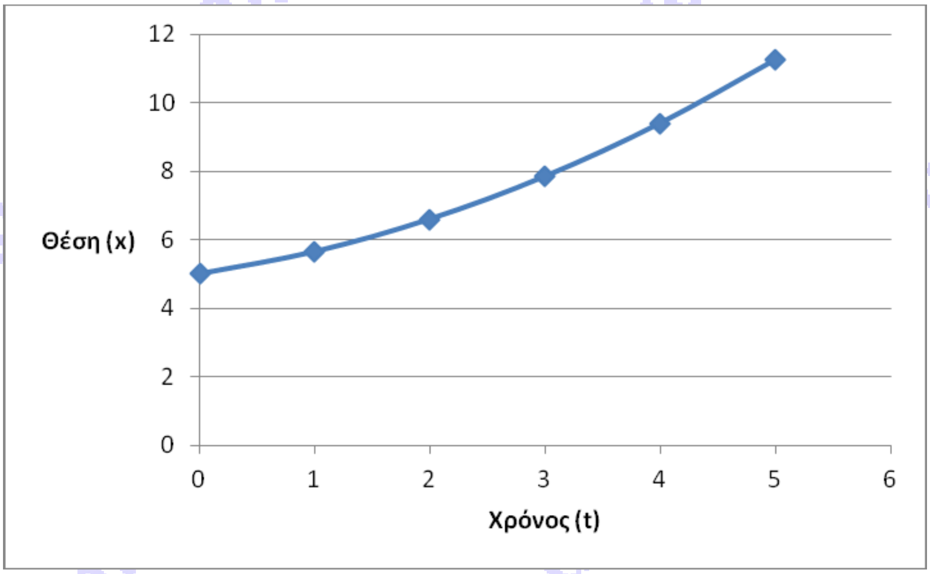
β) x_0 = 5m , υ_0 = 0,5 m/s

γ)

t(sec)	x(m)	u(m/s)
0	5	0,5
1	5,65	0,8
2	6,6	1,1
3	7,85	1,4
4	9,4	1,7
5	11,25	2

δ)

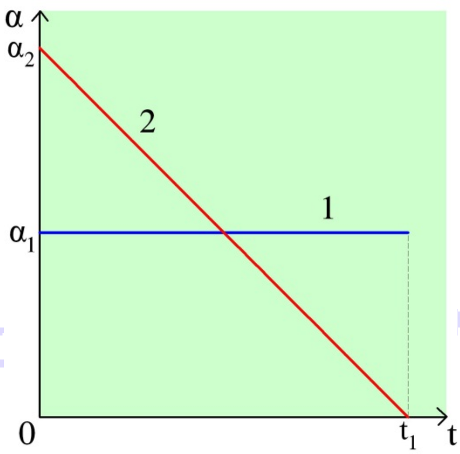




ε)

x(m)	υ(m/s)
15	2,5
25	3,5
55	5,5

Θέμα 3^o



1) Στο διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου το κινητό 1 έχει σε κάθε χρονική στιγμή την ίδια κλίση, επειδή το διάγραμμα αυτό είναι ευθύγραμμο τμήμα. Αφού η κλίση του διαγράμματος *υ-t* δίνει κάθε χρονική στιγμή την επιτάχυνση, προκύπτει ότι η επιτάχυνση α_1 του κινητού 1 θα είναι σταθερή και έτσι ότι το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου για το κινητό 1 θα είναι ευθύγραμμο τμήμα παράλληλο στον άξονα του χρόνου. Επίσης, αφού η ταχύτητα αυξάνεται η κλίση της θα είναι θετική. Η επιτάχυνση α_1 θα υπολογίζεται από την κλίση του αντίστοιχου διαγράμματος *υ-t*, η οποία αν θεωρήσουμε το τμήμα του διαγράμματος αυτού από τη χρονική στιγμή 0 έως τη χρονική στιγμή t_1 θα είναι: $\alpha_1 = \frac{\upsilon_1 - 0}{t_1 - 0} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{\upsilon_1}{t_1}$ (1).

Για το κινητό 2 γνωρίζουμε από το αντίστοιχο διάγραμμα *υ-t* ότι η κλίση σε αυτό το διάγραμμα είναι θετική, αφού η ταχύτητα αυξάνει διαρκώς με το χρόνο από χρόνο 0 έως t_1. Όμως η κλίση αυτή μειώνεται από τη χρονική στιγμή 0 έως την t_1 (ο ρυθμός αύξησης της ταχύτητας μειώνεται). Επομένως το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου για το κινητό 2 θα είναι μία φθίνουσα συνάρτηση του χρόνου το χρονικό διάστημα από 0 έως t_1. Από το α) είναι γνωστό ότι η επιτάχυνση θα είναι 0 για t_1, ενώ από το β) ότι θα είναι ευθύγραμμο τμήμα. Το τμήμα αυτό θα ξεκινά από την θετική τιμή α_2 τη χρονική στιγμή 0.

Με βάση αυτά σχεδιάζουμε το παραπάνω σχήμα.
2) Το εμβαδό που περικλείεται από το διάγραμμα *α-t* και τον άξονα του χρόνου ισούται με τη μεταβολή της ταχύτητας $\Delta\upsilon$. Το εμβαδό αυτό για το χρονικό διάστημα $(0,t_1)$ για το κινητό 1 είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, οπότε:

$$\Delta\upsilon_1=(\alpha_1-0)(t_1-0) \Rightarrow \Delta\upsilon_1=\alpha_1 t_1 \quad (2).$$

Το αντίστοιχο εμβαδό για το κινητό 2 είναι ορθογώνιο τρίγωνο, οπότε:

$$\Delta\upsilon_2=\frac{1}{2}(\alpha_2-0)(t_1-0) \Rightarrow \Delta\upsilon_2=\frac{1}{2}\alpha_2 t_1 \quad (3).$$

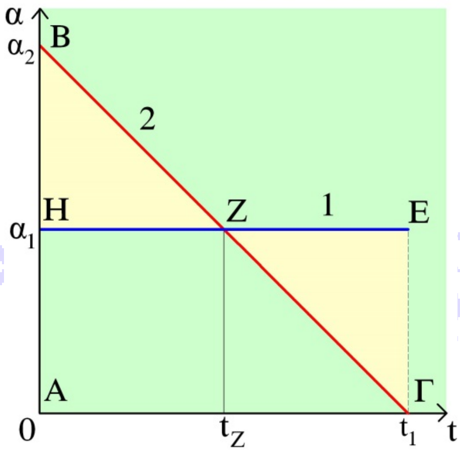
Από τα διαγράμματα *υ-t* προκύπτει ότι η μεταβολή της ταχύτητας και για τα δύο κινητά στο χρονικό διάστημα $(0,t_1)$ είναι ίδια:

$$\Delta\upsilon_1 = \Delta\upsilon_2 = \upsilon_1 - 0 = \upsilon_1 \quad (4).$$

Από τις (2), (3) και (4) με χρήση της (1) προκύπτει ότι:

$$\alpha_1 t_1 = \frac{1}{2}\alpha_2 t_1 \Rightarrow \alpha_2 = 2\alpha_1 \ (5) \Rightarrow \alpha_2 = 2\frac{\upsilon_1}{t_1} \ (6).$$

3) Η ζητούμενη χρονική t_Z στιγμή είναι η στιγμή κατά την οποία τα διαγράμματα *α-t* των κινητών 1 και 2 τέμνονται στο σημείο Ζ (βλ. στο διπλανό διάγραμμα). Σύμφωνα με την (4) στην προηγούμενη απάντηση τα παρακάτω εμβαδά είναι ίσα:



$$E_{ΑΒΓΑ}=E_{ΑΗΕΓΑ}.$$

Τα εμβαδά αυτά έχουν κοινό το εμβαδό $E_{ΑΗΖΓΑ}$. Επομένως προκύπτει ότι τα εμβαδά των τριγώνων του διπλανού σχήματος που είναι γεμισμένα με κίτρινο χρώμα θα πρέπει να είναι ίσα:

$$E_{ΗΒΖΗ}=E_{ΕΓΖΕ} \quad (7).$$

Αλλά σύμφωνα με την (5) ισχύει:

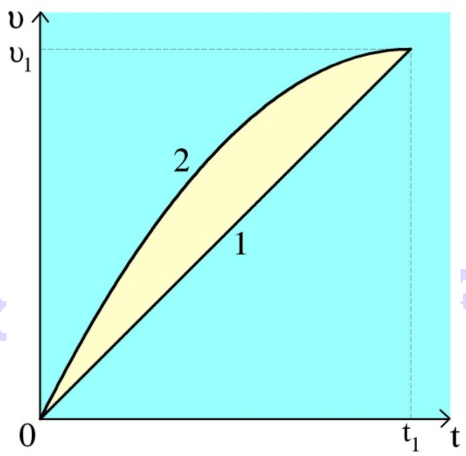
$$α_2 = 2α_1 \Rightarrow ΑΒ = 2\,ΑΗ \Rightarrow ΑΗ + ΗΒ = 2\,ΑΗ \Rightarrow ΗΒ = ΑΗ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ΗΒ = ΕΓ \quad (8).$$

Από τις (7) και (8) έχουμε:

$$\frac{1}{2}(ΗΒ)(ΗΖ)=\frac{1}{2}(ΕΓ)(ΖΕ) \Rightarrow ΗΖ = ΖΕ \Rightarrow t_Z = t_1 - t_Z \Rightarrow 2t_Z = t_1 \Rightarrow t_Z = \frac{t_1}{2} \quad (9).$$

4) Το εμβαδό *Ε* που περικλείεται ανάμεσα στο διάγραμμα *υ-t* και τον άξονα του χρόνου ισούται με τη μετατόπιση Δ*x*. Στα διαγράμματα *υ-t* των κινητών 1 και 2, επειδή η ταχύτητα δεν αλλάζει φορά στο χρονικό διάστημα $(0,t_1)$, η μετατόπιση θα ισούται με το διανυόμενο διάστημα *s*, δηλαδή:



$$E_1 = Δx_1 = s_1\,,\ \ E_2 = Δx_2 = s_2 \quad (10).$$

Αλλά το εμβαδό που αντιστοιχεί στο κινητό 2 είναι μεγαλύτερο κατά το κίτρινο τμήμα που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Άρα $E_2>E_1$ και σύμφωνα με την (10) θα είναι $s_2>s_1$, δηλαδή το κινητό 2 διανύει μεγαλύτερο διάστημα από το κινητό 1 ανάμεσα στις χρονικές στιγμές 0 και t_1.

Πειραματικό Μέρος

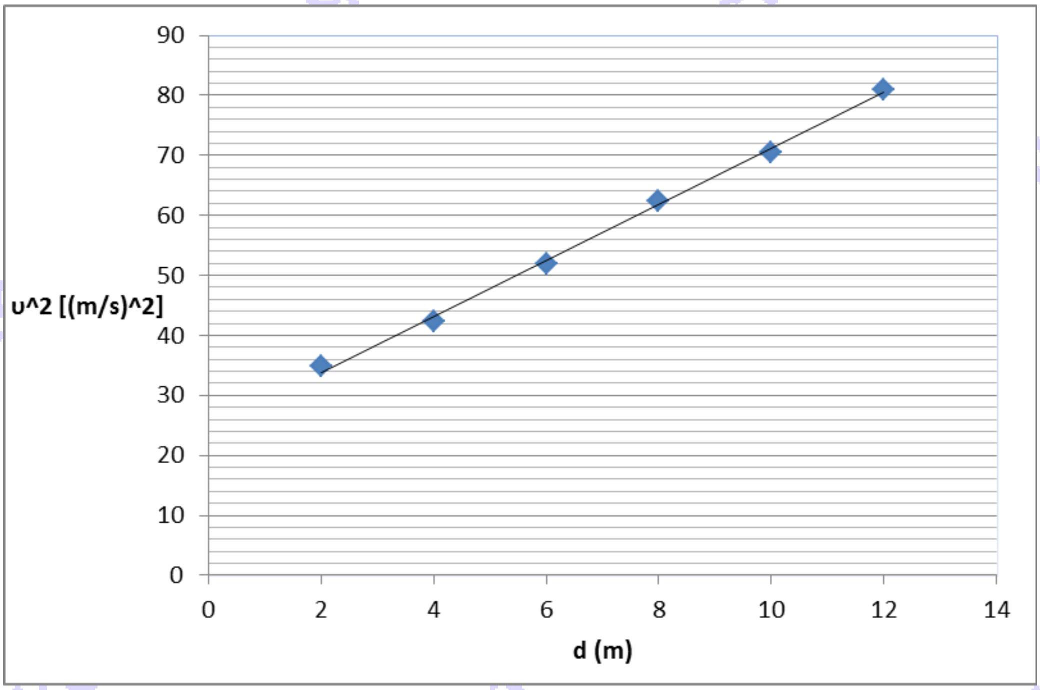
Α.

i) Προκειμένου να προσδιορίσουμε την επιτάχυνση του σώματος θα χρησιμοποιήσουμε την εξής σχέση:

$$\left.\begin{aligned} \upsilon &= \upsilon_0 + \alpha t \\ d &= \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow d = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2\alpha} \Rightarrow \boxed{\upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2\alpha d}$$

και στη συνέχεια θα σχεδιάσουμε τη γραφική παράσταση του τετραγώνου της τελικής ταχύτητας υ^2 συναρτήσει της απόστασης d (υ^2=f(d))
Με τη βοήθεια του επόμενου πίνακα σχεδιάζουμε την ακόλουθη γραφική παράσταση:

Τελική ταχύτητα (m/s)	Τετράγωνο Τελικής Ταχύτητας (m^2/s^2)	Μετατόπιση (m)
5,9	34,81	2
6,5	42,25	4
7,2	51,84	6
7,9	62,41	8
8,4	70,56	10
9	81	12



Η κλίση του πιο πάνω γραφήματος είναι ίση με:
κλίση = $2\alpha \approx 4,8 \Rightarrow \boxed{\alpha \approx 2,4 m/s^2}$
ii) Η προέκταση της πιο πάνω γραφικής παράστασης τέμνει τον y άξονα στο σημείο (0,24). Άρα $\upsilon_0^2 = 24 \Rightarrow \boxed{\upsilon_0 = \sqrt{24} \approx 4,9 m/s}$

Β.

i) Η μέση τιμή της μάζας του αμαξιδίου δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\bar{m} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{N} m_i = \frac{1}{5}\left(m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5\right) = \frac{1}{5}\cdot 1152 \Rightarrow \bar{m} = 230{,}4\,g$$

Η αβεβαιότητα δm είναι ίση με 0,4 g. Επομένως γράφουμε ότι:

$$\boxed{m = \left(230{,}4 \pm 0{,}4\right)g}$$

Μπορεί κανείς να υπολογίσει και το σφάλμα μέσης τιμής χρησιμοποιώντας την ακόλουθη σχέση

$$\delta m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{N(N-1)}} \cong 0{,}1$$

ii) Η σχετική αβεβαιότητα στη μέτρηση της μάζας του αμαξιδίου είναι:

$$\text{Σχετική Αβεβαιότητα} = \frac{\text{Αβεβαιότητα}}{\text{Μέση Τιμή}}\cdot 100\% \Rightarrow \frac{\delta m}{m}\cdot 100\% \approx 0{,}17\%$$

Α΄ Λυκείου

ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Θεωρητικό Μέρος
Θέμα 1ο

Α1. Λ	**Α2.** Σ	**Α3.** Σ	**Α4.** Σ	**Α5.** Σ	**Α6.** Λ	**Α7.** Σ

Β.

υ_{max}=5 m/s

Θέμα 2ο

Α. Δt=0,65 s

Β.

α) α=0,3m/s^2 **β)** $\chi_{αρχ}$=5m $\upsilon_{αρχ}$=9,5 m/s

γ)

t(sec)	*x(m)*	*υ(m/s)*
0	5	0,5
1	5,65	0,8
2	6,6	1,1
3	7,85	1,4
4	9,4	1,7
5	11,25	2

δ) (στο τετράδιό σας) Βλ. προτεινόμενες λύσεις

ε)

x(m)	*υ(m/s)*
15	2,5
25	3,5
55	5,5

Θέμα 3^o

1. (στο τετράδιό σας) Βλ. προτεινόμενες λύσεις

2. $\alpha_2 = 2\dfrac{\upsilon_1}{t_1}$

3. $t_Z = \dfrac{t_1}{2}$

4. Βλ. προτεινόμενες λύσεις

Πειραματικό Μέρος

Α.

i) (στο μιλιμετρέ χαρτί) Βλ. προτεινόμενες λύσεις

ii) $\upsilon_{αρχ}$=4,9 m/s

Β.

i) $\overline{m} = (230,4 \pm 0,4)g$

ii) Σχετική Αβεβαιότητα =0,17%